

Частотно-амплитудный сигнал  
с перерывами (ЧМ ИФ).

ЧМ ИФ - класс сигналов с перерывами.

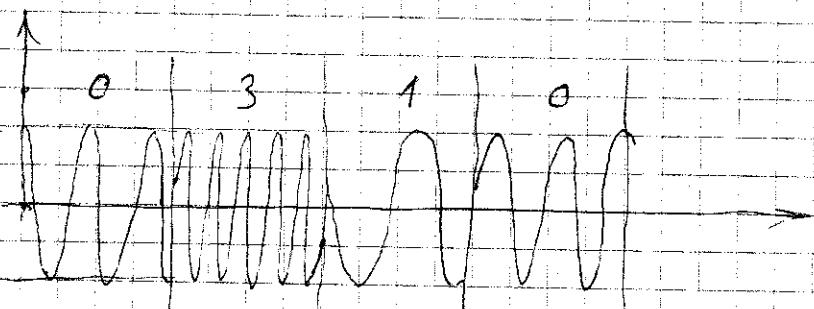
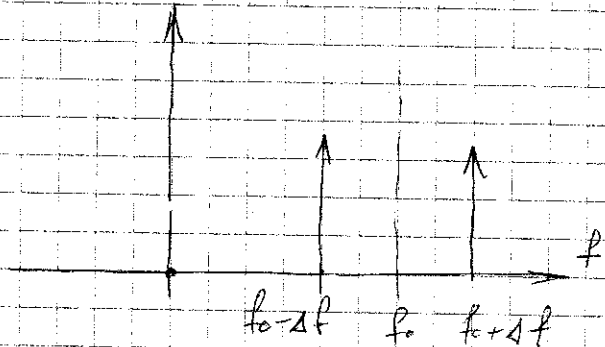
Они обладают "памятью".

На первое место  
ставится помехоуст.

Узкая спектр

эффективность из-за

скачкообразного изменения фазы сигнала от символа  
к символу.



В соврем. системах связи благодаря огромному  
кол-ву летящих абонентов было решено использовать ЧМ,  
при этом с увелич. спектр. эффективности. Св-ва  
помехоуст. должны сохраняться.

В обычной ЧМ.  $f_n = 0.5 \Delta f \cdot T_n$

$T_n = \pm 1$  - информация символа.

$\Delta f$  - размах

$$S(t, I) = A \cos(\omega_0 t + \varphi(t, I))$$

$\varphi(t, I)$  — фазовый компонент.

$$\varphi(t, I) = k_f \int_{-\infty}^t u(t, I) dt$$

$u(t, I)$  — последов. прямая импульсов  
(их модуль — процесс).

Благодаря интегрированию фаза непрерывна, даже если  $u(t, I)$  разрывна.

$$\varphi(t, I) = \omega_0 f_d T \sum_{k=-\infty}^{+\infty} I_k + \omega_0 f_d \varphi(t - nT) I_n =$$

$$= \Theta_n + \omega_0 k I_n \varphi(t - nT)$$

$k$  — индекс модуляции

$$k = 2T f_d$$

$T$  — грит. широта

$f_d$  — макс. девиация

$I_n$  — информ. широта

$$\varphi(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{t}{2T}, & 0 \leq t \leq T \\ \frac{1}{2}, & t \geq T \end{cases}$$

Полная фаза склад из 2<sup>х</sup> компонент:

$\Theta_n$  — фаза, нахот на  $(n-1)$  широта и

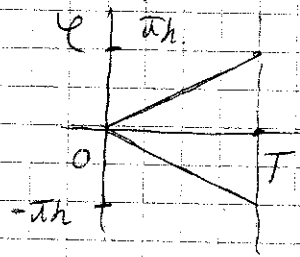
текущая инф. фаза на текущем интервале.

$k \Theta_n$  — широта.  $\Theta_0, \Delta\varphi$  — задержка, рассогл.

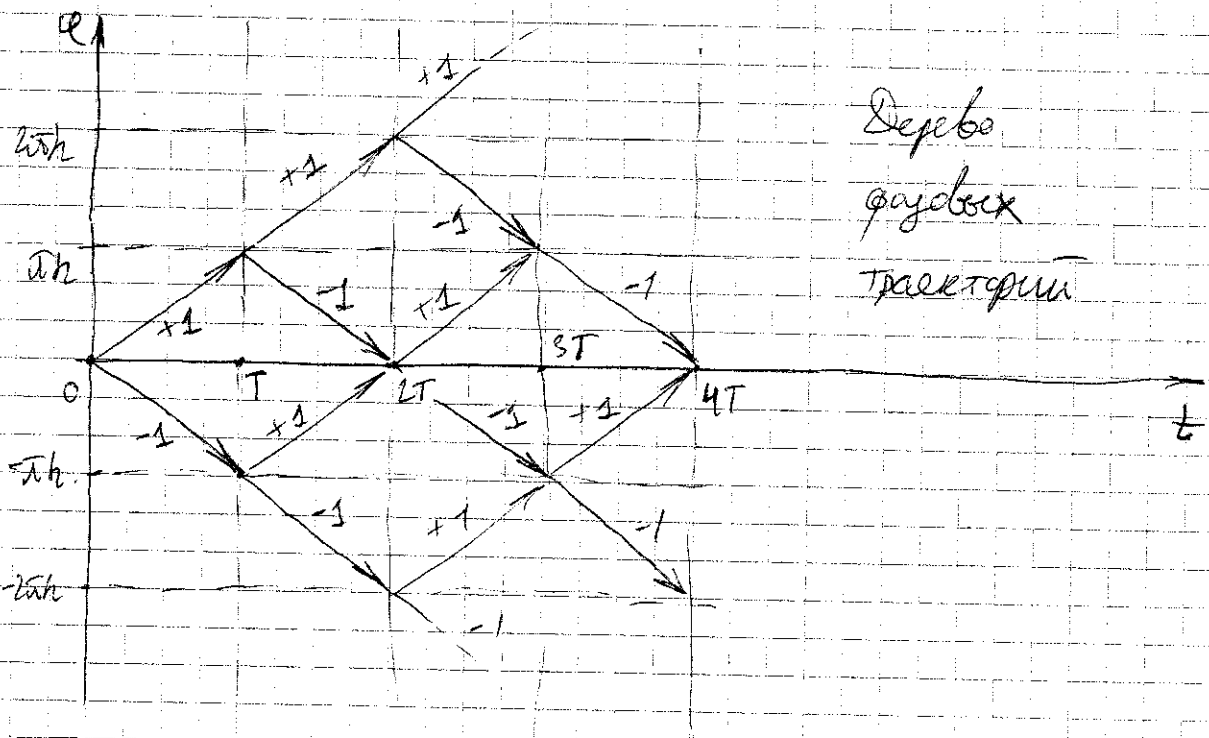
Код для парадоксальности и код для...

Детектор ЧМФ явл. различие  $2^{\Delta}$  значений фазы.  
 В ЧМФ-сигналах сеть возмущается, в отличие от ЧМ  
 анализировать фазу, накопл. при передаче  $(n-1)$   
 символов, придем к текущему. Есть потенц.  
 возможность повысить помехоуст. приема.

$$\varphi(t+nT, I) - \varphi(t, I) = \omega h T I_n \varphi(t-nT) = \pm \pi h$$



Закон измен. фазы можно  
 интерпретир в виде  
 фазовой траектории.



Дерево  
 фазовых  
 траекторий

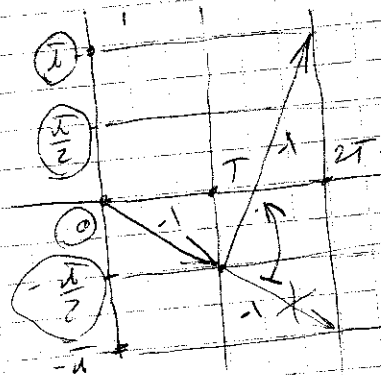
На практике при исп. фазовых детекторов фаза сигнала сравнивается  $[0, \pi]$  или  $[-\pi, \pi]$

Если приемчик также работает при част. индексе

между  $h \rightarrow$  конечная решетчатая структура  $\varphi$ .

Например,  $h = \frac{1}{2}$  (миним. сдвиг фаз, ЧМС)

Для  $\varphi \Rightarrow \bar{\pi} = -\pi$



$-\frac{\pi}{2} \Rightarrow \pi$

Каждый путь по решетке сдвиг срез. каждый шаг через шифров.

В зависи. от индекса между  $h$  решетка будет иметь срез ка-во конечных состояний (значения фаз).

① ЧМС  $S(t) = A \cos \left( \omega t \left[ t_0 + \frac{I_n}{4T} \right] - \right.$

$\left. - \frac{1}{2} \pi h I_n + \theta_n \right) \quad nT \leq t < (n+1)T$

Эта формула  $\Rightarrow$  сигнал экв. ЧМ с част. сдвиг и пер. фазой.

$$f_{-1} = f_0 - \frac{1}{4T} \quad f_{+1} = f_0 + \frac{1}{4T}$$

$$\Delta f = f_{+1} - f_{-1} = \frac{1}{2T}$$

Какая связь между параметрами и скоростью БЧХ

Показывает связь между скоростью, несущей для ортогональности. Оптимизация сигнала МКС для ЧМЦФ, при кот. возможна безамбивальная передача.

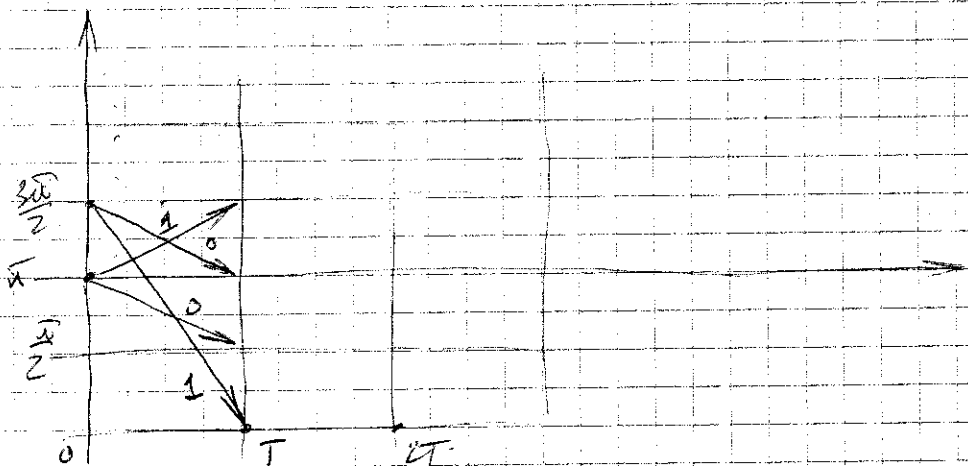
Миним. индекс модуля для ЧМЦФ равен 0,5.

Пример.

$$h = 0.5 \rightarrow R = 9600 \frac{\text{бит}}{\text{сек}}$$

$\Delta f$  - ?

$$\Delta f_d \geq 2400 \text{ Гц}, \quad \Delta f_d = \frac{1}{2} \Delta f.$$



При анализе спектра эрфлект. ЧМЦФ сигналов было установлено, что не все индексы модуля, кот.  $\geq 0.5$ , явл. оптимальными с точки зрения разделимости символов при приеме. Это связано с Евклидовым

⇒ ЧМЦФ различают "слабые" и "сильные" индексы.

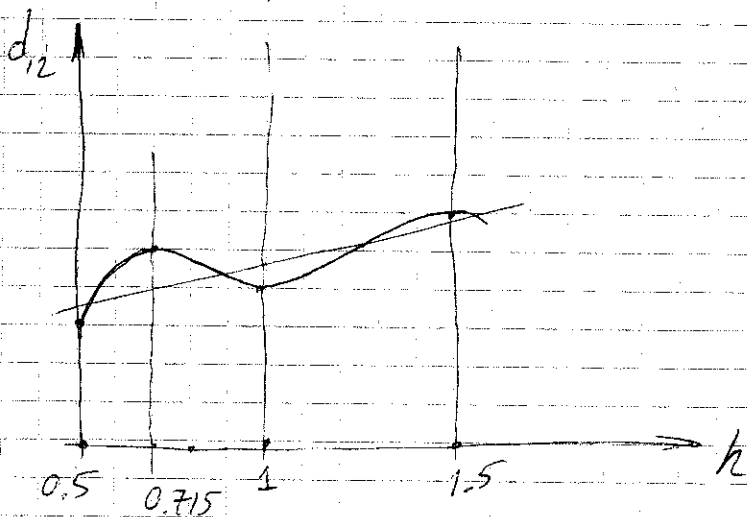
"Сильный" индекс → МАХ. расстояние Евклида при его искажении.

"Слабый" индекс → малое Евкл. расст.

Целесообразно выбирать  $k = 0,5 \dots 1,0$ ,  
причем  $k=0,5$  и  $k=1,0$  звл. слабыми.

Если исслед. Евкл. расст.  $d_e(k)$ , то

$$\text{МАХ.}(d_e) \Rightarrow 0,715 = k$$



$k > 1 \Rightarrow$

ЧМЦФ  $\Rightarrow$  ЧМ.

Для самого сильного индекса дерево состоит около 200 соединений → практически всегда реализовать очень трудно. На практике  $k=0,75 \Rightarrow 8$  соединений.

Спектр хар-ки ЧМФ сигналов.

$$S(f) = \frac{T}{2} \sum_{n=1}^M A_n^2(f) + \frac{T}{2} \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M B_{nm}(f) A_n(f) A_m(f)$$

$$A_n(f) = \frac{\sin \pi [fT - 0.5(2n-1)k]}{\pi [fT - 0.5(2n-1)k]}$$

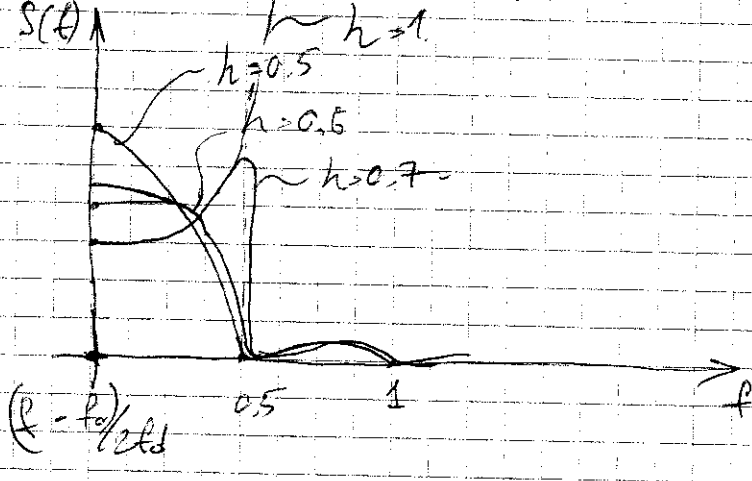
$$B_{nm}(f) = \frac{\cos(2\pi fT - a_{nm}) - \psi \cos(a_{nm})}{1 + \psi^2 - 2\psi \cos(2\pi fT)}$$

$$a_{nm} = \pi k (m+n-1)$$

[M - глубина памяти ЧМФ-сигналов]

$$\psi = \frac{\sin(2\pi k)}{2\sin(\pi k)}$$

Глубина памяти - кол-во символов, при котором считается, что между символами есть взаимодействие.



Узкая линия спектра ЧМФ сигнала следует, что эффект интерференции частот спектра резко

возраст с увелич. индекса модуляции.

Выводы: | Сигнал стелс фазой складыв-вом памяти, кот. закл. в основе зависим. от разовой трикетрии от параметров переданных символов.

Каждый символ вкладывает вклад в накапливаемую фазу.

| Свойства ЧМФ-сигналов, обусловленные тем, что с помощью решетки фазовых трикетрии, позволяют восстан. данные на прием. с помощью методов, основанных на вычисл. наиболее правдоподобной последов. символов.

### Алгоритмы демодуляции ЧМФ-сигналов.

При демод. ЧМФ возможно использовать методы класса МКЧМ.

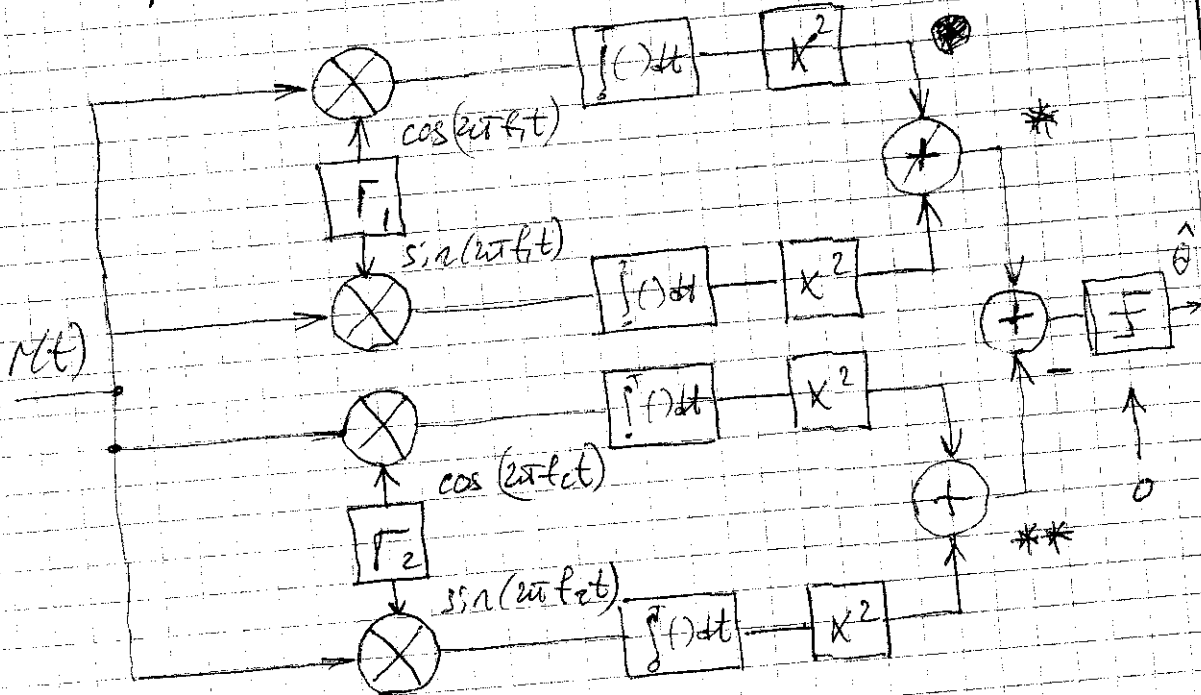
Благодаря ск-во непрер. фазы и малому индексу модуляции наруш. ортогональность между передаваемыми сигналами.

Все классич. алгоритмы демодул. ЧМ-сигналов базирующиеся на их ортогональности  $\rightarrow$  в случае использования ЧМФ классич. алгоритмы теряют эффективность.



Есть алгоритмы демодуляции ЧМ КФ, кот. основаны на анализе комплекс. сигналов.

① Несимметричный квадр. демодулятор.



Пусть подаётся сигнал  $f_1 \rightarrow$

$$* \left( \sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^T r(t) \cos(2\pi f_1 t) dt \right)^2 + \left( \sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^T r(t) \sin(2\pi f_1 t) dt \right)^2 = \frac{2}{T}$$

$$** \left( \sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^T r(t) \cos(2\pi f_2 t) dt \right)^2 + \left( \sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^T r(t) \sin(2\pi f_2 t) dt \right)^2 \approx 0$$

Удаление от начальной фазы.

$$P_b = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\varepsilon_b}{2N_b}\right)$$

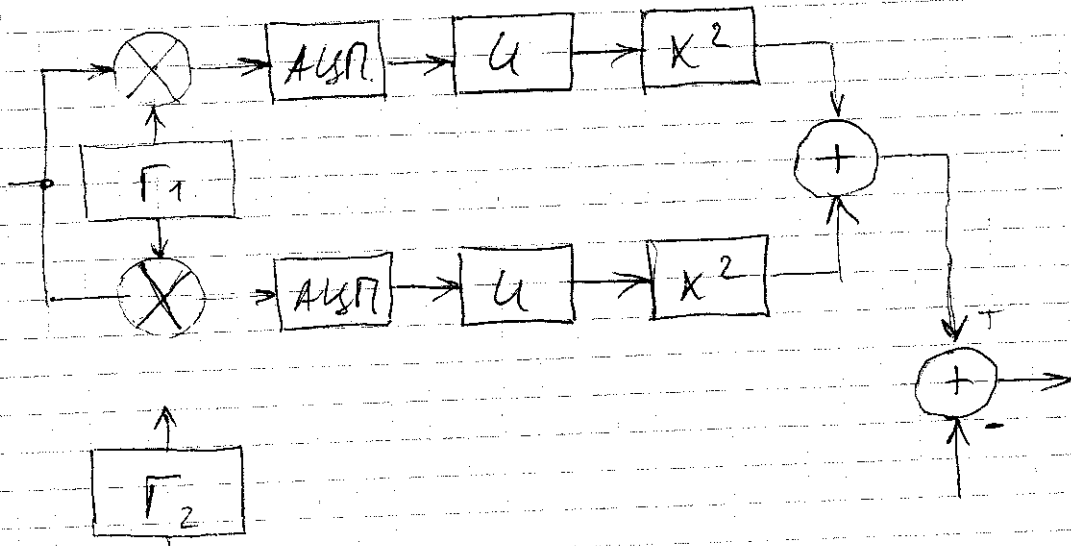
Алгоритм на практике широко используется  
Есть ряд недостатков:

1) Сигнал на проеме - галтоте.

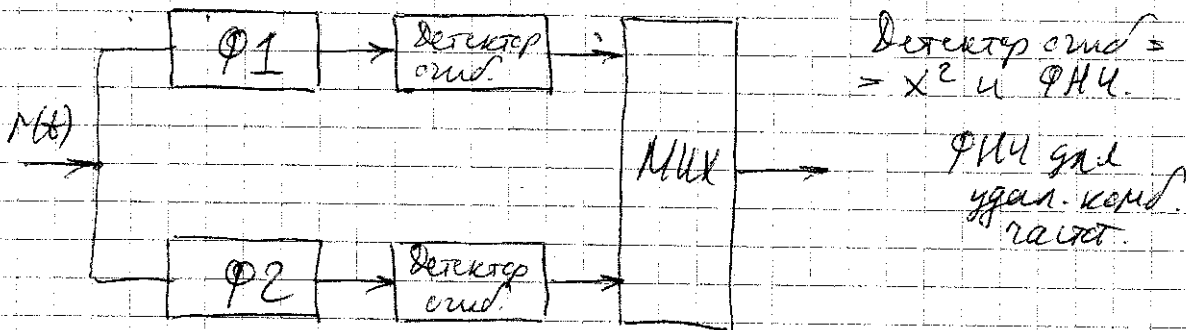
Чем ниже проеме галтоте, тем эффективнее  
алгоритм, но понижив галтоте ниже значение  
около 400кГц технически тяжело. Это обус. исполн.  
фильтров с высокой зафотнальностью, а также настройки  
буфа.

Цисель 2 квадрат демодулятора, настр на  
променит галтоте.

И = интегратор



## Некоррелированный ~~сигнал~~ фильтровой детектор огибающей.



- Там же реалну. фильтры с малым разнес частот.
- Схема работает на промежут. частоте.

При демодуляц. ЧМНФ схема не используется.

## Детектор мнест. частоты

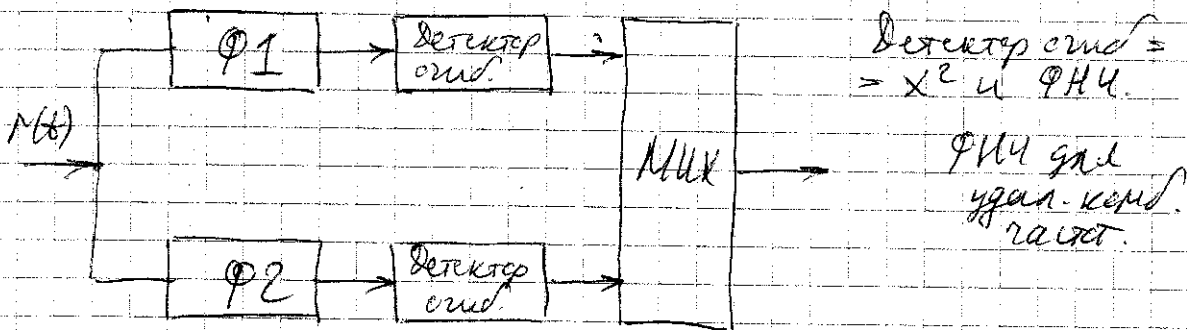
Используется квадр. компоненты приняв. сигнала.

$$I(t) = A \cos \left[ \int_0^t \omega(t) dt + \varphi(t) + \varphi_0 \right]$$

$$Q(t) = A \sin \left[ \int_0^t \omega(t) dt + \varphi(t) + \varphi_0 \right]$$

$$\omega(t) = \dot{\varphi}(t) = \left( \arctg \left[ \frac{I_m S(t)}{P_0 S(t)} \right] \right)' =$$

## Некогерентный ~~сигнальный~~ фильтрной детектор огибающей.



- Только реальные фильтры с малыми размерами частот

- Схема работает на промежуточной частоте.

При демодуляции ЧМФР схема не используется.

## Детектор мгновенной частоты

Используется квадрат компоненте принятого сигнала.

$$I(t) = A \cos \left[ \int_0^t \omega(t) dt + \varphi(t) + \varphi_0 \right]$$

$$Q(t) = A \sin \left[ \int_0^t \omega(t) dt + \varphi(t) + \varphi_0 \right]$$

$$\omega(t) = \dot{\varphi}(t) = \left( \arctg \left[ \frac{I_m S(t)}{I_r S(t)} \right] \right)' =$$

$$= \frac{1}{1 + \left[ \frac{Q(t)}{I(t)} \right]^2} \cdot \left( \frac{Q(t)}{I(t)} \right)' = \frac{Q'(t)I(t) - I'(t)Q(t)}{I^2(t) \left[ 1 + \left( \frac{Q(t)}{I(t)} \right)^2 \right]}$$

$$= \frac{Q'(t)I(t) - I'(t)Q(t)}{I^2(t) + Q^2(t)} \quad (!)$$

Регулятор простейшей цепи 4М - минора  $\rightarrow$

$$= \frac{A^2 \left[ \sin \left( \int_0^t \omega(t) dt + \varphi(t) + \varphi_0 \right) \cos \left( \int_0^t \omega(t) dt + \varphi(t) + \varphi_0 \right) \right]}{A^2}$$

$$- \frac{A^2 \left[ \cos \left( \int_0^t \omega(t) dt + \varphi(t) + \varphi_0 \right) \sin \left( \int_0^t \omega(t) dt + \varphi(t) + \varphi_0 \right) \right]}{A^2}$$

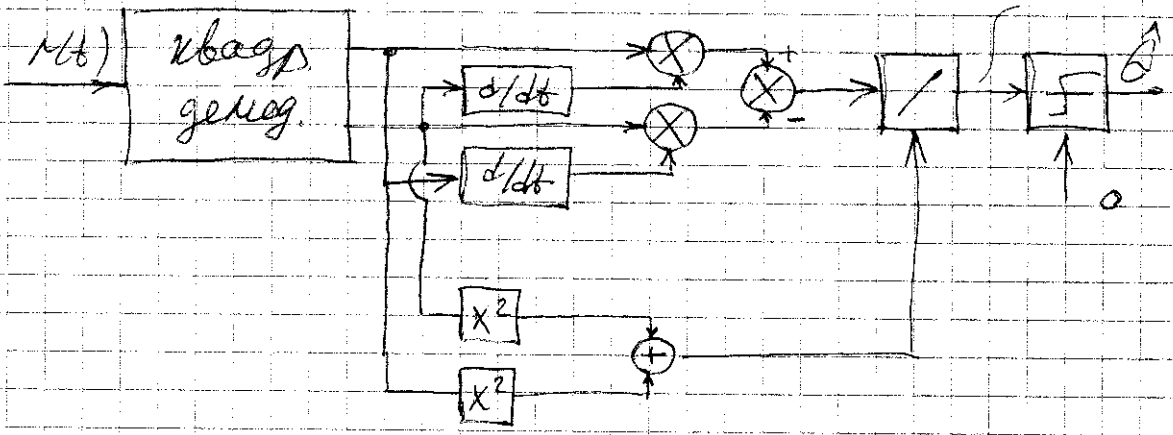
$$= \cos^2 \left( \int_0^t \omega(t) dt + \varphi(t) + \varphi_0 \right) \left( \int_0^t \omega(t) dt + \varphi(t) + \varphi_0 \right)' +$$

$$+ \sin^2 \left( \int_0^t \omega(t) dt + \varphi(t) + \varphi_0 \right) \left( \int_0^t \omega(t) dt + \varphi(t) + \varphi_0 \right)' =$$

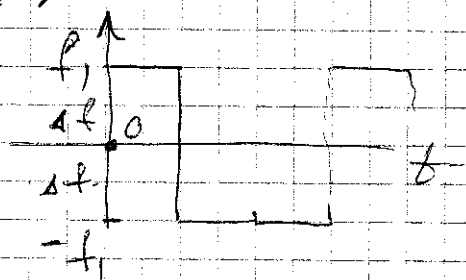
$$= \left( \int_0^t \omega(t) dt + \varphi(t) + \varphi_0 \right)' = \omega(t) + \varphi'(t) = \varphi(t)$$

Ненужно решать уравнение системы.

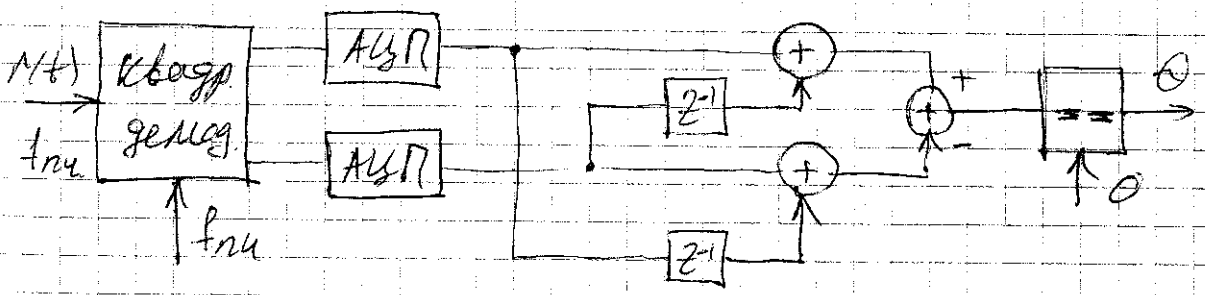
$$\hat{\omega}(t) = e^{j\omega_c t}$$



Позволяет генерировать ФМ, геттер ФМ и геттер QAM.



Рассм. реализация



Для ЧМ - сигнал Амплитудно квадратур  
постоян при исп. земит. - приращителей  
во всяком тректах. Нет схемы деления!

- + Простая аппаратная реализация.
- + Сигнал сбрт. на нулевой частоте.
- + Схема позволяет демодулировать DFM и DQAM.
- + Информация об измен. фазы во времени не  
подавляется, но нач. фаза при диффер. исчезает.

### Когерентные алгоритмы демодуляции ЧМНФ.

Для поиска св-ва ЧМНФ, связ. с их памятью,  
нужна когер. демодуляция.

Фазу ~~нужно~~ измерять через вычисл. карману, или  
подстраивать к ней.

О когер. алгоритм оптимального решения, основ.  
на критерии макс. априор. вероятности и  
наибольш. последов. сигн. интервалов.

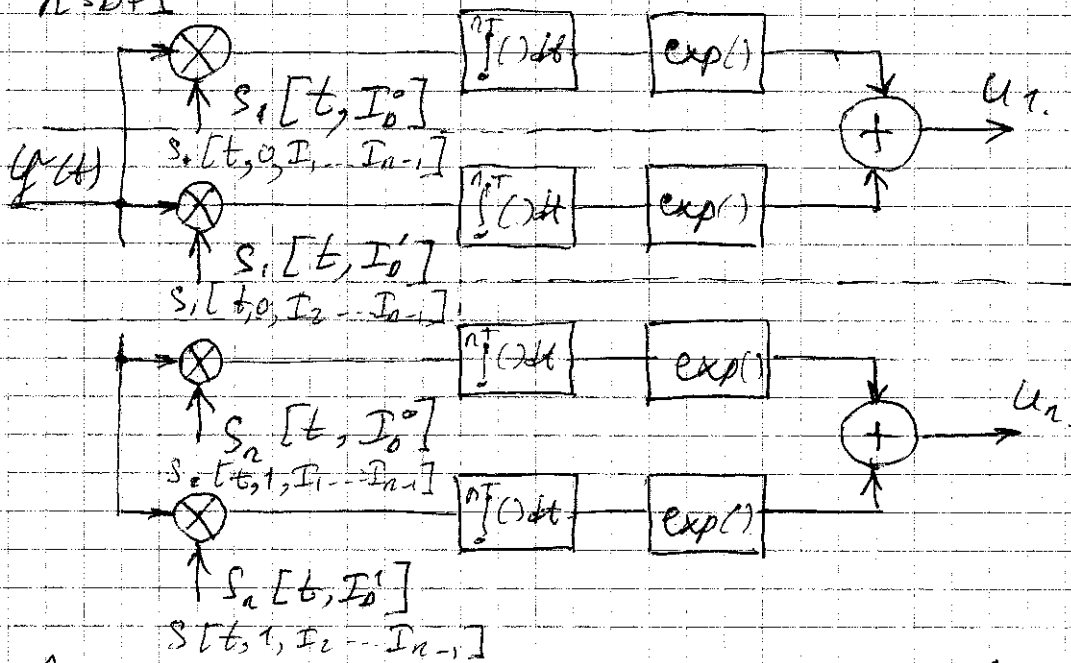
Т.к. алгоритм основан на МАВ - критерии, он  
минимизирует ср. вероятность ошибочного приема

симвла.

Оптим. версия алгоритма явл. сложное итеративное процедура, что на практике не реализуется.

Алгоритм основан на вычисл. коррел. интегралов между поступ. сигналом  $y(t)$  и локально-генерир. реализациями на  $D$  символов вперёд.

$$n = D + 1$$



Введем коррел. инт. между поступившим сигналом  $y(t)$  и локально генерир. реализацией

$$s(t, I_1, I_2, \dots, I_n)$$

$$\text{Коррел. интеграл. } z_k = \int_0^{nT} y(t) s(t) dt$$

$k = 1, 2^n$  при бинарной модуляции.



Корреляторы объединены в группы так, чтобы каждая комбинация интерпр. символов содержала одинак. символ на первой позиции.

Решение на  $T$ -ом или интервале базируется на больших корреляциях на  $i, i+1, \dots, i+D$ -интервалах

Согласно методике алгоритма для бинарных ЧМФ.

Есть 2 группы, в каждой из кот. по  $2^{n-1}$  корреляторов.

Решение о символе, переданном  $n$  символов назад базируется на макс. выходного сигнала каждой из групп. В данный момент времени.

Чем больше корреляторов, тем точнее решение.

Алгоритм явл. "прореженным" алгоритмом, основан на ММП и использ. генератор Витерби.

Рабочие карты:

При  $n=2 \Rightarrow$  улучш. раб. хар-к  $\approx 2.5$  дБ откл. генератора от точн. ЧМ.

$n=3 \Rightarrow$  улучш. до 4 дБ

Дальнейшее увелич.  $n$  не приносит выгоды для бинарной модуляции.

Убывающая зависимость от  $n$  данного алгоритма,

след. анализ. рабочие хар-ки, в к-е решение  
о поступ. сигнала принимается путем анализа  
выходов каналов из корреляторов.  $\rightarrow$  из схемы  
извест. сумматор и экр-преобразователи, но это  
уже МП-сценка.

+ квадратич. решение, высокие рабочие хар-ки  
- сложность аппар. realiz., знание кач. фазы  
несущей.

Учет св-в памяти ЧМНФ - анализ на практике  
даёт выигрыши около 4дБ при значит. уменьш. объ.  
сравнения около 3 символов.

$a_1$	$a_2$	$a_3$	-	-	$a_n$
-------	-------	-------	---	---	-------

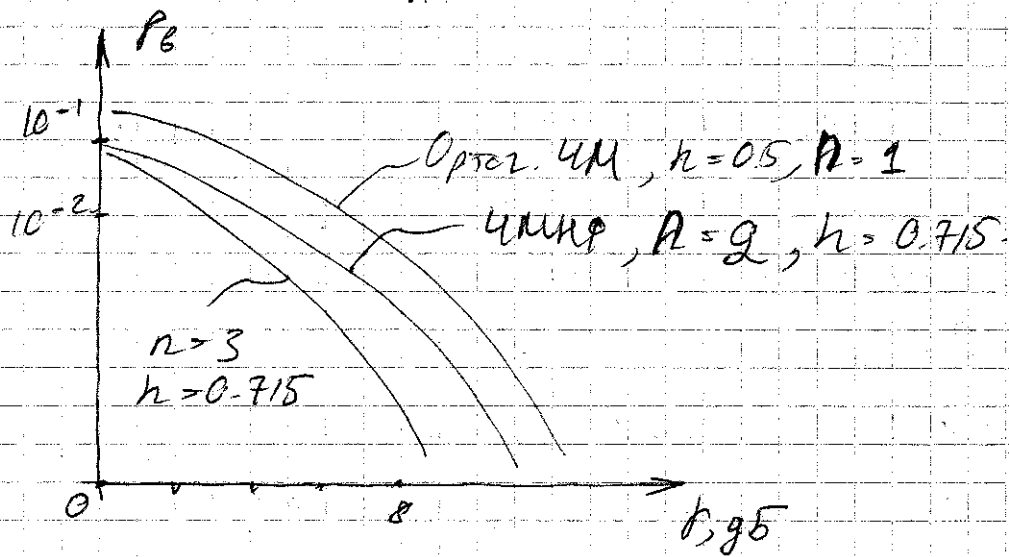
1) 

0	x	x	x	x
---	---	---	---	---

2) 

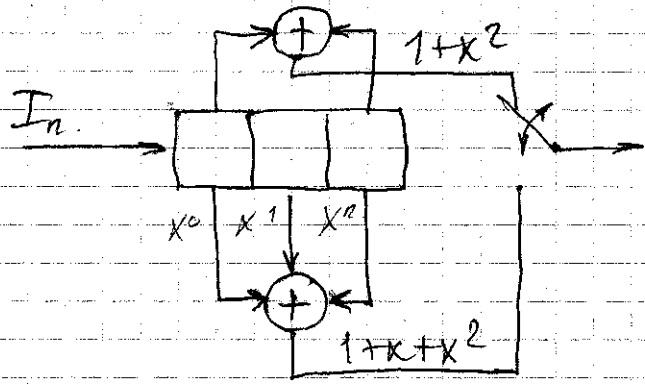
1	x	x	x	x
---	---	---	---	---

Согласно алгоритму склад. realiz. с помощью  
признаков суммир. в пределах группы даёт возм.  
ущерб. повысить надежность. Благодаря усреднению по  
кабору реализаций, содерж. общий признак.



Структура сверточных кодов  
и алгоритм декодирования Витерби.

Существ. аналогия между сверт. кодами и пар-ми ЧММФ - сигнала



Генератор сверт. кода  
вырабатывает кодовые  
символы со скор.  $\frac{1}{2}$ .  
При декодир. 2-м символом  
соств. 1 бит.

Существ. ряд способов задания правила, по кот.  
формируются сверт. код.

- 1) Коды символов слом. генер. матрицы.

$$y = X^T \cdot b$$

$X$  - входной набор символов

$Y$  - выход набор

$b$  - вектор матрица (псевдоискон структура для сверст. сетей)

2) Каждая форма при помощи опер. над полиномами. Каждый разряд в свит. решитре соств. степени полинома.

3) В виде графа состояний.

4) В виде древовидной структуры.

"1"  $\rightarrow$  исходящее ребро

"0"  $\rightarrow$  входящее ребро.

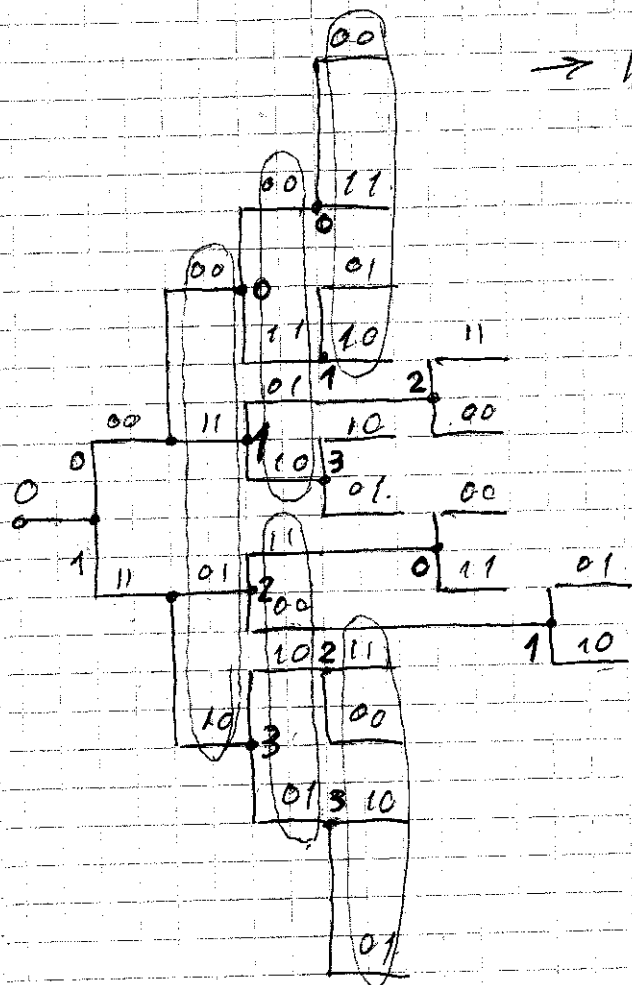
~~К~~ Матричная форма задания исл. для логичных сетей, т.к. матрица конечна.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & & \end{bmatrix}$$

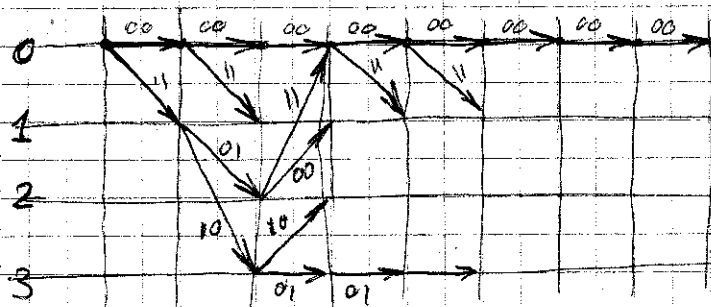
# Древо выдвинутой последовательности заданных кодов

10110 →

→ 11 01 00 10 10 10



Получившаяся по мере построения выдвинутой структуры можно свети к решетке, число осей. Эта решетка будет конечна.



Число состояний  $N = 2^k - 1$

$k$  - ~~число~~ длина кодового ~~слова~~ параметра  
(кол-во ячеек сумм. регистра).

Также, как и в случае дерева,  $\forall$  каждой последов. соств. пути по решетке.

Задачу декодир. свёрт. кода можно интерпретир. как поиск правильного пути на диаграмме при помощи некот. правил.

Путь, кот. генерирует декодером, можно сопоставить опред. сигналам. Находя. последовательности сводит. к декодир. этих сигналов.

Ранее предприним. попытки "лобового" сравнения принятого сигнала с набором опорных сигналов, но затвердость приёма увелич. с длиной сравнив. последовательностей (сигнала)

При таком подходе для фиксации предположений требовались огромные вычислительные затраты.

Оптимальный подход минимизирует ошибку приёма символа.

Улучш. и другая сторона: Минимизация ошибки приёма не только одного символа, но и всей последовательности.

Задача сводится к поиску кратчайшего пути на решётке. Если мы пошли другим путём, то от отбрасываем. Приходим к декодеру так называемого.

Наиболее целесообразно при приёме каждого символа сравнивать не среди всевозможных путей (кодированных комбинаций), а среди наиболее вероятных.

При этом более вероятные остаются постоянными и не меняются, а менее вероятные отбрасываются. На следующем интервале сравнение будет проводиться только среди них.

При каждом минимальном интервале

удаления сред. много маловероятных последоват.  
и взамен их перва. такое же много новых,  
образованных сократившимися.

Приходим к максимуму правдоподоб.

$$P(I/I_m) = \max \{ P(I/I_m) \}$$

$$P(I/I_m) = \prod_{i=1}^{\infty} P(I_i/I_{im}) = \prod_{i=1}^{\infty} \prod_{j=1} P(I_{ij}/I_{jim})$$

$$P(I/I_m) \rightarrow \max.$$

$I_i$  -  $i$ -я ветвь полученной последовательности (ребро)  
 $I$  - полученная последоват.

$I_{im}$  - ветвь отдельной последоват.  $I_m$

$I_{jim}$  - отдельный код символа ветви.

Перейдем к логарифмич. функции правдоподоб.

$$\chi_{I(m)} = \log P(I/I_m) = \sum_{i=1}^{\infty} \lg P(I_i/I_i^{(m)}) \rightarrow \max.$$

Важная решетчатого представл. сст. в том, что  
с ростом числа входных символов кол-во вершин  
не растёт, а остаётся постоянным. Это обусл.  
тем, что избыточные ветви отсутствуют.

Это означает, что если на некоем моменте  
интервале был выбран ошибочный путь, то  
позднее он может считаться с верным путём.



Важное св-во решетчатого представления сост. в том, что ка-во анализируемых путей латентно, т.к. в каждой вершине переход приобретает правдоподобный путь, а менее правдоподоб. исключ. Алгоритм Витерби, основан на методе макс. правдоп. связан с метрикой кодового пути.

Метрика - мера схожести одной последоват. с другой.

$$\text{Евклидова метрика } d_n^2 = \sum_{i=1}^n (I_i - I_{M_i})^2$$

$n$  - длина последоват.

$$d_n^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^M (I_{ij} - I_{M_{ij}})^2 \quad M - \text{объем алфавита.}$$

Метрика Хэмминга

$$H_n = \sum_{i=1}^n (I_i \oplus I_{M_i})$$

Частный случай расст. Евклида для "жёсткого" решения.

Если все биты совпадают, то  $H_n = 0$   
2 чисел.

Расстояние по Хэммингу соотв. ка-бу различным бит. Если Евклидову метрику воспринять посредством знаковых операций, то получим метрику Хэмминга.

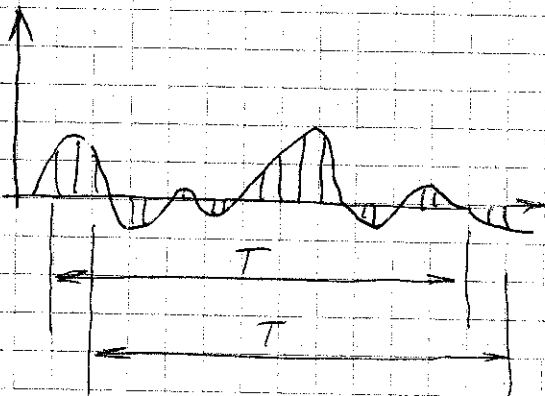
Пример. Наканализованный сумматор.

$$S_n = \sum_{i=1}^n x_i \quad , \quad n = \text{const.}$$

$$S_n[k] = S_n[k-1] + x[k] - x[n-k]$$

Сумму отобразившем с метрикой объекта

Метрика на канализ. патер.



и корректируется при поступлении очередного дискретного сигнала. Нет необходимости переисчислять всю метрику от начала до конца. Достаточно лишь хранить некую последовательность, по которой будет отчитываться метрика.

Те же процессы протекают при декодир. по витеربی.

Пусть метрика — расст. между 2-ми последоват. между поступающей и взятой из конечного набора возможных.

$$d_{m,i+1}^2 = d_{m,i}^2 + \delta_{m,i+1}^2$$

Формула следует из опред. Евклидова расст.

$\delta^2$  - добавка, суть Евклидова расстояния

$$\delta_{m,i+1}^2 = (I_{m,i+1} - I_{m,i})^2$$

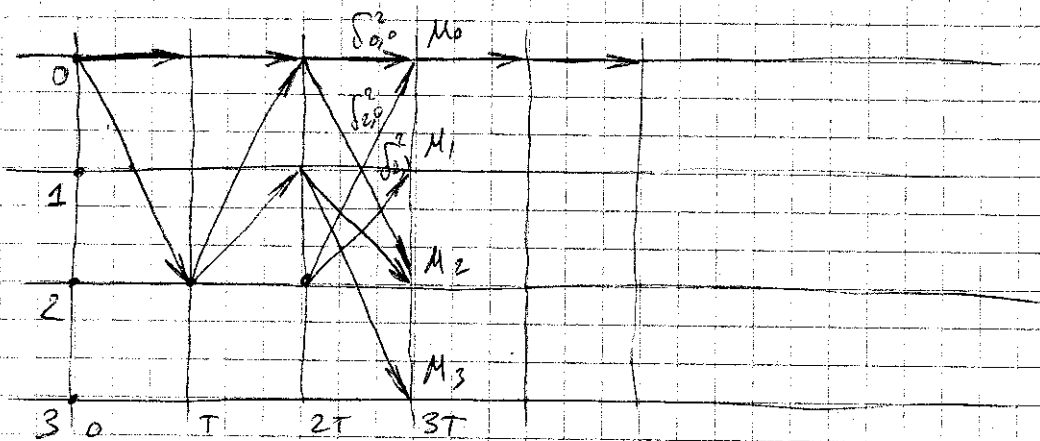
Вычисление Евклидова расст. по всей длине последовательности мы свели к вычислению Евклидова расст. между последним принятым символом и символом из каждого набора. При этом вычислять вычисления  $\delta^2$  по всей последов. не нужно, а информации о расстоянии между принятой последовательностью и каждым набором возможных последовательностей хранится в  $\delta_{m,i}^2$ , которая накаплив. постепенно. Чем длиннее принята последов. к одной из наборов возможных, тем меньше метрика, соотв. этой последовательности.

### Алгоритм Витерби.

Патроек на св-ве приращение метрики и регулярности решетчатой структуры.

#### ① Инициализация

Все метрики равны 0 ( $\forall$  значений, но одинак).



Решетер пути - двун. решетер (FIFO), кст. содержит наиболее правдоподоб. последов. для заданного состояния.

Длина решетров путей напрямую зависит от кодового ограничения.

$$N = 5 \cdot K$$

$K$  - кодовое ~~пред~~ ограничение (длина двоичного решетра)

$$K = 3$$

Для протого случая для декодир. информации последов. несомн. сравнивать на 15 интервалах при скорости кода  $\frac{1}{2}$ . Длина тем больше, тем меньше ОСМ.

Задача декодир. - выбрать длину последов. такой, чтобы все пути, соответствующие кодовой комбинации.

между символами или 1 - Рху.

### ③ Обновление метрик

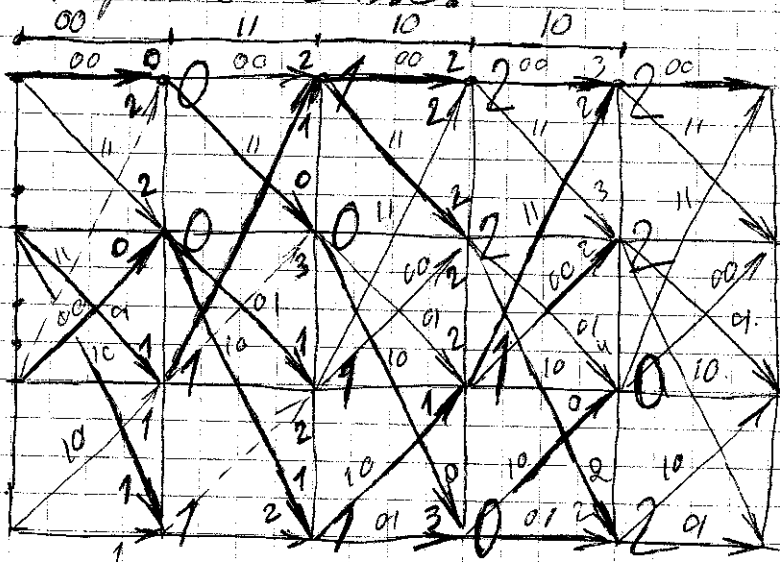
$$M_{i+1} = M_i + \delta_{i,j,k}^2$$

После метрикой  $M_{i+1}$  или той, которая меньше.

В каждой вершине сравнив 2 метрики, состав. 2<sup>м</sup> ребрам. Остается та метрика и тот путь, кот. соотв. наим. метрике.

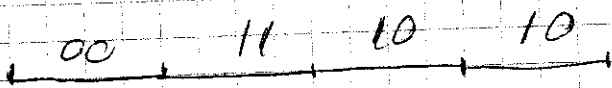
④ Из всех вершин выбрать вершину с наим. метрикой и выдать на выход содержимое её регистра пути, записать N шагов назад.

### ⑤ Перейти к п. 2.



0 1 1 0  
00 11 10 10

0	0	0	0
0	1	1	1
0	0	0	0
1	1	1	1

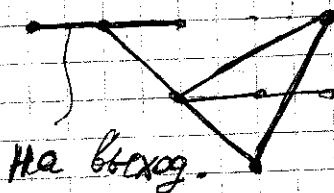


Если взять большее кол-во символов  $\rightarrow$  отобразить путь.

Конкуренты

00	10	10	00
00	10	10	10
10	11	11	10

Сформ. решетку заданной длины, чтобы все возможные конкуренты на выходе имели бы идею начала.



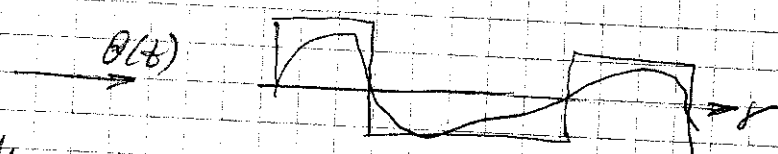
Мягкие и жесткие решения.

Входящая кодовая информация для декодера в подавляющем большинстве случаев снимается с демодулятора.

При демод. используется мех-м мягких решений, чтобы уменьшить ошибки при составлении метрик.

В демодуляторе решается задача обнаружения и распознавания в одномерном признаковом пространстве.

В простом случае одна величина сравнивается с  
порогом - заданным порогом.



Мягкие решения позволяют определить не  
только подавленную информацию, но и степень  
близости вох сигнала до порога, к тому или  
иному предельному значению.

Произведем квантование на определенном уровне,  
как в АЦП. Все уровни сопоставим с бинарной кодой.

Будем определять не только порог относительно  
порога, но и между его абсолютными величинами.

Эту информацию можно учесть при вычислении  
метрик. Тогда раст. Хэмминга замен. Евклидовым,  
неоднозначность уменьшается.

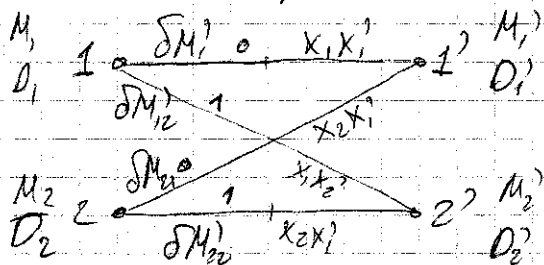
На практике при 2-4 битное мягкое решение  
дальнейшее увеличение разр. квантования не дает существен  
выигрыша при декодировании.

При вычисл. Евклидовых расстояний между  
уровней отталкивание к порогам. Чем больше порогов

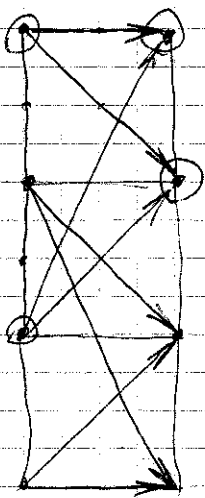
- ищется самый короткий декодер. в сторону отриц. значений.
- вых. решение декодера всегда будет однозначным, не попадет на границу.

## Аппаратная реализация алгоритма Витерби.

Элементы решетки.



Аппар. реализация алгоритма Витерби подразумевает определенную структуру, сост. из опор. элементов - трекисов trellis.



$$M_1' = \min \begin{cases} M_2 + \delta M_{21}' \\ M_1 + \delta M_{11}' \end{cases}$$

$$M_2' = \min \begin{cases} M_1 + \delta M_{12}' \\ M_2 + \delta M_{22}' \end{cases}$$

Если  $M_2 + \delta M_{21}' = \min \Rightarrow$

$$P_1' = P_2 \leftarrow \emptyset$$

Если  $M_1 + \delta M_{11}' = \min \Rightarrow$

$$P_1' = P_1 \leftarrow \emptyset$$

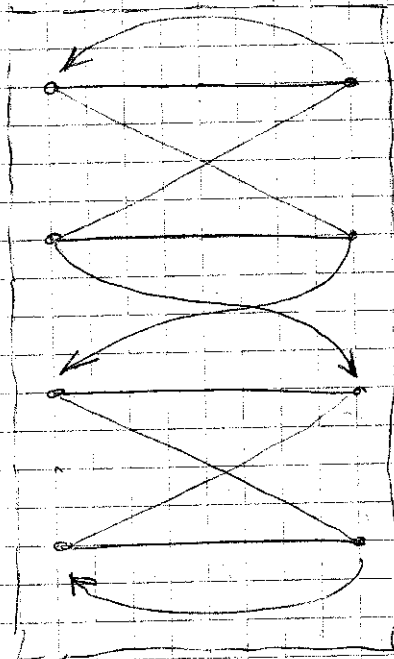


$$\text{Если } M_1 + \delta M_{12}' = \min$$

$$D_2' = D_1 = 1$$

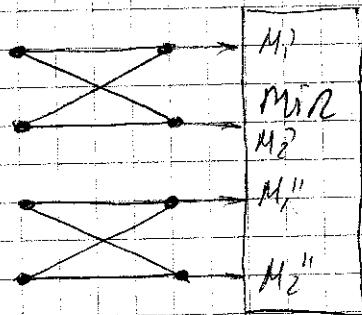
$$\text{Если } M_2 + \delta M_{22}' = \min$$

$$D_2' = D_2 = 1$$



Блок  
Тремисль

После вооружения метрик в  
каждом тремисе  $\rightarrow$  ищ  
предается с боковых на  
бок. Это означает переходу  
к след. шагу решетки.



$D_{i,j}(k)$

воздаётся  
дл пути,  
путь которого  
меньше.

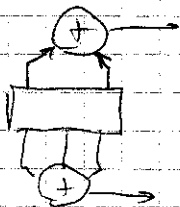
Алгоритм мин метрик

ПЗУ  
коды  
рефер

Декодер для непрерывных кодов

Для  
расчёта  
метрик.

При декодир. прерывных кодов вычисл. метрик по первому прерыванию (по 3 битам) за один шаг одновременно вычисл. метрики по 2<sup>му</sup> шагам?



$x_1 y_1, x_2 y_2, x_3 y_3$

$x_1 y_1, \cancel{x_2 y_2}, \cancel{x_3 y_3}$

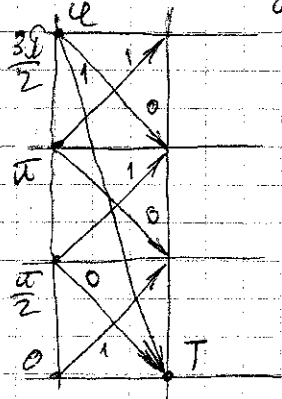
В прерыв. паре пропущен бит замен нулем и не влияет на метрику.

1) вычисл. по непрерыв. паре

2) вычисл. по прерыв. паре

Декодулятор MAX правдоподобия, использ. метрику фазовую связь для ловчим. помехоуст. (исп. алг. Витерби).

Решётку фазовых траекторий ЧКФ сигнала можно сопоставить решётке, иллюстрирующей работу декодера светочных кодов.



Получаем аналогичную структуру.

Каждое сот. реш. (сот. фазов. 6

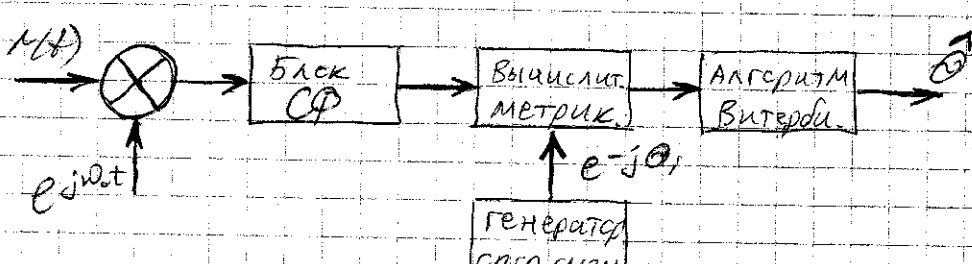
контур метрику. перекода обладает

2<sup>ми</sup> входами и выходами).

Каждому ребру решетки соотв. инф. символ.

Тело соот. решетки полугруппа.

Составление навязана мыслью том, что декодер Витерби может быть исполн. для демодуль. ЧМКО сигналов. Путь по решетке соотв. опред. фазовой траектории сигнала. Непрерывность фазы гарантирует целостность пути. Вобщем метрику сводится к вычисл. КР между входным сигналом и набором гармонич. сигналов одинак. частоты, но имеющих разную нач. фазу. Так как именно решается задача вычисл. нач. фазы на границе межсимв. перехода.



$$\begin{aligned}
 \text{наполн. метрики} \quad CM_n(I) &= \int_{nT}^{(n+1)T} y(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t, I)] dt = \\
 &= CM_{n-1}(I) + \int_{nT}^{(n+1)T} y(t) \cos(\omega_0 t + \theta(t, I) + \theta_n) dt.
 \end{aligned}$$

$y(t)$  - входной сигнал

прирост метрики на текущем межсимв. инт.

$CM_n(I)$  - метрика "вычисл. макс." по Витерби пути

$\theta(t, I)$  - фаза траектории

$\theta_n$  - фаза, наложенная за период симбиоза.

Приращение фазы  $V_n(I, \theta_n) =$   
$$= \int_{nT}^{(n+1)T} y(t) \cos(\omega_0 t + \theta(t, I) + \theta_n) dt$$

Изучим вопрос генерации фазовых траекторий в генераторе.

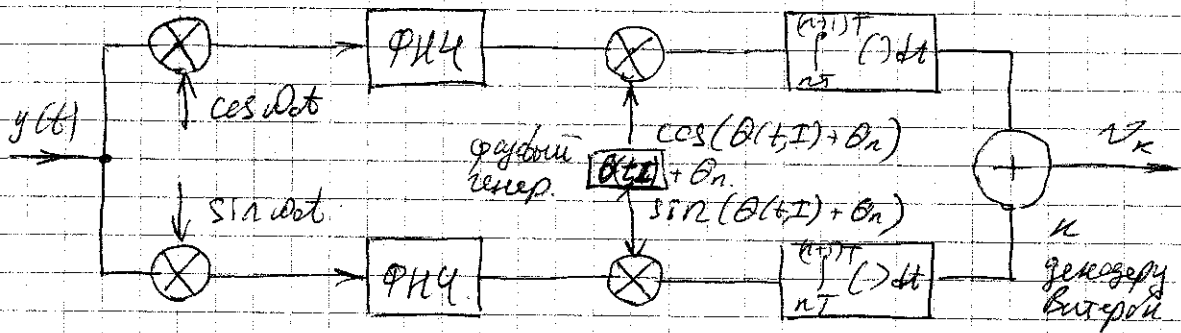
Разложим приращение фазы как разность сумм аргументов. Разобьем интервал интегрирования на чередующиеся интервалы  $T_0$ , считая что разность функций измен. незначительно.

$$V_n(I, \theta_n) \approx \int_{nT}^{(n+1)T} y_c(t) \cos[\theta(t, I) + \theta_n] dt +$$
$$+ \int_{nT}^{(n+1)T} y_s(t) \sin[\theta(t, I) + \theta_n] dt$$

$$y_c(t) = \int_t^{t+T_0} y(t) \cos(\omega_0 t) dt \quad y_s(t) = \int_t^{t+T_0} y(t) \sin(\omega_0 t) dt$$

$y_c, y_s$  - квадраты компоненты передаваемого сигнала.

Функция схемы демодуля, реализующий алгоритм.



В зависимости от ~~того~~ того, где какая шема вычисл. метрика, фазовый генер. вычисл. сигнал.

Рабочие хар-ки опт. демодуля.

ЧМФ-сигналов, исп. алгоритм Витерби.

Хар-ки алгоритма зависят от параметров ЧМФ-сигнала, а именно глубины памяти  $L$  и индексов модуляции  $k$ .

Предположим, что есть 2 переданных сигнала,  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$ . Каждый из них состоит некоей фазовой траектории, определяющей передаваемую информацию.

$$S_1(t) \rightarrow \varphi(t, I_1)$$

$$S_2(t) \rightarrow \varphi(t, I_2)$$

$I_i$  и  $I_j$  отныне в 1<sup>ом</sup> переданном символе.

$$0 \times 0 \sim K$$

$$1 \times 1 \sim K$$

Рассм. время интервала  $NT$ .

$$d_{ij}^2 = \int_0^{NT} [s_i(t) - s_j(t)]^2 dt =$$
  
$$= \frac{2E}{T} \int_0^{NT} [1 - \cos(\varphi(t, I_i) - \varphi(t, I_j))] dt.$$

Евклидово расст. между сигналами сводится к разности фаз на решетке состояний.

$$d_{\min}^2 = 2E \lim_{N \rightarrow \infty} \min \left\{ \frac{\log_2 M}{T} \int_0^{NT} 1 - \cos \varphi(t, I_i - I_j) dt \right\}$$

$M$  - объем алфавита.

Вероятность ошибки декодир.

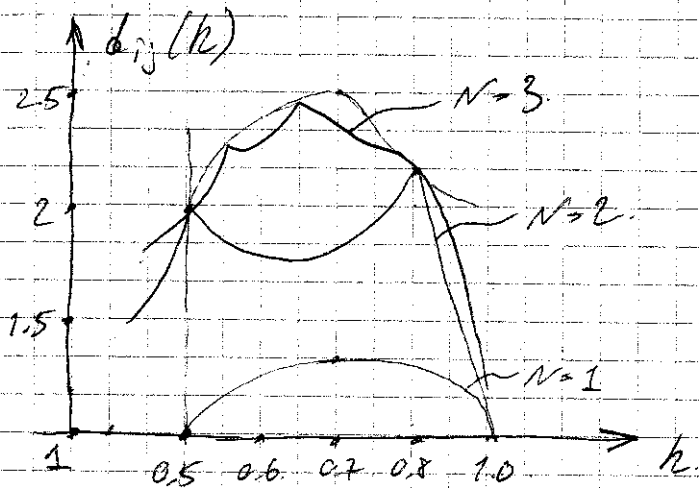
$$P_E = \kappa Q \left( \sqrt{\frac{d_{\min}^2}{2N_0}} \right) \quad Q - \text{функция Лапласа.}$$

Формула для мин. Евклидова расст. ошибок.  
кривую, кот. имеет max и min. При  $N=1 \rightarrow$

$\rightarrow k_{opt} = 0.715$ , при этом. выигрыш 0.85 дБ по  
сравн с  $h=0.5$  и  $h=1$ .

Евклидово расст. увеличив. с увеличением  $N$ .

Зависим. Евкл. раст. от инд. модулации.



Для  $N=4 \Rightarrow$   
сближается с  $N=3$ .

С помощью алгоритма Витерби для декодирования ЧМД  
нет смысла рассматривать пути, длиннее 3<sup>й</sup>, 4<sup>й</sup> символов,  
т.к. при этом не лучше выстроится в Евклидовом  
расстоянии, а наоборот, не уменьши вероятность  
ошибки.

## Проблемы синхронизации в системах связи.

Такая и другая синхронизация по времени.  
Для инициализации квант. алгоритмов требуется некая  
знаем пар-ов времени каждого.

В реальных системах связи актуальность облив:

1) Канал передачи обладает фильтрационными  
св-вами. Эти св-ва обусловлены:

а) Задержкой распространения.

б) Многолучевостью.

в) Замыканием.

И фильтр блуж. ФЧК, АЧК  $\rightarrow$  искажение.

времени, некая задача синхронизации  
для всех пар-ов времени.

2) Генераторы опорных частот прд. и прм.  
всегда облад. расхождением по частоте.

Таким образом, некая синхронизир. прд. и прм.

Нестабильность генераторов  $\pm 30 \text{ ppm}$ .

Если не принимать мер по синхрониз. прм.



перегрузка умножил 10 кВат/сек  $\rightarrow$

1 раз в 3 сек будет потеря информации.

$$r(t) = s(t - \tau) + n(t)$$

$$s(t) = \text{Re} \left\{ g(t) \cdot e^{j\omega t} \right\}$$

$g(t)$  - сигнал на нулевой частоте.

$$r(t) = \text{Re} \left\{ [g(t - \tau) e^{j\varphi} + z(t)] e^{j\omega t} \right\}$$

$$\varphi = -\omega t_0 \tau \quad z(t) = \text{н.ч.}$$

Произведем преобразование частот в нрм.

$$r_{\text{нн}}(t) = r(t) e^{-j\omega t_0 t} = [g(t - \tau) e^{-j\varphi} + z(t)] \cdot$$

$$\begin{aligned} \cdot e^{j\omega t_0 t} e^{-j\omega t_0 t} &= g(t - \tau) e^{-j\varphi} e^{j\omega(t_0 - t_0\tau)t} + \\ + z(t) e^{j\omega(t_0 - t_0\tau)t} &= g(t - \tau) e^{-j\omega t_0 \tau - j\omega(t_0 - t_0\tau)t} + \\ + z(t) e^{j\omega(t_0 - t_0\tau)t} \end{aligned}$$

Результат сдвинутой

$$g(t - \tau) e^{-j\omega \theta(t)}$$

$$\theta(t) = \underbrace{t_0 \tau}_{\text{задержка}} + \underbrace{(t_0 - t_0\tau)t}_{\text{пульсация частот}} - \text{суммарное расхождение}$$

$$\tau - ? \quad t_{\text{пр}} - ?$$

вывод: задача синхронизации, как и демодуляции, сводится к оценке пар-ов принятого сигнала.

Пусть кэф. компоненты принят. сигнала образует вектор  $\psi = \{r; \Delta t\}$   
 $\Delta t = \{t_{оп} - t_0$

По аналогии с решением задачи демодуляции решаем принятой син. вектор  $M(t)$  по ортонорм. функциям  $\{f_n(t)\}$ ,  $n = \overline{1, N}$

$$r = \{r_1, r_2, \dots, r_N\}$$

Вопросом совместного функциям РРВ координат разложения  $P(r/\psi)$

МП - оценка вектора  $\psi$  наосл. из условия  $P(r/\psi) \rightarrow \max$ .

$$P(\psi/r) = \frac{P(r/\psi) P(\psi)}{P(r)} \rightarrow \max \quad \left( \begin{array}{l} \text{МАН} - \\ \text{критерий} \end{array} \right)$$

Для исполн. МАН неск. значе. распред. вектора  $\psi$ , кот. на практике обычно неизвестно.

Если  $P(\psi)$  - равном. распределение на  $\psi$ , то МАН - оценка совпад. с МП-оценкой.

Выпишем МП - оценку.

Пусть на входе действует белый Гауссов шум.

ПРВ координат = произведение гауссов ПРВ.

$$P(N/\psi) = \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \right)^N \exp \left\{ - \sum_{n=1}^N \frac{[\Gamma_n - \Sigma_n(\psi)]^2}{2\sigma^2} \right\}$$

$$\Gamma_n = \int_{T_0} r(t) f_n(t) dt$$

$T_0$  - время наблюд.

$$\Sigma_n(\psi) = \int_{T_0} s(t, \psi) f_n(t) dt.$$

(оценки кар-ов  $\psi$ ).

$$\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N [\Gamma_n - \Sigma_n(t, \psi)]^2 = \frac{1}{N_0} \int_{T_0} [r(t) - s(t, \psi)]^2 dt$$

$N_0$  - ЕПМ шума.

→ Условие критерия МП, т.е.  $P(N/\psi) \rightarrow \max$ .

Тождественно максимизации функций правдоподоб.

$$L(\psi) = \exp \left\{ - \frac{1}{N_0} \int_{T_0} [r(t) - s(t, \psi)]^2 dt \right\}.$$

Оценка фазы несущей.

Забудем переход к синхронизации в телекоммун. системах.

1) На пр. передаваемому сигналу подним. компонента, называемая pilot - сигналом.

На пр. эти компонента выделяется и исп.;

где ширину не частоте и разе несущей.

Т.к.  $p_{\text{пilot}}$  претерпевает те же ~~уже~~ искажения, что и сигнал, то все оценки справедливы для информанц. сигнала.

На практике для взвешенного  $p_{\text{пilot}}$  - сигнала используется схема ФАП.

2) Оценка фазы несущей частоты производится независимо по принятым сигналам.

Метод обладает рядом преимуществ:

а) Все энергии перед. сигнала тратится только на передачу информации

б) Для формирования  $p_{\text{пilot}}$  и его взвеш. на прием. прием. спец. техник. мерос, достаточно сложные.

Недостаток: передаваемый инф. сигнал ява шумовым по откату и выделением несущей.

В некот. видах модуляции (ЧМ, ФМ) несущая в спектре в явном виде вообще не присутствует, поэтому неох. применять спец. техник. мерос.

Полезный информанц. сигнал. при частоте шумов

Модуль функции (информации) явл. шумовым по отношению к возмущаемой нелинейной цепи при отсутствии шума в канале.

Это эквивал. шум каркает синхрониз. и затрудняет процесс ее восстановления.

Суть подхода к синхрониз., в кот. фазовый не будет. явко, а поднеси на прр., чтобы удержать соотношение  $\Delta\omega$  в схеме синхрониз. приемника. Влияние ошибки синхронизации нелинейной на демодуляцию.

Рассм. АМ.

$$s(t) = A(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi), \text{ на прм.}$$

В прм. происходит прецессия фазы

$$c(t) = \cos(2\pi f_0 t + \hat{\phi})$$

$$c(t) \cdot s(t) = \frac{1}{2} A(t) \cos(\phi - \hat{\phi}) + \frac{1}{2} A(t) \cos(4\pi f_0 t + \phi + \hat{\phi})$$

На выходе демод.  $y(t) = \frac{1}{2} A(t) \cos(\phi - \hat{\phi})$

Тем выше ошибка фазы, тем выше ошибка демодуляции.

В случае разнонапр. генераторов на прд и прм.

$$\varphi - \hat{\varphi} = 2\omega(t_0 - t_{\text{прм}})t.$$

Если для балансной АМ, вист. присутствует несущая частота, этот эффект может критичен, то для амплит. - модуляционной модуль. наличие компон. без с разнонапр. частот приводит к фазовым ошибкам.

Рассм. случай квадр. - ампл. модуль. и

M-позиция ФМ.

Сигнал на прм. ~~Сигнал~~

$$s(t) = A(t) \cos(\omega t + \varphi) - B(t) \sin(\omega t + \varphi)$$

Далее произведем умножение на 2 квадр. несущие и НЧ - фильтрацию.

$$y_c = s(t) \cdot \cos(\omega t + \hat{\varphi}) = \frac{1}{2} A(t) \cos(\varphi - \hat{\varphi}) - \frac{1}{2} B(t) \sin(\varphi - \hat{\varphi}).$$

$$y_s = \frac{1}{2} B(t) \cos(\varphi - \hat{\varphi}) + \frac{1}{2} A(t) \sin(\varphi - \hat{\varphi})$$

При разности фаз, измен. по гармонич. закону, имеет место поворот вектора со скоростью, равной разности частот  $(\omega_0 - \omega_{\text{прм}})$ .

Демонстрация КЭМ и М-ФМ без азенки пар-ов  
несущей не примен. принципиально.

МЛ - азенка фазы несущей.

$$\begin{aligned} \Lambda(\varphi) &= \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_{T_0} [\nu(t) - s(t, \varphi)]^2 dt \right\} = \\ &= \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_{T_0} \nu^2(t) dt + \frac{2}{N_0} \int_{T_0} \nu(t) s(t, \varphi) dt - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{N_0} \int_{T_0} s^2(t, \varphi) dt \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Lambda(\varphi) &= C \cdot \exp \left[ \frac{2}{N_0} \int_{T_0} \nu(t) s(t, \varphi) dt \right] \rightarrow \\ \rightarrow \Lambda_L(\varphi) &= \frac{2}{N_0} \int_{T_0} \nu(t) s(t, \varphi) dt. \end{aligned}$$

Рассм. вариант сигнала, когда  $\nu(t)$  - гармонич. процесс.

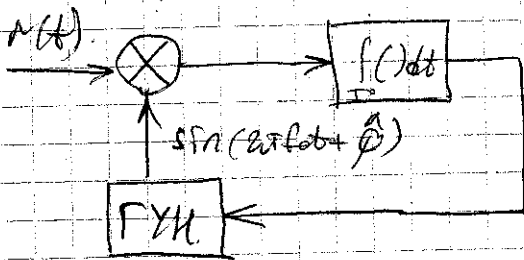
$$\nu(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) + \tilde{\nu}(t).$$

$$\Lambda_L(\varphi) = \frac{2A}{N_0} \int_{T_0} \nu(t) \cos(\omega_0 t + \varphi) dt.$$

$$\frac{d}{d\varphi} \int_{T_0} \nu(t) s(t, \varphi) dt = 0$$

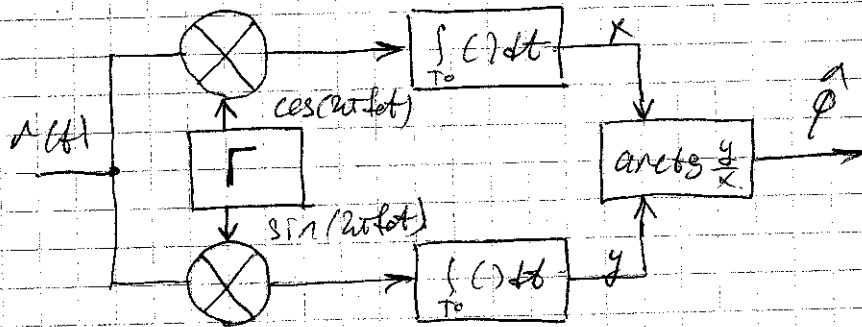
$$\int_{T_0} \nu(t) \sin(\omega_0 t + \varphi) dt = 0$$

Дана рел. ур-н исл. схема ФАПЧ.



Выборное условие работы  $T_0 \gg \frac{1}{f_0}$

$$\hat{\phi} = -\arctg \left[ \frac{\int_{T_0} r(t) \sin 2\pi f_0 t dt}{\int_{T_0} r(t) \cos 2\pi f_0 t dt} \right]$$



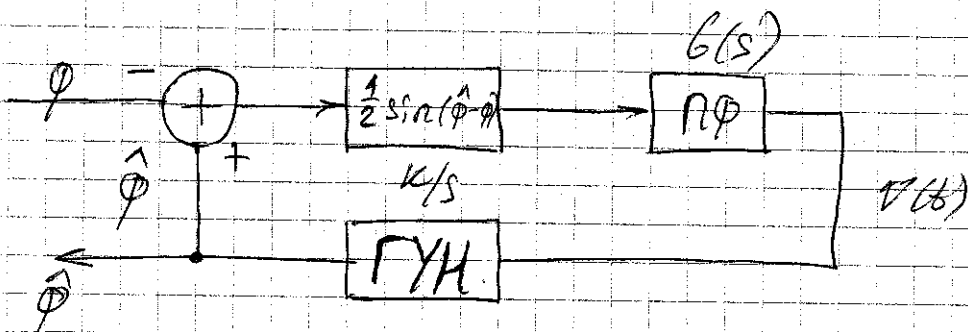
- Недостаток: неоднозначность оценки фазы с точностью до  $2\pi k$ .
- Время вхождения в синхронизм.



- нормирование амплитуд.

Модели замкнутой схемы ФАПЧ.

Схема ~~ФАПЧ~~ ФАПЧ явл. системой автомат. управл. не менее 2-го порядка.



$$[K] = \frac{\Gamma_{\text{У}}}{B}$$

Петлевой фильтр должен иметь притяно передат. функ.

$$G(s) = \frac{1 + \tau_2 s}{1 + \tau_1 s} \quad \tau_1 \gg \tau_2 \quad \text{ПЧФ.}$$

$$\hat{\varphi}(t) = K \int_{-\infty}^t V(t) dt$$

Примем допущение малого отклонения  $\hat{\varphi}$ .

$$\text{тогда } \sin(\hat{\varphi} - \varphi) \approx \hat{\varphi} - \varphi$$

$$U(s) = \frac{K}{2s} G(s)$$

$$1 + \frac{K}{2s} G(s)$$

$$H(s) = \frac{\frac{K}{2s} \cdot \frac{1+T_2s}{1+T_1s}}{1 + \frac{K}{2s} \cdot \frac{1+T_2s}{1+T_1s}}$$

$$H(s) = \frac{K(1+T_2s)}{2s(1+T_1s) + K(1+T_2s)} = \frac{1+T_2s}{\frac{2T_1}{K}s^2 + \left(\frac{2+KT_2}{K}\right)s + 1}$$

Получена ур-е 2<sup>го</sup> порядка.

Описывает колеб. системы.

Перепишем ур-е ФАПЧ через затух. и резонанс. частоту.

$$H(s) = \frac{\frac{K}{2T_1} (1+T_2s)}{s^2 + s \frac{K}{2T_1} \left(\frac{2}{K} + T_2\right) + \frac{K}{2T_1}}$$

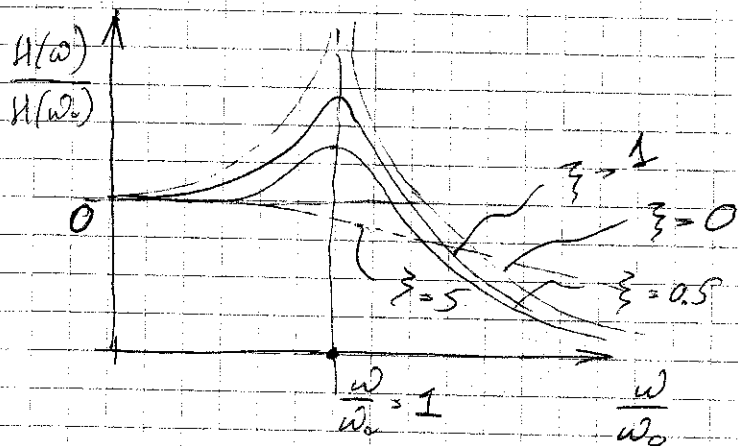
$$H(s) = \frac{\frac{K}{2T_1} (1+T_2s)}{s^2 + 2s \underbrace{\left(\frac{1}{2T_1} + \frac{KT_2}{2T_1}\right)}_{\xi\omega_0} + \underbrace{\frac{K}{2T_1}}_{\omega_0^2}}$$

$$H(s) = \frac{\left(2\xi\omega_0 - \frac{\omega_0^2}{K}\right)s + \omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0s + \omega_0^2}$$

Выбор: схема ФАПЧ явл. ленивым фильтром 2<sup>го</sup> порядка по отношению к входному сигналу.

Фильтр аналогичен колеб. контуре.

У фильтра есть полоса пропускания, частота среза, добротность и т.д.



Эквивал. шумовая полоса петли.

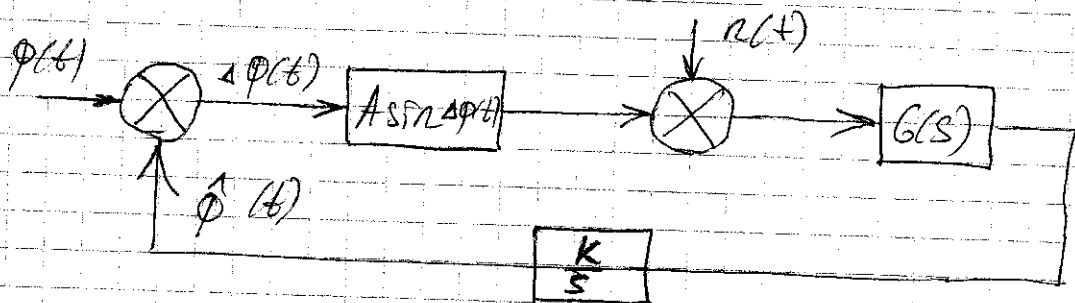
$$B_{экв} = \frac{1 + (\sigma_n \omega_0)^2}{8 \zeta \omega_0}$$

На практике выбор эквивал. шумовой полосы петли являе компромиссом между скоростью выхода в синхронизм и стат. ошибкой слежения.

В схемах ФАП ошибка слежения обратно-пропорц. времени включения в синхронизм и време-пропорц. полосе пропуск. системы.

Полоса пропуск. системы связана с полосой захвата. Чем шире полоса захвата, тем большие отклонения частоты может захватить ФАПЧ.

Если частота как все прочие захвата, то прак. подавление без захвата. При большой посыле захвата наблюдается значит. ошибка измерения.



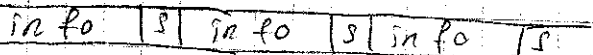
$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{N_0 B_{\text{экв}}}{A^2} = \frac{1}{2} \quad \text{г-ОШМ.}$$

## Восстановление фазы

### Модулированная несущей.

На практике приходится решать задачи синхр. по модуль. несущей.

Есть подход к синхр. с разделением по времени, при котором передаваемая инф. перед. частями в виде пакетов, а время между пакетами занимает синхросигналы.



Есть комбинир. методы - частотные и временные.  
 Всё зависит от тревб. к пропускной способности  
 канала, энергетич. ресурсу и надежности связи.  
 В теории есть 2 подхода к шим. по модулю  
 несущей.

1) Использование петель, управляемых решениями.  
 Подход используется тогда, когда процесс синхронизации  
 можно объединить с демодуль. сигнала, либо когда  
 демодуль. преобладает синхронизации.

$$\Phi N \quad 1_c(\varphi) = \frac{2}{N_0} \int_{T_0} N(t) S(t, \varphi) dt$$

$\downarrow$   
 $I_n \{n\}$  - известна на прм

В завис. от способа решения ур-я  $\Rightarrow$  2 подхода  
 Зная  $I_n \Rightarrow$  точное воспроизведение сигнала.

Неизвестна только фаза.

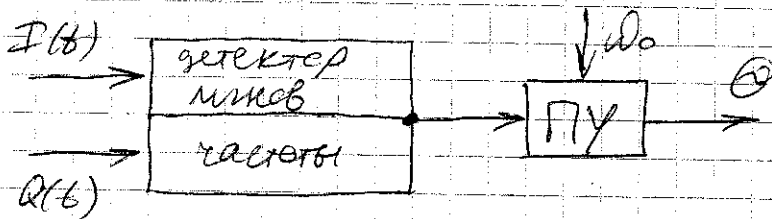
Информацию  $I_n$  можно оценить на прм до  
 синхронизации.

Пример

Демодулятор бинарного ЧМ-сигнала.

Детектор мнов. частоты.

$$\omega(t) = \frac{Q'(t)I(t) - I'(t)Q(t)}{Q^2(t) + I^2(t)}$$



2) Петли, не управляемые по решению. Показав себя исп. решение предполож. что всякая информация явл. шумовым стат. процессом по отношению к несущей частоте. ФНЧ усредняется по ансамблю реализаций приближенных сигналов.

### Пример

Демодулятор синерной АМ.

$$s(t) = A \cos \omega_0 t \cos \omega_c t, \quad 0 \leq t \leq T$$

$$A = \pm 1$$

$$p(A) = \frac{1}{2} (\delta(A-1) + \delta(A+1))$$

$$\bar{\Lambda}(\varphi) = \int \Lambda(\varphi) p(A) dA =$$

$$= \frac{1}{2} \exp \left[ \frac{2}{N_0} \int_0^T r(t) \cos(\omega_0 t + \varphi) dt \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} \exp \left[ -\frac{2}{N_0} \int_0^T r(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi) dt \right] =$$

$$= \text{ch} \left[ \frac{2}{N_0} \int_0^T r(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi) dt \right].$$

$$\bar{\pi}_L(\varphi) = \ln \text{ch} \left[ \frac{2}{N_0} \int_0^T r(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi) dt \right]$$

$$\ln \text{ch} x = \begin{cases} \frac{x^2}{2}, & |x| \ll 1 \\ |x|, & |x| > 1 \end{cases}$$

$$\bar{\pi}_L(\varphi) \approx \left[ \frac{2}{N_0} \int_0^T r(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi) dt \right]^2$$

Используем по К символам (информационном),  
затем возьмём экспоненту.

Получим

$$\bar{\pi}(\varphi) \approx \text{C exp} \left\{ \sum_{n=0}^{K-1} \int_0^T \frac{2}{N_0} r(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi) dt \right\}^{(n+1)T}$$

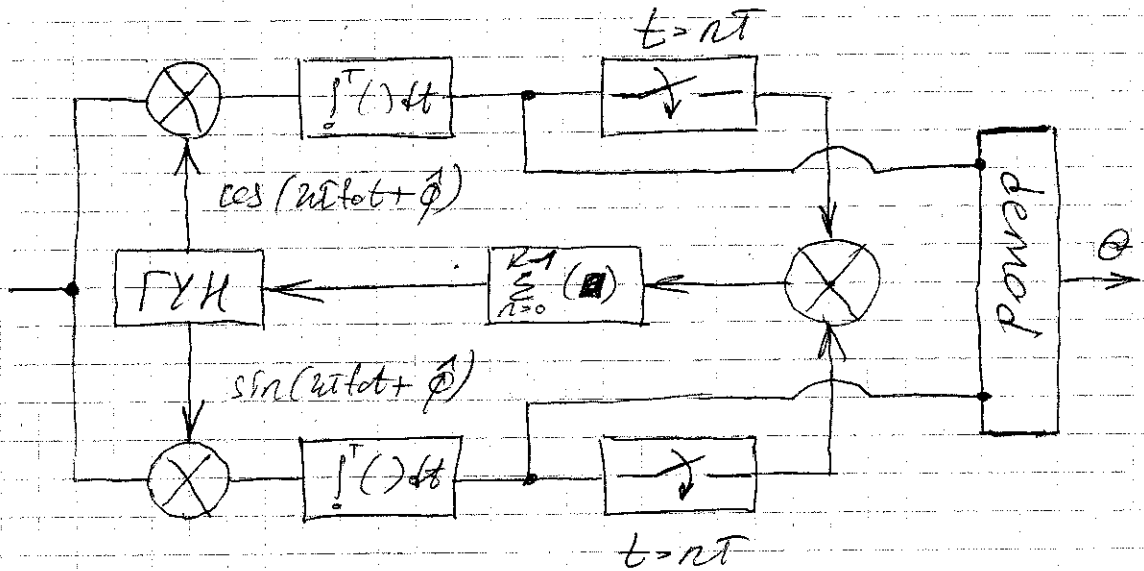
$$\frac{d}{d\varphi} \bar{\pi}_L(\varphi) = 0$$

$$\sum_{n=0}^{K-1} \int_0^T r(t) \cos(2\pi f_0 t + \hat{\varphi}) dt = 0$$

$$\cdot \int_0^T r(t) \sin(2\pi f_0 t + \hat{\varphi}) dt = 0$$

Получим ур-е где срез системы, кот.

В остальной части AM-сигнала.



+ : Осуществление переноса вход. сигнала на нулевую частоту (подавление несущей). Будет скомпенсировано. раз.

### Квадратурная петля.

Это устройство используется для фазовой и частотной синхронизации в схемах с бинарной демодуляцией.

$$S(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi)$$

Амплитуда сигнала стационарна и центрирована. ноль.



$$A = A(t) \quad M[S(t)] - M[A(t)] = 0$$

Возведём сигнал в квадрат

$$S^2(t) = A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) = \\ = \frac{1}{2} A^2(t) + \frac{1}{2} A^2(t) \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)$$

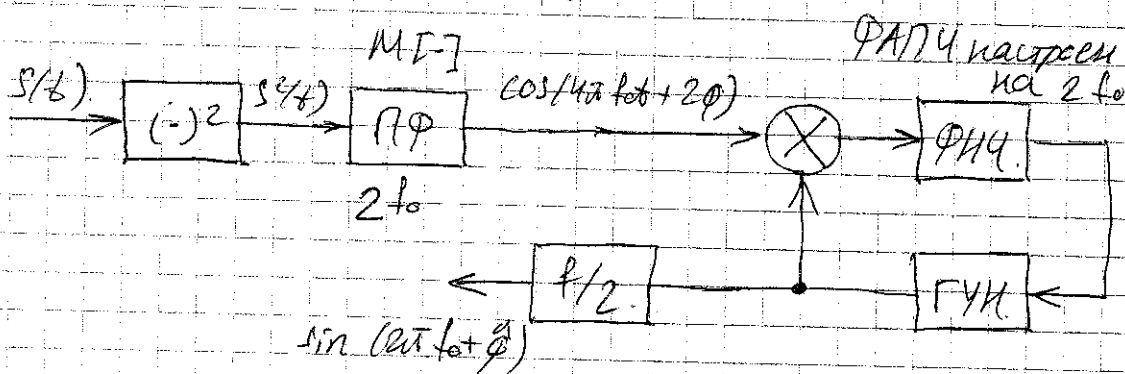
Найдём среднее значение квадрата сигнала

$$M[S^2(t)] = \frac{1}{2} M[A^2(t)] + \frac{1}{2} M[A^2 \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)] \\ \parallel \quad \parallel \\ E_A = \text{const} \quad \frac{1}{2} M[A^2] \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)$$

Т.к. средний квадрат амплитуды пост. величина, то попер. компонент ~~сигнала~~ сигнала на ВЧ,

$$S(t) = A(t) \cos \omega_0 t \\ R(t) = R_A(t) \cos \omega_0 t$$

притом он свободен от модуляции.



В результате комм. преобразования (возв. в квадрат) образуется спектр компонента на удвоенной частоте. Это аналогично амплитудному детектированию и

воображении сигнала. Эта спектр компонента  
выдел. полосовым фильтром, настро. на удвоенную  
частоту. Схема ФАПЧ настроена на удвоенную  
частоту и синхронизир. по фазе к сигналу, сигналу  
с выхода полосового фильтра. Делитель частоты  
формирует сигнал, явл. опорным и содержит информ.  
о частоте и фазе входного сигнала.

- Определ. фазы в меньшем диапа. за счёт  
увелич. частоты в 2 раза.  $(-\frac{\pi}{2} \dots \frac{\pi}{2})$
- Качество синхрониз. зависит от реал. полосового  
фильтра. Чем шире полоса, тем больше ошибка,  
кот. зависит от стат. хар-к.

Одна из проблем схем выстан. нецелой, нецел.  
решением, - это проблема длинных символов.

В ТЗ при разраб. и демод. усл. схему синхр.  
без решения, обнаруживается кол-во одинаковых  
символов.

Время выст. в синхронизм.  
 $\tau_{sys} \ll T_c$   
ФАПЧ  
Способность не расстр. при передаче  $\tau_{sys} > nT$

На практике  $n \approx 500 \dots 1000$ .

Главной недостатком - обращение спектра при взведении в квадрат

$$r(t) = s(t) + n(t)$$

$$r^2(t) = s^2(t) + 2s(t)n(t) + n^2(t)$$

При малых ОСМ, шумовой компонентой будет преобладать эффект подавления сигнала шумом.

Данная схема хорошо работает при относительно больших ОСМ.

### Петля Катаса

Схема разработана для подавления нецелой амплитуды с двукратной модуляцией

$$AM: r(t) = s(t) + n(t)$$

Перенесем  $n(t)$  на нулевую частоту

$$\underline{y_c(t)} = [s(t) + n(t)] \cos(2\omega_0 t + \varphi) =$$

$y_c(t)$  - сигнал  $r(t)$  на нулевой частоте.

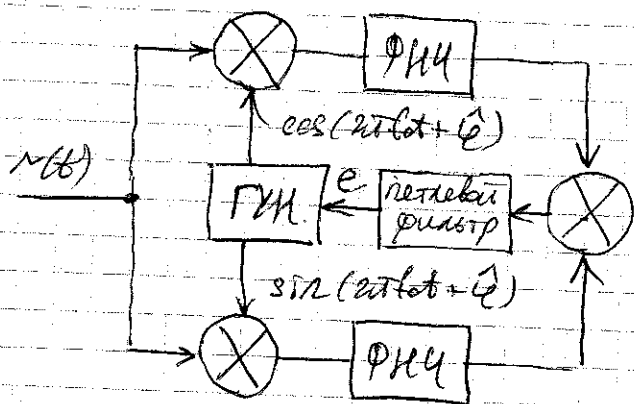
$$= \frac{1}{2} [s_c(t) + n_c(t)] \cos \alpha \varphi + \frac{1}{2} n_s(t) \sin \alpha \varphi + \dots$$

Сигнал с удвоенной частотой  $\uparrow$

$$y_s(t) = [s(t) + n(t)] \sin(2\omega_0 t + \varphi) =$$

$$= \frac{1}{2} [A(t) + N_s(t)] \sin \Delta\varphi + \frac{1}{2} N_c(t) \cos \Delta\varphi + \dots$$

$$\Delta\varphi = \varphi - \hat{\varphi}$$



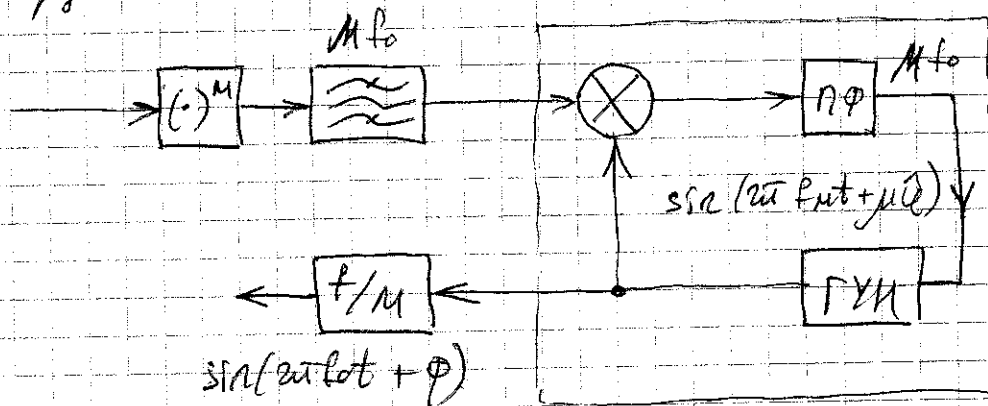
$$e(t) = \frac{1}{4} \left\{ [A(t) + n_c(t)]^2 - n_s^2(t) \right\} \cdot \sin(2\Delta\varphi) - \frac{1}{4} n_s(t) [A(t) + n_c(t)] \cos(2\Delta\varphi)$$

Сигнал ошибки состоит из полезной компоненты, пропорц.  $A^2 \sin(2\Delta\varphi)$  и всех остальных шумовых компонент. Схема Костаса полнотью идентична квадратичной петле. В качестве ФНЧ используют фильтры 3-го порядка с сигнальным импульсом.

Схема выделения синхросигнала из сигналов с M-арной модуляцией.

- Маленький диапазон измерения фазы  $\frac{2\pi}{M}$
- Высокая чувствит. к шумам
- Проблемы с фазовой реализацией.

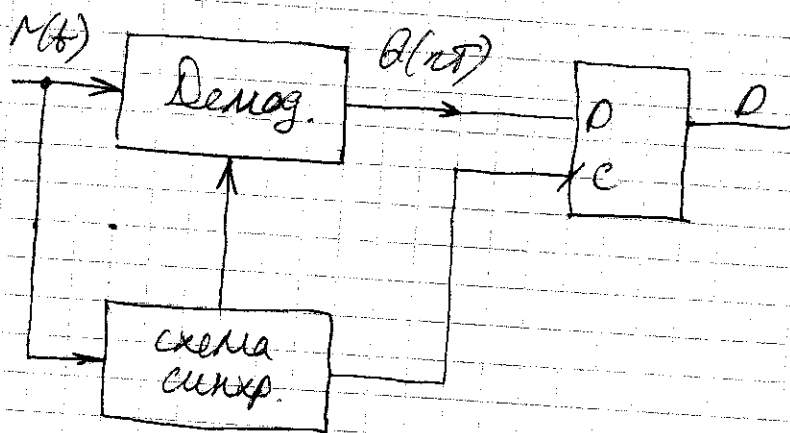
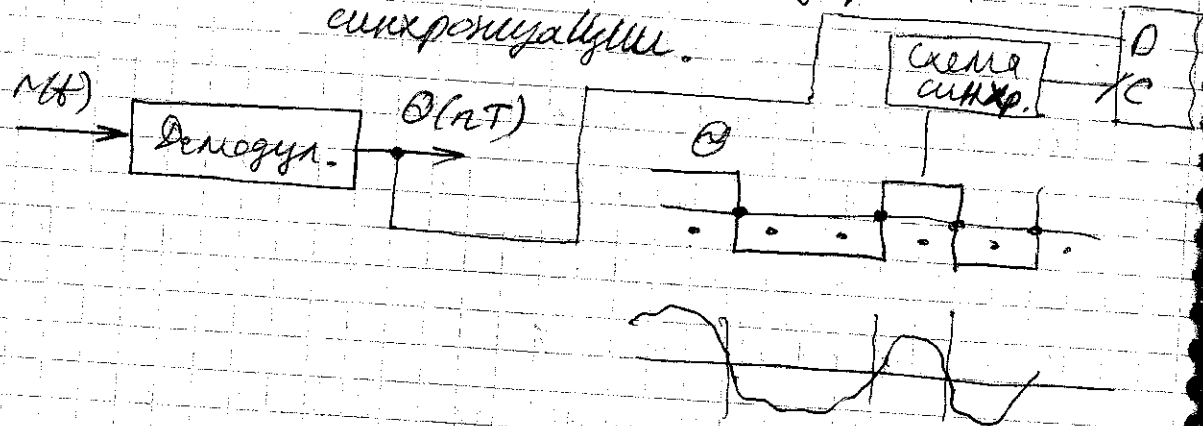
Грунт-схема



Неожиданно повышение частоты дискретизации входного сигнала из-за увеличения частоты при возведении в степень  $(-)^M$ .

По аналогии со схемой Костаса для подавления сигнала с двукратной модуляцией

Синфазно - среднефазное устр-во  
синхронизации.

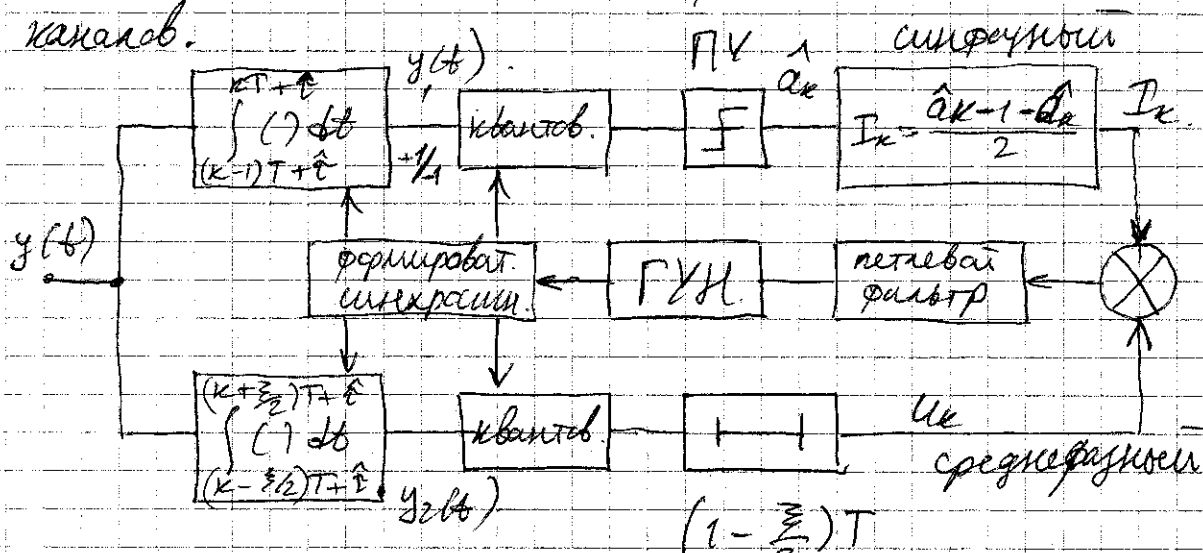


В синфазно - среднефазном устр-ве совмещены  
определенные синхр. и детектирование. Работа  
устр-ва основана на изменении событий: происходит  
ли переход фазовых символов  $0 \rightarrow 1$  или  $1 \rightarrow 0$ .  
Если происходит, то какой именно.

Синфазно - среднефазное устр-во явл. схемой  
синхронизации по решению.

Направление перехода использ. для определения знака сигнала (сложения).

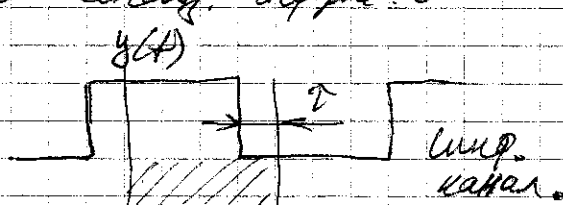
Устр-во состоит из средне-фазного и синфазного каналов.



Рисун. среднефазный канал.

Принцип интегрир. входной информации по зульт. сигнала. Следующая схема стремится компенсировать ошибку синхронизации  $\hat{\tau}$  и приближать границы интегрир. к началу и концу сигнала.

Синфазный канал служит для вычисл. координат переходов. Для этого целозум. информация о предшествующем сигнале.



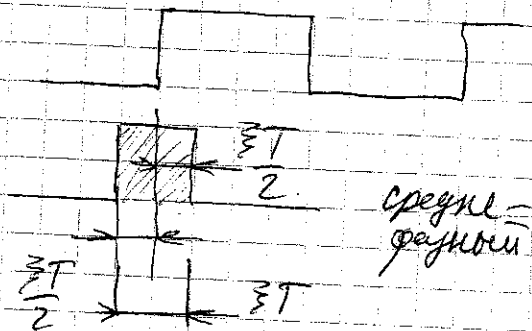
Среднефазный канал - вычисл. абсц. величина задержки  $\vartheta$ . Интерпр. сушь так, чтобы интервал интерпр. захватывал наимень. переход.

Пусть управл.

пар-ом  $\xi$  можно

менять равные кар-ки

алгоритма.



При установл. <sup>выходная</sup> синхронизации величина средне-фазного канала равна 0. При отклон. синхрониз. выходная величина пропорц. времени запаздывания. Знак запаздыв. опрезад. направлением наимень. перехода. Чтобы при переходах не возникли ошибки синхронизации, есть инфразонный канал, кот. ~~еще~~ корректирует знак ошибки.

Синфазно-среднефазное устр-во - это модифик. тем. схемы синхронизации путем введения информации о напр. наимень. перехода.

Устр-во универсально для всех типов демодул.



+ Схема способна поддерживать синхронизм при изменении сигнала на входе, т.к. содержит генерирующий элемент. Стойки времени полеты заката и времени вхождения в синхронизм данной схема в 2 раза превышает обычную ФАПЧ, т.к. имеет информацию о знаке возможного перехода и эта инф. не явл. шумовым процессом по отнош. к синхронизму.

- Для вхождения в синхронизм требуется подача опред. кол-ва символов. Ошибка синхрон. пропорц. длительности врем. знака  $\xi T$ .

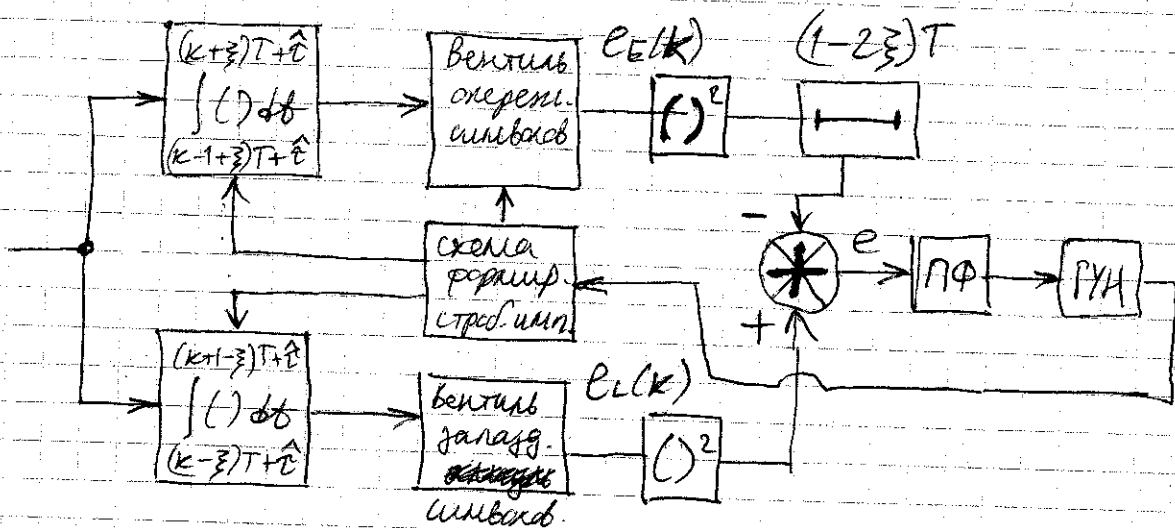
Есть потенциальные проблемы точности, связ. с аппаратной реализацией интегратора. Точность квантов.

Даже при большой АЧМ при передаче длинных символов падает угол синхронизации.

- Рабочие хар-ки схемы зависят от качества демодулятора.

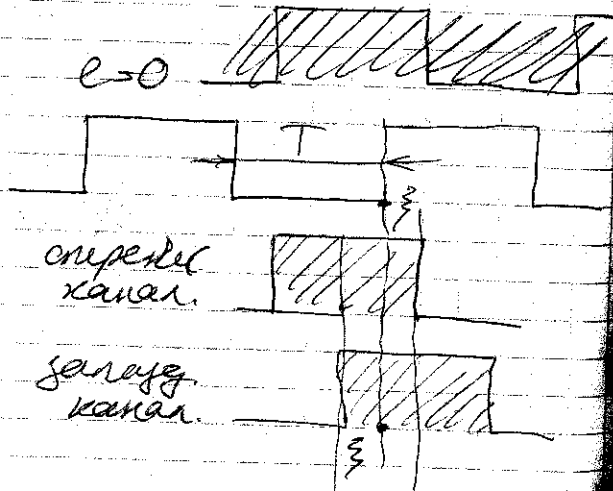
Исп-во синхронизации с оперен. и  
запаздыв. стробированием.

Относится к классу замкнутых систем. Синхрониз.  
осущ. с помощью ФАПЧ локального генератора,  
частота которого составляет сигнал, част. скрости  
передачи сигнала.



При  $\hat{\epsilon} = 0 \Rightarrow$

результаты интегрир.  
сигналов, амплитуда  
нулевая.

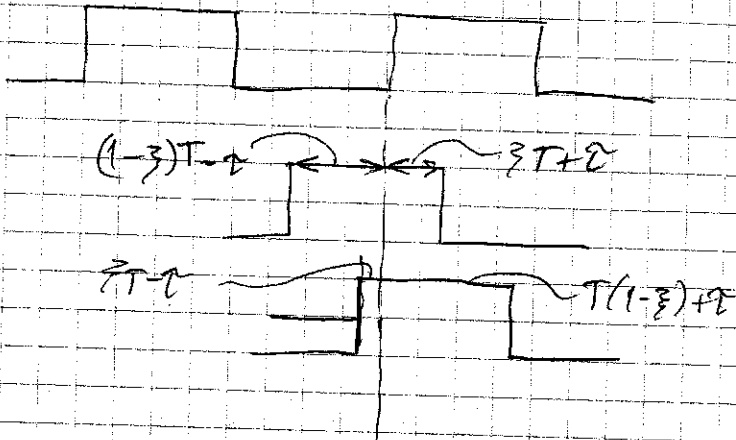


При наличии  
ошибки сигнал

в энергии, накопл.

в интеграторах,  
преприц. величине  
ошибки.

На выходе сумматора над ошибками и коррект.  
ГУН.



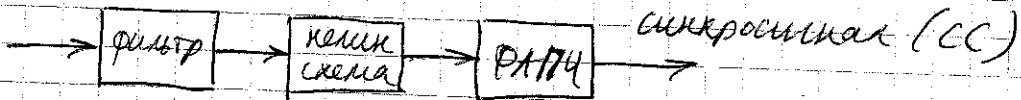
— Работает как-то скелетные куче синфазно —  
— среднего уровня устр-ва, т.к. не использ. информация  
о символах.

— В результате неидеальности квантования и  
интегрирования на длинных символах происходит  
уход синхронизации.

+ Возможна потеря сигнала при отсутствии  
сигнала на входе.

# Субоптимальная комбинац. система синхронизации.

Альтернативным решением замкнутой и разомкнутой схем синхрониз. явл. использ. комбинац. схем, кот. объедин. преимущества первых 2х.

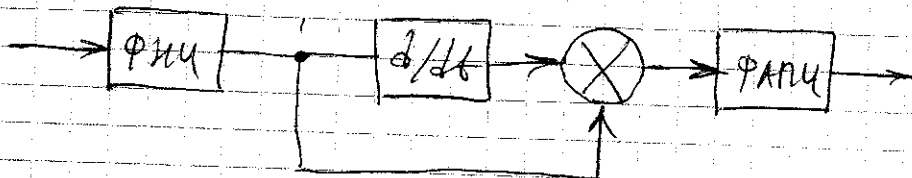
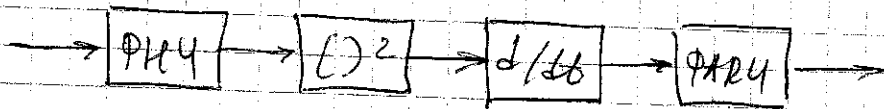
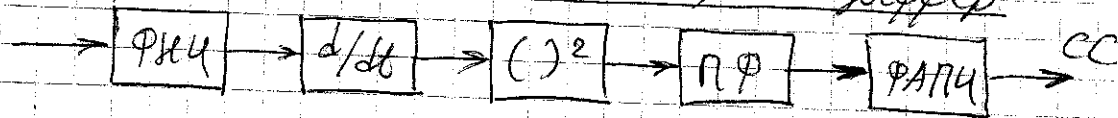


Фильтр уменьшает ШМ на входе (обычно он согласован с номинальным импульсом).

Келли-схема предназн. для выдел. гармоник сигнала на частоте следования импульсов.

ФАПЧ формирует синхросигнала и его поддетис.

Субопт. схема такт. синх., цел. дилдер



Разное гр-е.

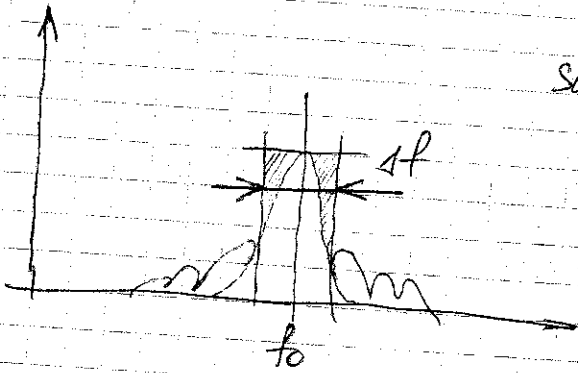
$$\frac{\Delta L(t)}{\Delta t} = \sum_n I_n \frac{d}{dt} \int_{T_0}^t r(t) g(t - nT - \tau) dt$$

↑  
сигн. импульс

На практике есть схемы таймированной (timer) ФАПЧ. ФАПЧ производится коррекция только между семами.

- + Устойчивость захвата синхронизации зате при малых ОСМ на входе при размыкнутая часть всегда выделяет синхронизацию.
- + Синхр. поддери зате при кратковрем. переключении сигнала на входе благодаря ФАПЧ.
- + Отсутствует дрейф синхронизации, т.к. схема содержит только один интервалор.
- Систематическая неустойчивая ошибка синхронизации. Она обусловлена задержкой на фильтре.
- Повыш. требования к качеству полосового фильтра. (чтобы уменьшить флуктуации ошибки на входе)

Многоканальная передача сигнала  
в системах с 1 разнесением.



$$s(t) = \operatorname{Re} \{ \hat{A}(t) e^{j\omega t} \}$$

$$\omega = \omega_0$$

В зависимости от квант. амплитуды  $\hat{A}(t) \Rightarrow$   
 $\hat{A}(t) = \hat{A}_0(t) g(t)$

↑ формирует спектр.

$\hat{A}_0(t)$  - действ. величина  $\Rightarrow$  АМ.

$\hat{A}_0(t) \sim e^{j\omega_m t} \Rightarrow$  ФМ.

$e^{j\omega_m t} = \cos \omega_m t$  при  $0 \leq t \leq T \Rightarrow$  ЧМ

$\hat{A}_0(t) = A_m e^{j\omega_m t} \Rightarrow$  QAM.

$A_m, \omega_m = \text{const}$  при  $0 \leq t \leq T$

Ширина спектра определяется максимальной скоростью вне зависимости от  $f_0$ .  $R \sim \frac{1}{T}$ .

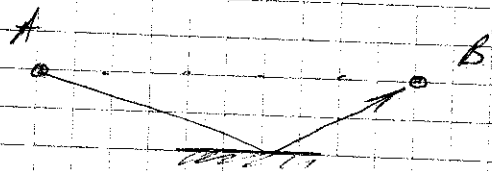
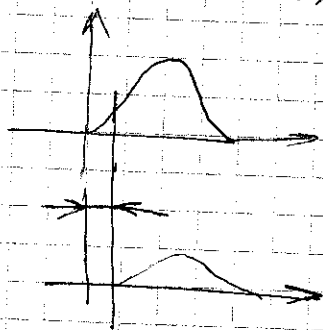
Недостатки широкополосной модуляции?

- Низкая эффективность использования полосы спектра (энергия сосред. в области несущей частоты).

Для улучшения спектра приходится прибегать к сложным приемам ухищрениям путем использования различных тех. аппаратов, согласов. фильтрации и т.д.

- Механическая интерференция. Слабая тенденция к увелич. скорости передачи данных возникла из-за расширения спектра и уменьш. длит. символа, т.е. при  $R \uparrow \Rightarrow T \downarrow$ .

Укорочение символа приводит к появлению близкого механич. интерференции.



Это явление ~~как~~ можно сравнить как ка делозер, так и на симп.

Применение широкополосной модуляции огранич. по R.

$W_{\Sigma}$  - за интерфер. и низкой эффективн.

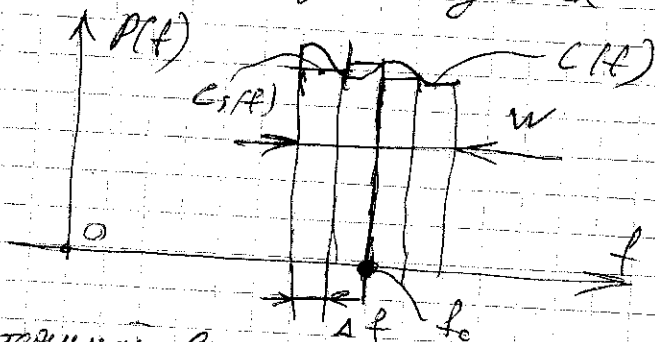
Один из подходов, кот. позволяет снизить мощность интерференции, задав в раздв. введ. каналы гатет на большое кол-во подканалов. Каждый из них практически идеален.

$$C(f) = \text{чк канала}$$

В пределах подканала

чк можно считать постоянной  $C_i$

$$\Delta f \ll W$$



$$C = W \log_2 \left( 1 + \frac{P_{\text{ср}}}{W N_0} \right) \quad - \text{проп. спл. канала}$$

$$C_{\text{ср}} = \Delta f \log_2 \left( 1 + \frac{\Delta f \cdot P(f_i) |C(f)|^2}{\Delta f \cdot N_0} \right) \quad - \text{для подканала}$$

$P(f_i)$  — мажорант на частоте  $f_i$

Суммарная пропускная способность.

$$C' = \sum_{i=1}^N C_{\text{ср}} = \Delta f \cdot \sum \log_2 \left[ 1 + \frac{\Delta f P(f_i) |C(f)|^2}{\Delta f N_0} \right]$$

При  $\Delta f \rightarrow 0 \Rightarrow$

$$C' = \int_W \log_2 \left[ 1 + \frac{P(f) |C(f)|^2}{N_0} \right] df$$

действует условие нормировки  $\int_W P(f) df \leq P_{\text{ср}}$



Решается ЦФ-е относительно  $P(f)$ .

$$\int_W \left\{ \log_2 \left[ 1 + \frac{P(f) |C(f)|^2}{N_0} \right] + 2 P(f) \right\} df \rightarrow \max$$

Максимум прием на основе метода Лагранжа.

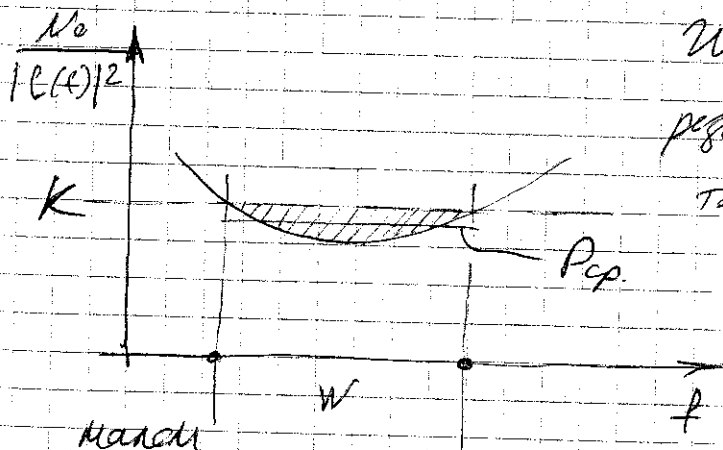
$\lambda$  выбирается из условия нормировки.

$$\frac{1}{|C(f)|^2 P(f) + N_0} + \lambda = 0$$

$$\frac{P(f)}{|C(f)|^2} + \frac{N_0}{|C(f)|^2} = \text{const} = K$$

$$P(f) = \begin{cases} K - \frac{N_0}{|C(f)|^2}, & f \in W \\ 0, & f \notin W \end{cases}$$

$\frac{|C(f)|^2}{N_0}$  — канальное ОШМ.



Интерпретациям получе  
 результате сводится к  
 тому, что максимум  
 передаваемого сигнала  
 должна быть  
 велика при  
~~меньше~~ <sup>большой</sup> ~~канала~~ <sup>канала</sup>.

~~меньше~~ ОШМ в канале и ~~меньше~~ <sup>большой</sup> ~~канала~~ <sup>канала</sup>.

Если интерпр. как двоичная единица и  
глубины. Если в канал ка-во возм.  
средней мощности, то возм. распред. по каналу так,  
чтобы достигалась макс. пропускная способность.

Возможная интерпретация.

Пропускная способность минимальна, когда  
 $\alpha = \text{const}$ .

$$\frac{C(f)}{N_0} \uparrow \rightarrow P(f) \downarrow$$

Наилучшее распр. мощности шума соотв.  
каналу Гауссовому шуму.

БМ. явл. наилучшим способом возм.  
на передаваемый сигнал.

Передача сигнала со малыми потерями,  
при которой полоса канала ограничена по передаче  
шириной  $\Delta f \ll W$ , даёт решение, позволяющее  
приближить скорость передачи к пропускной  
способности канала.

Сигнал в канале передачи можно  
независимо а модерировать и передавать со

скоростью дт. Получается канал с наилучшим  
распредел. помехности.

## Введение в OFDM.

Модуляция с ортогональным разделением частот  
Алгоритм формирования подканалов. Каким  
образом объединять сигналы в один канал, чтобы  
они не накладывались? Как извлекать сигналы из  
канала?

Есть фильтровый метод, но он сложен реализовать.  
- Много фильтров, они должны быть идеальными.  
Если ~~они~~ они неидеальны  $\Rightarrow$  уменьши. каналов.

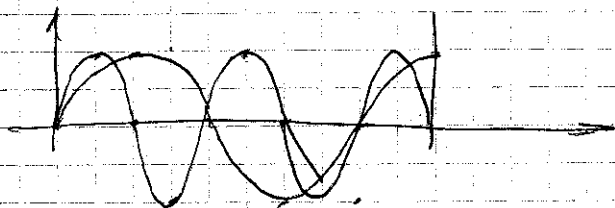
Один из способов организации многоканальной  
передачи явл. использ. ортогональных сигналов.

$$\int_{-T}^T s_i(t) s_j(t) dt = 0$$

$i \neq j, i=1 \dots N.$

Решение проблемы возможно при исполн. ортог.  
сигналов. Все завис. от спектр. св-в сигнала.  
Если они ортогональны, то спектры подканалов не  
пересекаются.

Гармонич. сигналы с частотами  $\frac{i}{N} \omega_{max} = \omega_i$ .



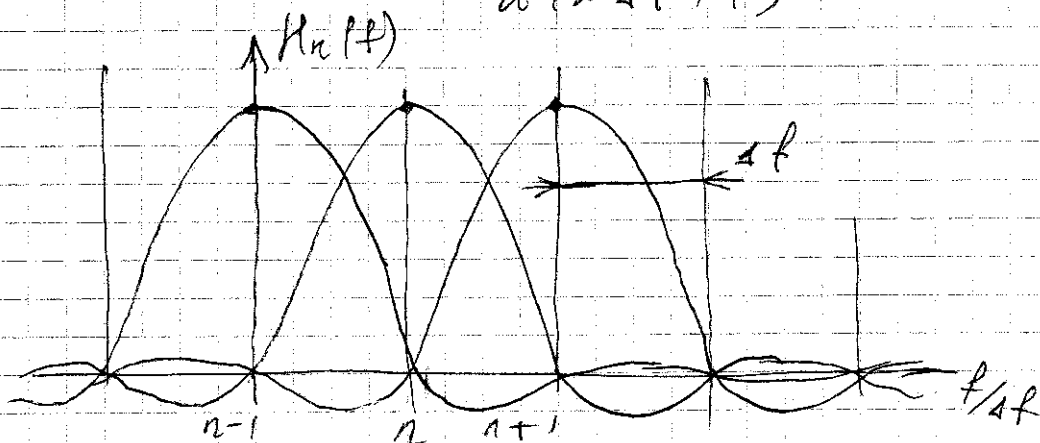
Ортogonalные сигналы формируются с помощью ОЦФ.

$$x(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \hat{A}_n e^{j \frac{2\pi n t}{T}}$$

Задавая  $\hat{A}_n$  - ампл. ампл., можно формировать сигнал, сост. из ортогонал. поднесущих, каждая из которых обладает своей ампл. амплитудой.

У каждой поднесущей:

$$K_n(t) = \frac{\sin(\omega(n\Delta t + t))}{\omega(N\Delta t + t)}$$



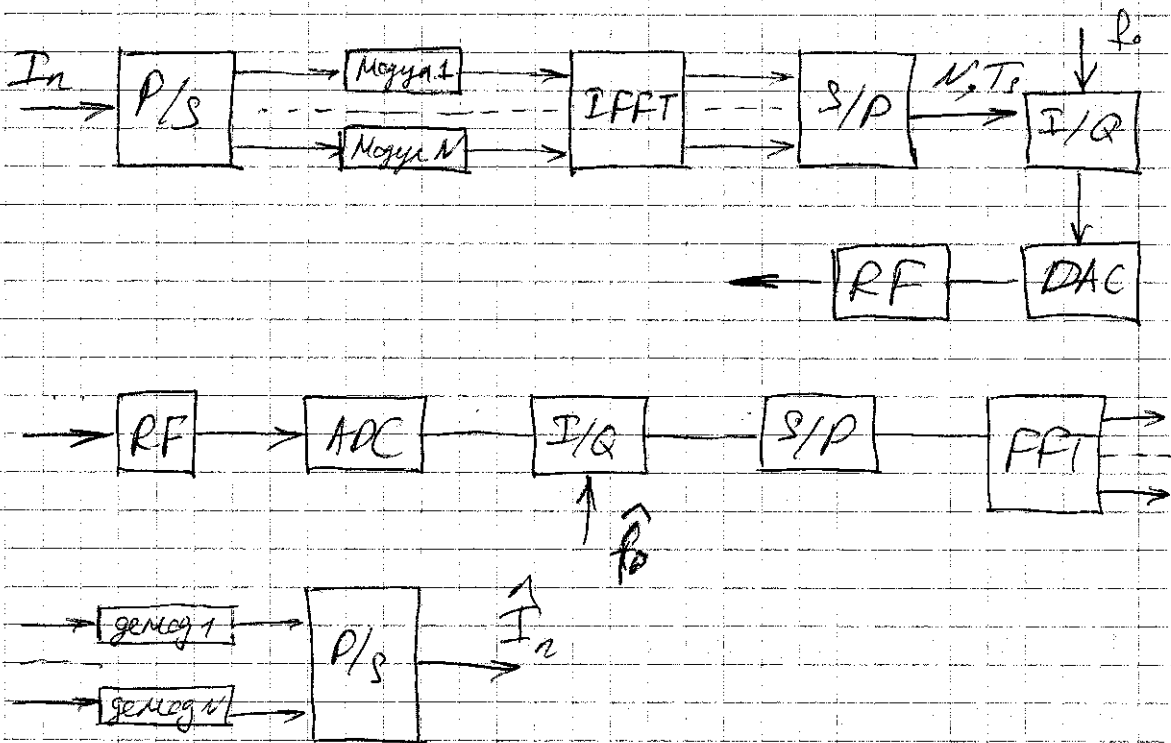
Если расст. между гармониками  $\Delta t$ , то

$$T_s = \frac{1}{\Delta t}$$

Каждая поднесущая подвергнута модуляции.

В качестве задачи модуляции целесообразно использовать спектр эффективные методы, например, QAM.

Структурная схема системы, использующая OFDM.



OFDM - перспект. способ передачи информации, как применяемые в беспроводной связи, цифровой связи. Для построения OFDM-систем требуются высокопроизводительные элем. база, а также использование развитых алгоритмов демодуляции.

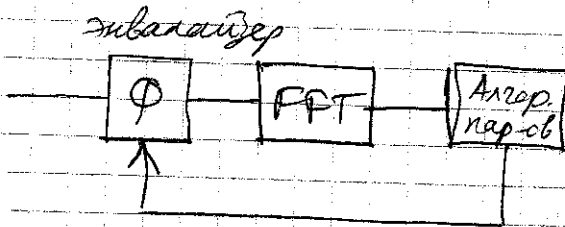
и синхронизации. Формирование ортогональных несущих, можно организовать при помощи аппарата ПФ.

### Оценка пар-ов канала передачи

1) Параметрич. модель.

Известен закон шума ампл. и фазы

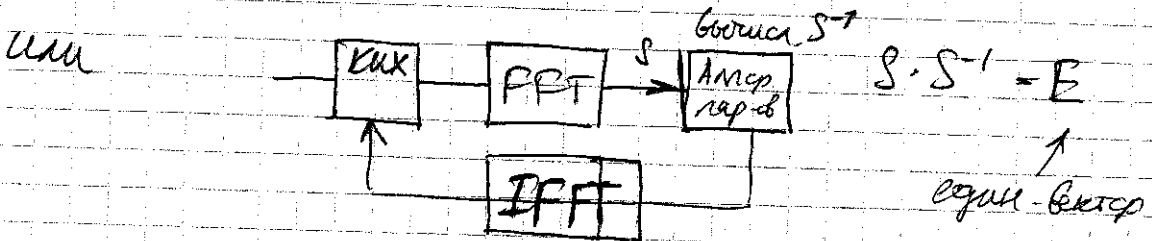
Можно поставить фильтр - эквалайзер, кот. выравнивает ЧХ.



Алгоритм изредит и корректирует пар-ры фильтра

+ мало измеренных пар-ов.

- ~~факт~~ факт. ЧХ может измениться от канала.



Итерационный алгоритм.

2) Непараметрические модели

