

Выведем формулу расчета гра вращающегося антенны при
радиусе

$$d_{\min} = \|S_m - S_{ul}\| = \left[\frac{1}{2} E_g \left(\int_0^T (A_{mc} - A_{nc})^2 + |A_{ms} - A_{ns}|^2 \right) dt \right]^{1/2}$$

$$d_{\min} = d \sqrt{2E_g}$$

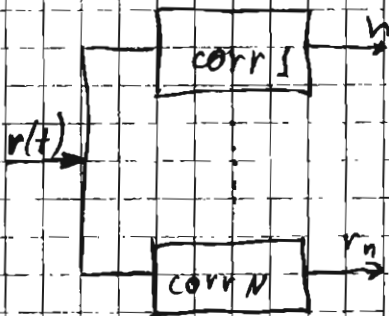
ПРОГРАММА В (11.10.2006)
(программа)

$$r(t) = S(t) + n(t)$$

$$S(t) \rightarrow M \quad \{S_1(t), \dots, S_M(t)\}$$

Программа имеет вид $S(t)$ через блок M корреляторов

$$r_k = \int_0^T r(t) f_k(t) dt = \int_0^T [S_m(t) + n(t)] f_k(t) dt$$



$$r_k = S_{mk} + n_k, \quad k = 1, N$$

$$M[r_k] = M \left[\int_0^T n(t) f_k(t) dt \right] = \int_0^T M[n(t)] f_k(t) dt = 0$$

$$M[r_k r_m] = \int_0^T \int_0^T M[n(t) n(\tau)] f_k(t) f_m(\tau) d\tau dt =$$

$$= \frac{1}{2} N_0 \int_0^T \int_0^T \delta(t - \tau) f_k(t) f_m(\tau) d\tau dt = \frac{N_0}{2} \int_0^T f_k(t) f_m(t) dt =$$

$$= \frac{1}{2} N_0 S_{mk}$$

матрица ковариации

$$S_{mk} = \begin{cases} 1, & m=k \\ 0, & m \neq k \end{cases}$$

v_k - некоррелированные Гауссовские СВ с нулевым средним и дисперсией $N_0/2$

Тогда для мат. ожидания v_k можно записать:

$$M[v_k] = M[S_{mk}] + M[\cancel{v_k}] = S_{mk}$$

дисперсия

$$\sigma^2[v_k] = \sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} \cdot \sqrt{B_{ш}}$$

Выходы каждого коррелятора статистически независимые Гауссовские величины со средним значением S_{mk} и дисперсией равной дисперсии БШ на входе.

$$p(v_1, \dots, v_N / S_m) = \prod_{k=1}^N p(v_k / S_{mk}), \quad m=1, M$$

$$p(v_k / S_{mk}) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(v_k - S_{mk})^2}{N_0}\right)$$

$$p(v_1, \dots, v_N / S_m) = \frac{1}{(\pi N_0)^{N/2}} \exp\left\{-\frac{N}{2} \frac{(v_k - S_{mk})^2}{N_0}\right\}$$

$$r(t) = \sum_{k=1}^N v_k(t) f_k(t) + n(t)$$

- остаточный шумовой процесс

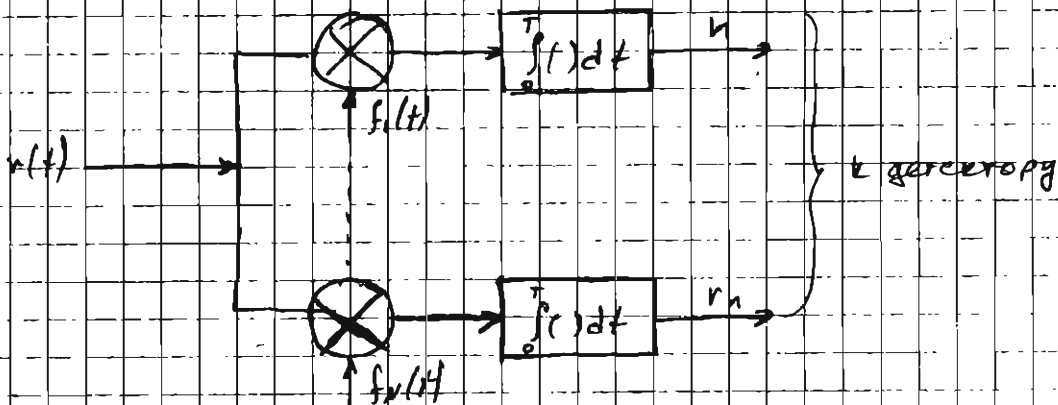
$$n'(t) = n(t) - \sum_{k=1}^N v_k f_k(t)$$

$$M[v_k n'(t)] = M[n'(t) \overset{0}{S_{mk}}] + M[n'(t) v_k] =$$

$$= M\left\{ \left[n(t) - \sum_{j=1}^N v_j f_j(t) \right] v_k \right\} = \int M[n(z) v(t)] f_k(t) dz - \sum_{j=1}^N M[v_j v_k] f_j(t) = \frac{1}{2} N_0 f_k(t) - \frac{1}{2} N_0 f_k(t) = 0$$

Таким образом остаточный шумовой компонент не зависит от входного сигнала.

Структурная схема коррелированного демодулятора:



Реализация коррелированного демодулятора на практике затруднена во-первых из-за необходимости хранить копии всех базисных ф-ий на приемном конце и необходимостью синхронизации или этих базисных функций с началом приходящих символов.

Для данного демодулятора есть альтернативный подход путем реализации его на согласованных фильтрах.

$$h_k(t) = f_k(T-t), \quad 0 \leq t \leq T$$

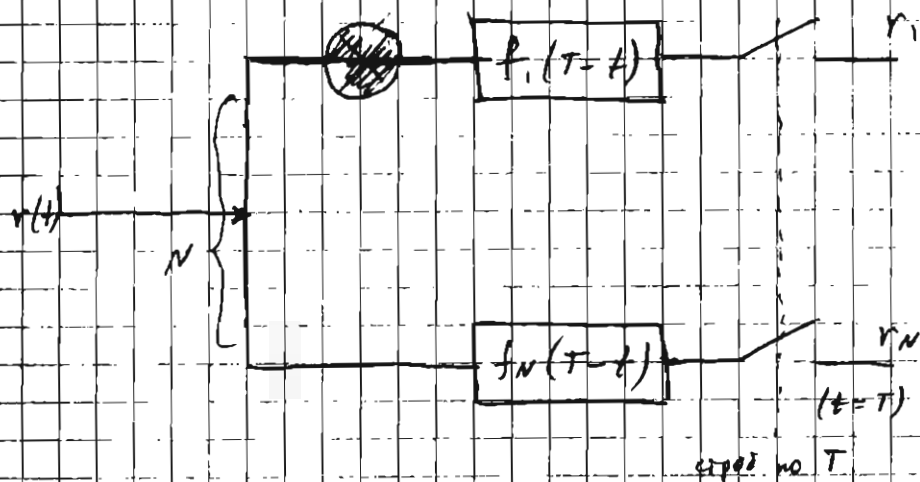
$$h_k(t) \equiv 0 \quad \text{при других } t.$$

$$y_k(t) = \int_0^T v(\sigma) h_k(t-\sigma) d\sigma = \int_0^T v(t) \cdot f_k(T-t+\sigma) d\sigma, \quad k=1, n$$

$$t=T$$

$$y_k(T) = \int_0^T v(\sigma) f_k(\sigma) d\sigma \equiv v_k$$

Таким образом если брать



Основные свойства согласованных фильтров.

- 1) Согласованный фильтр ^(максимизирует) оптимизирует ОСМ на выходе.
- 2) $H(f) \sim \chi$. $H(f) = S^*(f) e^{-j2\pi f T}$

$$|H(f)| = |S(f)|$$

- 3) $Y(f) = |S^2(f)| e^{-j2\pi f T} = \int_{-\infty}^{\infty} |S^2(f)| e^{-j2\pi f T} e^{j2\pi f T} df \Big|_{t=T} = \mathcal{E}$
 Если через СФ пропустить сигнал $S(f)$, то на выходе получим энергию сигнала.

- 4) Если подать на СФ шум, то его спектр будет:

$$\Phi_0(f) = \frac{1}{2} |H(f)|^2 N_0$$

$$A_n = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_0(f) df = \frac{1}{2} N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df = \frac{1}{2} \mathcal{E} N_0$$

$\underset{= S^*(f)}{\quad}$

Лемма 6 (показано)

Оптимальные детекторы сигналов с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ)

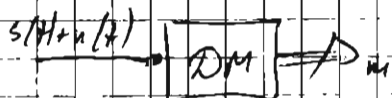
Исследуется смесь сигнала $s(t)$ и БГШ $n(t)$

$$r(t) = s(t) + n(t)$$

$$P_{nn}(f) = \frac{N_0}{2}$$

спектральная м-ть мощности шума.

на $[t, t+T]$ детектор \rightarrow оценка (какой символ из алфавита был передан, т.е. определить m ; $m \in 1, M$).



Задача детекции разбивается на 2 этапа:

1) Оценка информативных признаков сигнала

коэф-ты разложения $s(t)$ по базисным ф-ам.

$$s(t) = \underbrace{f_1(t)}_s + \underbrace{f_m(t)}_{s_m}$$

2) Детектирование

по значениям информативных признаков сур. к какому символу относится сигнал $r(t)$.

$$\{s_1, \dots, s_m\} \Rightarrow r(t) \{s_1(t), \dots, s_m(t)\} \Rightarrow m$$

Данная задача фактически является задачей классификации в многомерном пространстве.

$$OSM = \frac{P_c}{P_{\text{сигн}}} = \frac{N^2(T)}{\frac{1}{2} \epsilon N_0} = \frac{2\epsilon}{N_0}$$

отношение сигнал-шум на выходе СФД зависит только от энергии сигнала и не зависит от его спектральных хар-к.

те же выводы можно отнести и к корреляционному демодулятору.

Правила оптимальной демодуляции сигналов без памяти.

Пусть мы хотим синтезировать демодулятор, который выполняет решение о переданном сигнале, основываясь на наблюдении вектора r на некотором интервале. Таким образом, чтобы максимизировать среднюю вероятность принятого решения или минимизировать вероятность ошибки.

$$P(s_m | r), \quad m = \overline{1, M}$$

Выбирается такой s_m , что $P(s_m | r) \rightarrow \max$

$$P(s_m | r) = \frac{P(r | s_m) P(s_m)}{P(r)}$$

$P(r | s_m)$ — вероятность наблюдения вектора r при приеме сигнала s_m .

$P(s_m)$ — вероятность передачи m -го сигнала. ($P(s_m) = 1/M$)

$$P(r) = \sum_{m=1}^M P(r | s_m) P(s_m)$$

Т. о. для построения апостериорной ветви необходимо знание всех априорных вероятностей $P(s_m)$ и условных совместных распределений $P(r | s_m)$ для всего набора.

Максимизация условной апостериорной вероятности $P(s_m | r)$ несет за собой увеличение $P(r | s_m)$. $P(s_m | r) \rightarrow \max \Rightarrow P(r | s_m) \rightarrow \max$

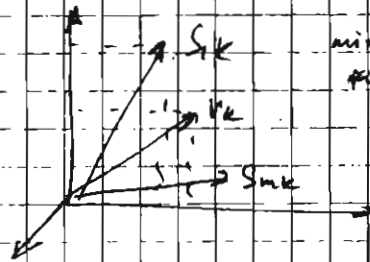
При равномерной скорости передачи символов методы [redacted] и макс. априорной вер-ти и макс. правдоподобия совпадают. (ММТ)

Вспомогательная логарифмическая ф-та правдоподобия

$$L(r/s_m) = -\frac{1}{2} N \ln(\pi N_0) - \frac{1}{N_0} \underbrace{\sum_{k=1}^N (r_k - s_{mk})^2}_{\min} \rightarrow \max$$

Задача максимизации ф-ты правдоподобия сводится к поиску такого вектора s_{mk} , который минимизирует ф-ту:

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (r_k - s_{mk})^2 \rightarrow \min$$



minimize Евклидова
расстояние

Таким образом для сигналов с аддитивным белым гауссовским шумом правило решения, основанное на максимуме правдоподобия сводится к нахождению такого сигнала s_m , который по Евклидовой расстановке наиболее близок принятому вектору r .

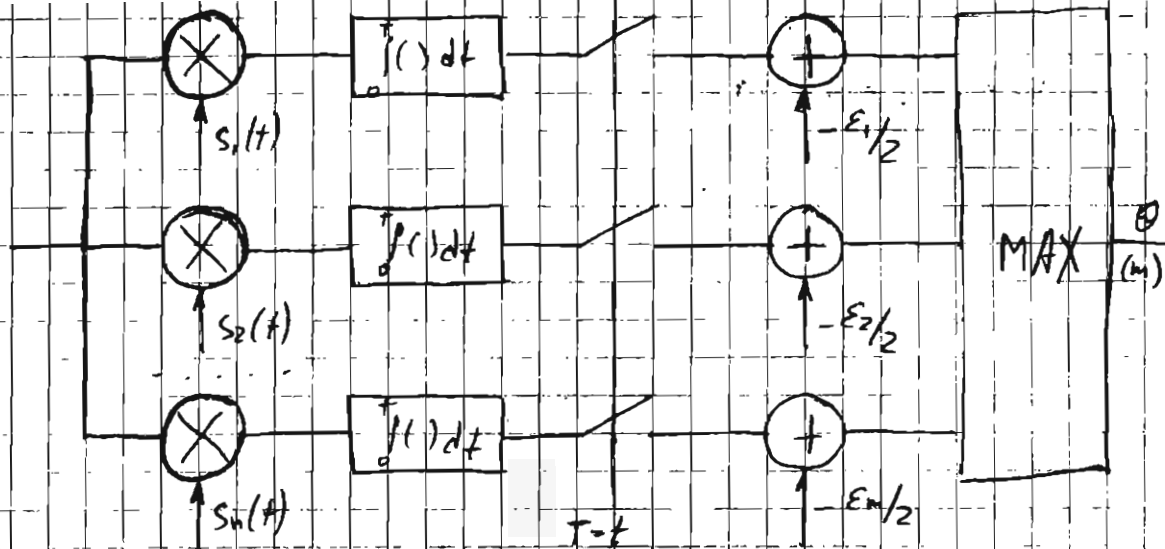
$$D(r, s_m) = |F|^2 - 2r \bar{s}_m + |s_m|^2 \rightarrow \min \Rightarrow |\bar{s}_m|^2 - 2r \bar{s}_m \rightarrow \min$$

$$e(r, s_m) = 2r \bar{s}_m - |\bar{s}_m|^2 \rightarrow \max$$

E — энергия сигнала (const)

$$e(r, s_m) = 2 \int_0^T r(t) s_m(t) dt - E_m \rightarrow \max$$

Таким образом получили алгоритм детектора максимального правдоподобия для сигнала в с подвижной без памяти.



Выбор той или иной конкретной схемы определяется тем, что проще реализовать весь объем алгебраических вычислений либо базисные ф-ции. Эти обстоятельства в свою очередь зависят от выбора схемы модуляции передаваемых сигналов.

Когерентное обнаружение и демодуляция сигналов.

1) Демодуляция BPSK

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi) = -s_1(t)$$

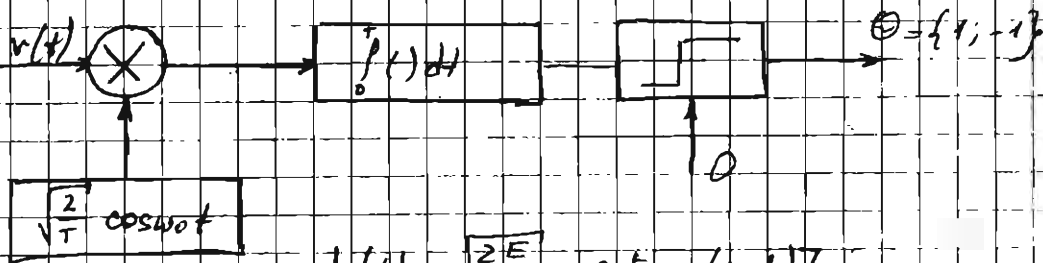
0'' (или когерентный прием начальная фаза = 0)

$$\psi(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_0 t, \quad 0 \leq t \leq T$$

$$s_i(t) = a_i \psi_i(t) = \pm \sqrt{E} \psi_i(t)$$

$$\begin{aligned} M[Z_i] &= M \left[\int_0^T (\sqrt{E} \psi_i^2(t) + n(t) \psi_i(t)) dt \right] = \\ &= M \left[\int_0^T \left(\frac{2}{T} \sqrt{E} \cos^2 \omega_0 t + n(t) \right) \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_0 t dt \right] \frac{2}{T} \sqrt{E} \end{aligned}$$

$$s_2(t): M[z_0] = \frac{2\sqrt{E}}{T}$$



$$h(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[\omega_0(t-t)]$$

Коррелированное кодирование и демодуляция
MPSK

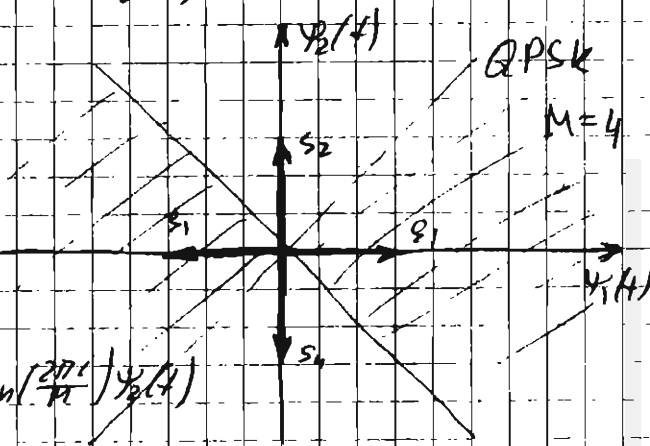
$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_0 t - \frac{2\pi i}{M}), \quad a < t < T$$

$$\psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_0 t$$

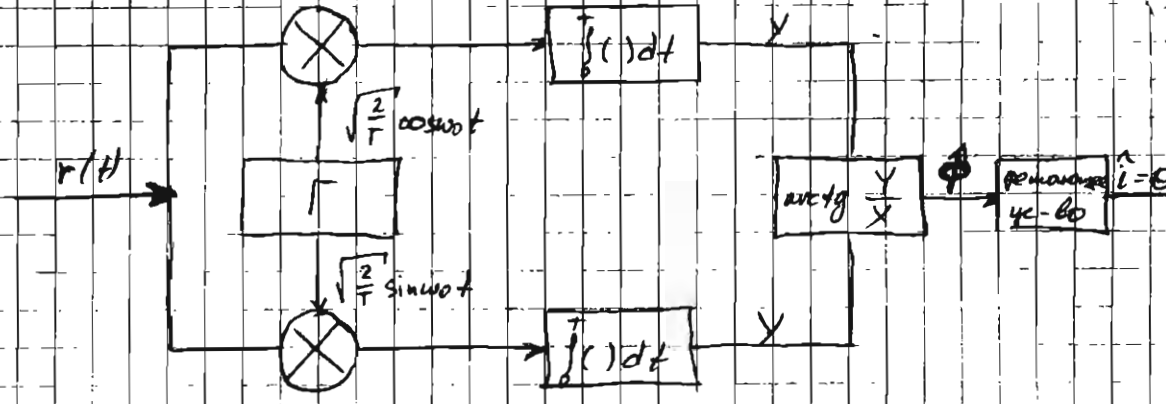
$$\psi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin \omega_0 t$$

$$s_i(t) = a_{i1} \psi_1(t) + a_{i2} \psi_2(t) =$$

$$= \sqrt{E} \cos\left(\frac{2\pi i}{M}\right) \psi_1(t) + \sqrt{E} \sin\left(\frac{2\pi i}{M}\right) \psi_2(t)$$



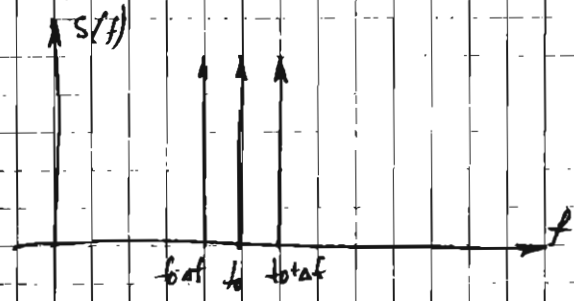
Данную задачу так же можно решить с использованием фазового вектора.



Кодирование информации и демодуляция FSK (частотная модуляция).

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_i t + \varphi), \quad 0 \leq t \leq T$$

Для безынерционной передачи по 4M каналам сигнала расселены между собой на определенное расстояние.

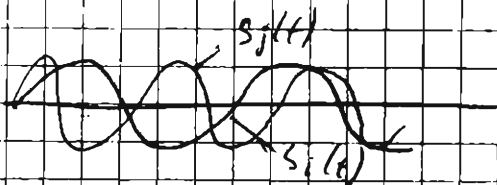


если $\Delta f \ll f_{\text{min}}$ - то каналы будут плохо размываться между собой.

$$\psi_j(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \omega_j t, \quad j = \overline{1, M}$$

$$S_i(t) = \sum_{j=1}^M a_{ij} \psi_j(t); \quad a_{ij} = \int_0^T \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_i t) \cdot \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_j t) dt =$$

$$= \begin{cases} \sqrt{2E}, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$



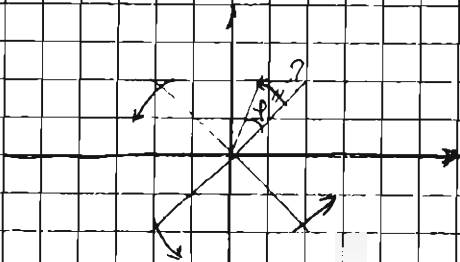
ЛЕКЦИЯ 7. (18.10.2006)

Некогерентное обнаружение и демодуляция

Помимо когерентных способов демодуляции сигналов используются некогерентные, они не учитывают информации о фазе несущей частоты. В некогерентных системах нет необходимости полностью восстанавливать передаваемый сигнал, достаточно лишь оценить отдельные параметры.

Некогерентная модуляция может быть применена не ко всем сигналам.

Например QAM и другие комбинированные типы сигналов требуют учитывать информацию о фазе.



$$s(t) = \operatorname{Re}[g(t) e^{j2\pi f_0 t}]$$

$$s(t - t_0) = \operatorname{Re}[g(t - t_0) e^{j2\pi f_0 (t - t_0)}] ; \Delta\varphi = j2\pi f_0 t_0$$

Время задерживания $t_0 \rightarrow$ и фазовый сдвиг является случайной величиной, зависящей от фазы факторов.

Есть 2 способа борьбы с неизвестной начальной фазой:

- 1) Достижение инвариантности начальной фазы
- 2) Усреднение сигнала по времени ~~при этом фазы φ \rightarrow $\varphi + 2\pi$~~

Оптимальный некогерентный приемник усредненных сигналов,

$$s_1(t), s_2(t)$$

$$s_m(t) = \text{Re} \left[\underbrace{S_m(t)} e^{j2\pi f_0 t} \right]$$

эквивалентный низкочастотный сигнал

$$E = \int_0^T s_m^2(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^T |S_m(t)|^2 dt = \text{const}$$

$$S_{12} = \frac{1}{E} \int_0^T s_{e1}^*(t) s_{e2}(t) dt$$

Пусть в канале присутствует белый шум

$$n(t) = \text{Re} \left[z(t) e^{j2\pi f_0 t} \right]$$

$z(t)$ — комплексная обобщающая шумовые процессы

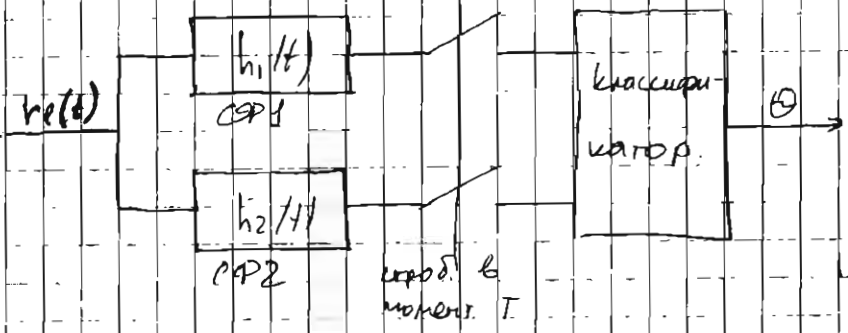
$$r(t) = \text{Re} \left[\left[S_m(t) e^{j\varphi} + z(t) \right] e^{j2\pi f_0 t} \right]$$

приближенный сигнал

$$r(t) = S_m(t) e^{j\varphi} + z(t) \quad \text{— экв. низкочаст. сигнал}$$

Произведем ортогональное разложение приближенного сигнала по базисным φ -чам.

$$h_e(t) = S_e(T-t) \quad \text{— импульсная характеристика}$$



Математически легко показать, что выходные сигналы согласованных фильтров будут пропорциональны...

$$\int_0^T s_i(t) v_c(t) dt = \int_0^T |s_i(t)|^2 dt = 2\varepsilon$$

Запишем математические выражения для v_1 и v_2 :

$s_1(t)$ - поднеска

$$v_1 = 2\varepsilon \cos \varphi + j(2\varepsilon \sin \varphi + n_{1s}) + n_{1c}$$

n_{1s} и n_{1c} - квадратурные компоненты на выходе фильтра 1-го канала

$$v_2 = 2\varepsilon |p| \cos(\varphi + \alpha) + j(2\varepsilon |p| \sin(\varphi + \alpha) + n_{2s}) + n_{2c}$$

$|p|$ - модуль комплексного коэффициента корреляции

$$p = |p| \exp^{j\alpha}$$

Оптимальный классификатор при некогерентной демодуляции

При ортогональном разложении входного сигнала по базисной ф-ии выходящие величины корреляторов будут комплексно независимы.

$$r = \{r_{1c}, r_{1s}, r_{2c}, r_{2s}\}$$

$$r_1 = r_{1c} + j r_{1s}$$

$$r_2 = r_{2c} + j r_{2s}$$

По аналогии с когерентной демодуляцией будем строить ~~оптимальный~~ классификатор по основе критерия максимума апостериорной вероятности.

$$P(S_m | r) = \frac{P(r | S_m) P(S_m)}{P(r)} \quad \begin{matrix} \text{ф-ия правдоподобия} \\ \text{вероятность приема сигнала } S_m \\ m = 1, 2 \end{matrix}$$

апостериорная вероятность

(вероятность выбора S_m при r)

$$P(S_1 | r) \geq P(S_2 | r)$$

$$\Lambda(r) = \frac{P(r | S_1)}{P(r | S_2)} \geq \frac{P(S_2)}{P(S_1)} \approx 1$$

$$P(r | S_{1,2}) = \int_0^{2\pi} P(r | S_{1,2}, \varphi) P(\varphi) d\varphi$$

φ -ная плотность распределения фазы считаем

При ортогональности сигналов $s_1(t)$ $s_2(t)$ произведем вычисление интеграла

При неизвестной начальной фазе φ -ная правдоподобия можно получить путем учета некая случайной фазы начальной, считая что она равномерно распределена в диапазоне от 0 до 2π .

$$S_1: P_{12} = 0$$

$$r_1 = r_{1c} + j r_{1s} = 2E \cos \varphi + n_{1c} + j(2E \sin \varphi + n_{1s})$$

$$r_2 = r_{2c} + j r_{2s} = n_{2c} + j n_{2s}$$

Для S_2 наоборот

П.к. это Гауссовские случайные величины, то функции r_1 и r_2 будут описываться нормальным распределением

$$P(r_{1c}, n_{1s} | S_1, \varphi) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left\{ -\frac{(r_{1c} - 2E \cos \varphi)^2 + (n_{1s} - 2E \sin \varphi)^2}{2\sigma^2} \right\}$$

$$P(r_{2c}, r_{2s}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left\{ -\frac{r_{2c}^2 + r_{2s}^2}{2\sigma^2} \right\}$$

$$\sigma^2 = 2E^2 N_0$$

$$\varphi = \text{ran}(0; 2\pi)$$

$$P(\varphi) = \frac{1}{2\pi} = \text{const.} \quad \text{отсюда}$$

Подставим плотность вероятности для φ в предыдущий интеграл

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(r_{1c}, n_{1s} | S_1, \varphi) d\varphi = \frac{1}{2\pi} \exp \left\{ -\frac{r_{1c}^2 + r_{1s}^2 + 4E^2}{2\sigma^2} \right\} \times$$

$$\times \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp \left\{ \frac{2E(r_{1c} \cos \varphi + n_{1s} \sin \varphi)}{\sigma^2} \right\} d\varphi =$$

$$\varphi\text{-ча Весселя нулевого порядка } I_0 \left(\frac{2E \sqrt{r_{1c}^2 + r_{1s}^2}}{\sigma^2} \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \exp \left(-\frac{r_{1c}^2 + r_{1s}^2 + 4E^2}{2\sigma^2} \right) \times I_0 \left(\frac{2E \sqrt{r_{1c}^2 + r_{1s}^2}}{\sigma^2} \right)$$

Аналогичные рассуждения применим к случаю когда задается сигнал S_2

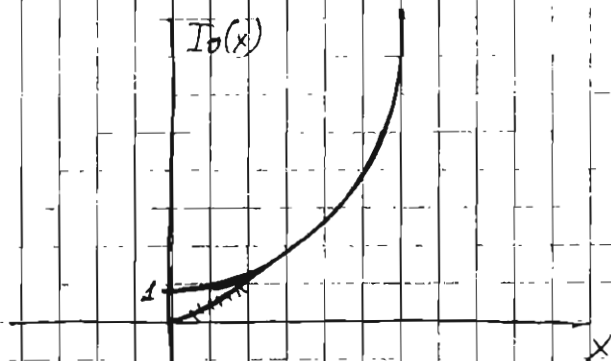
r_2 меняется на r_2

Подставим полученные результаты в отношения правдоподобия:

$$\frac{I_0(2E\sqrt{r_{10}^2 + r_{15}^2} / \sigma^2)}{I_0(2E\sqrt{r_{20}^2 + r_{25}^2} / \sigma^2)} \underset{s_2}{\overset{s_1}{\gtrless}} \frac{P(s_2)}{P(s_1)} \approx 1$$

Таким образом оптимальный критерий качества вычисляет отношения правдоподобия на основе ожидаемых сигналов с выходов коррелятора, вычисляет ф.шо. Веса и сравнивает результат с порогом

$$\sqrt{r_{10}^2 + r_{15}^2} \underset{s_2}{\overset{s_1}{\gtrless}} \sqrt{r_{20}^2 + r_{25}^2}$$



Таким образом вычисление ожидаемых выходных сигналов коррелятора устраняет влияние неизвестной фазы φ на то какой сигнал был передан.

Некоррелированная демодуляция двоичных ЧМ-сигналов

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos 2\pi f_1 t, \quad 0 \leq t \leq T$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos 2\pi f_2 t$$

$$r(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(2\pi f_m t + \varphi_m) + n(t)$$

Демодуляцию будем производить посредством 4-х корреляторов

$$f_{1m}(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos[(2\pi f_1 + 2\pi m \Delta f)t]$$

$$f_{2m}(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin[(2\pi f_1 + 2\pi m \Delta f)t], \quad m = 0, 1$$

$$\Delta f = f_2 - f_1$$

$$v_{kc} = \sqrt{E} \left[\frac{\sin [2\pi (k-m) \Delta f T]}{2\pi (k-m) \Delta f T} \cos \varphi_m - \frac{\cos [2\pi (k-m) \Delta f T] - 1}{2\pi (k-m) \Delta f T} \sin \varphi_m \right] + h_{kc}$$

$$v_{ks} = \sqrt{E} \left[\frac{\cos [2\pi (k-m) \Delta f T] - 1}{2\pi (k-m) \Delta f T} \cos \varphi_m + \frac{\sin [2\pi (k-m) \Delta f T]}{2\pi (k-m) \Delta f T} \sin \varphi_m \right] + h_{ks}$$

+ h_{ks}

$$k, m = 1, 2$$

1) $k = m$ (номер канала совпадает с номером переданного символа)

$$v_{mc} = \sqrt{E} \cos \varphi_m + h_{mc}$$

$$v_{ms} = \sqrt{E} \sin \varphi_m + h_{ms}$$

2) $k \neq m, \Delta f = 1/T$

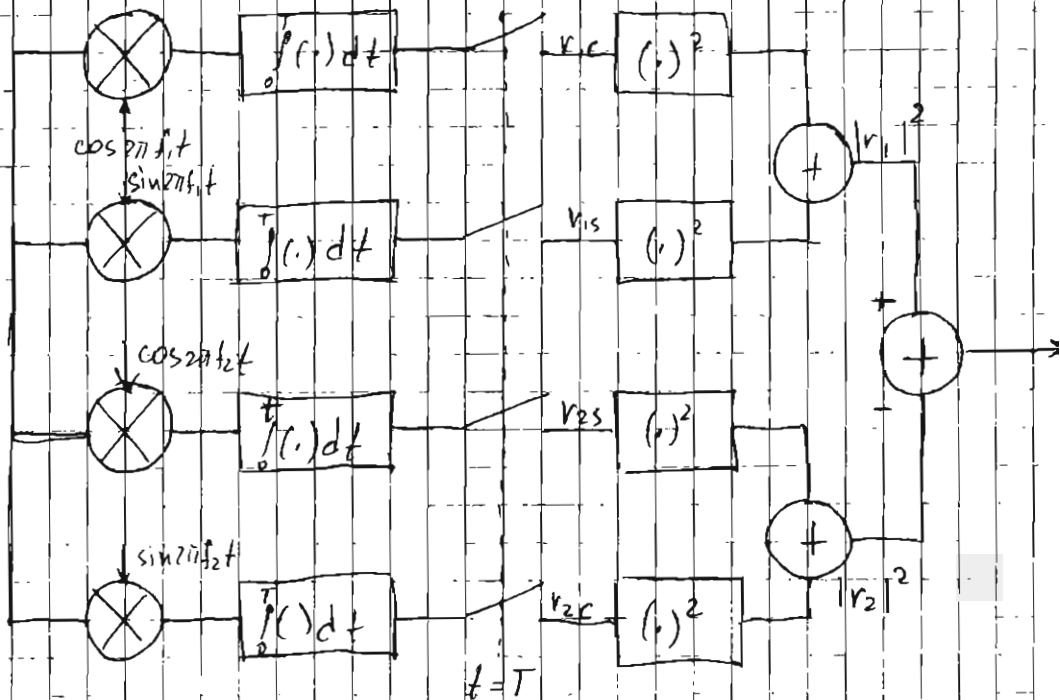
математические коэффициенты в формулах исчезают вне зависимости от фазы φ_m

$$v_{kc} = h_{kc}, v_{ks} = h_{ks}$$

Полученный результат полностью совпадает с результатом полученным для неагрегированного модулятора в общем случае.

Таким образом получим выражение для величины разности частот, необходимое для

Дто. 6 2 раза увеличивает величину разброса частот, требуемую для ~~данной~~ определенности сигнала.



Независимый гомодинальный DPM (гетеродин) с амплитудно-фазовой модуляцией.

$$S_m(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \underbrace{\frac{2\pi m}{M}}_{\varphi_m(t)})$$

$m \Leftrightarrow \varphi_m(t)$

$$\frac{a_{i+1}}{L} = a_i + m(k), \quad \text{Дифференциальная кодирование}$$

~~Сигналы~~

$$\left. \begin{array}{l} a_{i+1} = 1 \rightarrow \Delta \varphi_{i+1} = \pi \\ a_{i+1} = 0 \rightarrow \Delta \varphi_{i+1} = 0 \end{array} \right\} S_{i+1}(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \Delta \varphi_{i+1} + \varphi_0)$$

Фемодулятор ДФМ не требует оценки фазы несущей.

$$\Psi_1(t) = \cos 2\pi f_0 t; \quad \Psi_2(t) = \sin 2\pi f_0 t$$

$$r_k = \sqrt{E} \cos(\Delta\varphi_k - \varphi) + n_{k1}, \quad \sqrt{E} \sin(\Delta\varphi_k - \varphi) + n_{k2} = e^{j(\Delta\varphi_k - \varphi)} \sqrt{E} + n_{k-1}^*$$

$\Delta\varphi_k$ - изменение фазы при передаче k -го символа

$$n_k = n_{k1} + j n_{k2}$$

по аналогии

$$r_{k-1} = e^{j(\Delta\varphi_{k-1} - \varphi)} \sqrt{E} + n_{k-1}$$

~~вычитаем, получаем~~

$$r_k r_{k-1}^* = E \cdot e^{j(\Delta\varphi_k - \Delta\varphi_{k-1})} + \sqrt{E} \cdot e^{-j(\Delta\varphi_k - \varphi)} n_{k-1}^* + \sqrt{E} \cdot e^{j(\Delta\varphi_{k-1} - \varphi)} n_k + n_k n_{k-1}^*$$

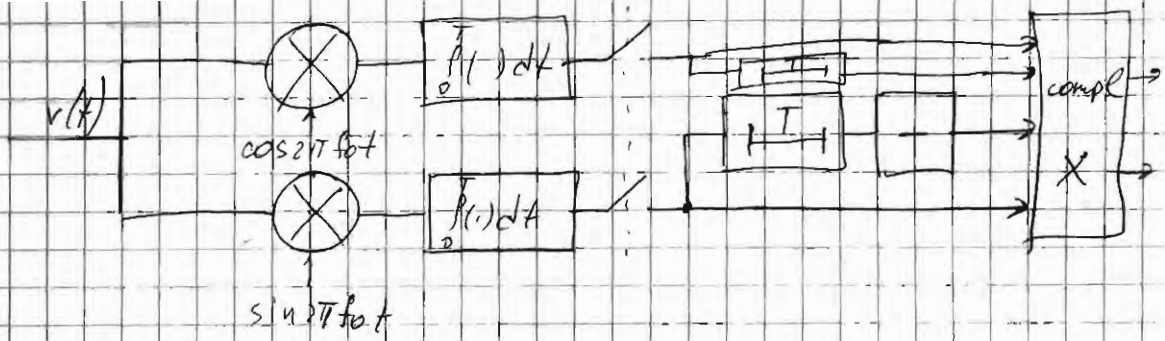
При отсутствии шума произведение 2-х смежных демодуляторов не зависит от начальной фазы φ .

~~То же самое результаты получим~~

При больших значениях СД доминирующим является случайный компонент

при $P_b \leq 10^{-3}$ разница не превосходит 3дБ (разница между когерентным ФМ и ДФМ)

при $P_b \leq 10^{-5}$ менее 1дБ.



Умножил сигналы $\Delta \varphi = 0$
 $\Delta \varphi = \pi$

АЛЕКСАНДР С (1.11.2008)

Формулы вероятности ошибки действительны в случае оптимального когерентного приема.

Получаемые результаты являются чисто теоретическими и на практике недостижимы.

Представляет практический интерес расчет формулы для вероятности ошибки в зависимости

$$P_{\text{ош}}(E_b/N_0)$$

Если $M=2$, где k - число бит (разрядность информационного слова)

$$E = k \cdot E_b$$

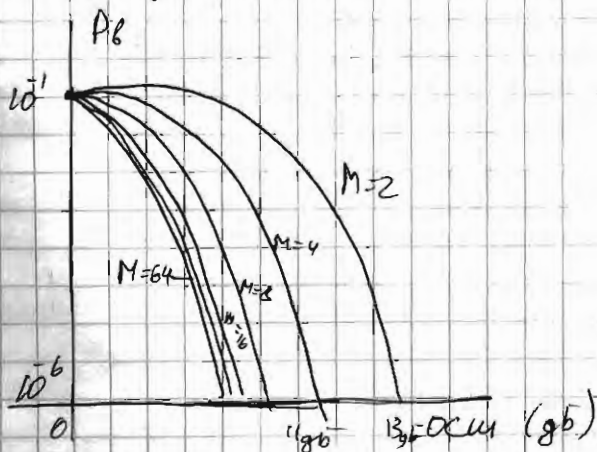
энергия бита

$$P_{\text{ош}}(E_b/N_0) = P_{\text{ош}}(\overset{\text{энергия}}{E/k/N_0})$$

$$P_b = \frac{2^{k-1}}{2^k - 1} P_{\text{ош}} \approx \frac{P_{\text{ош}}}{2} \text{ для } k \gg 1$$

вероятность битовой ошибки

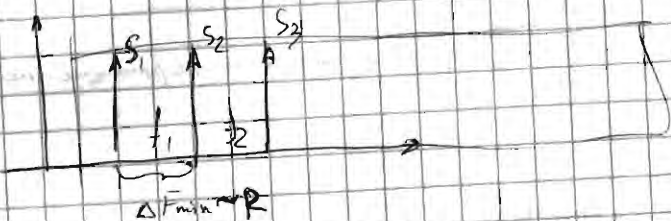
Интеграл для символьной ошибки аналитически не вычисляется:



7.0. При ортогональной модуляции с увеличением объема алфавита ухудшаются рабочие характеристики демодулятора.

при $M > 64$ выигрывает в ОСЧ практически нет.

На практике ортогональная модуляция с $M > 64$ практически не используется, т.к. увеличение объема алфавита во-первых приводит к увеличению сложности модулятора и демодулятора, а во-вторых это приводит к неэффективному использованию ресурсов канала.



с увеличением объема алфавита увеличивается ширина спектра.

При демодуляции ортогональных сигналов выигрыш в отношении сигнал-шум с ростом объема алфавита достигается за счет расширения полосы частот, выделяемой на передачу сигнала.

Это и есть классический пример размена достоверности передачи на ресурс канала связи.

Вероятность ошибки для M -позиционной АМ.

$$S_{\text{ш}} = \sqrt{\frac{1}{2} E_{\text{ш}} A_m^2}$$

A_m - амплитуда, соответствующая m -тому символу.

$$A_m = \sqrt{2m - 1 - M} d ; m = 1, M$$

$$d_{\text{min}} = d \sqrt{2E_{\text{ш}}}$$

средняя энергия

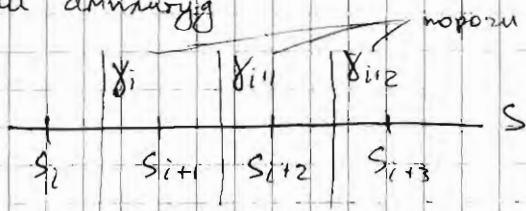
$$E_{cp} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M E_m = \frac{d^2 E_0}{2M} \sum_{m=1}^M (2m-1-M)^2 = \frac{d^2 E_0}{2M} \left[\frac{1}{3} M(M^2-1) \right] = \frac{1}{6} (M^2-1) d^2 E_0$$

средняя мощность

$$P_{cp} = \frac{E_{cp}}{T}$$

— длительность импульса

Средняя вероятность ошибки для M -позиционной АМ определяется из правила выбора решений по максимуму корреляционной метрики. Это эквивалентно сравнению выхода демодулятора с $n-1$ порогом, которые располагаются в средних точках между соседними уровнями амплитуд.

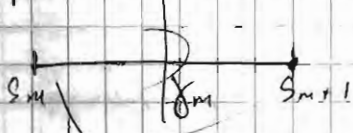


В соответствии с порогом принимается решение.

Пусть передается сигнал S_m , тогда выходной сигнал демодулятора будет равен

$$r_m = S_m + n_m = \sqrt{\frac{1}{2} E_0} A_m + n_m$$

В предположении, что все амплитудные уровни равновероятны, средняя вероятность ошибки соответствует вероятности того, что шумовая компонента n_m превосходит по амплитуде ~~расстояние~~ половину расстояния между соседними уровнями.



Однако когда передается информация из p -х крайних уровней, то ошибка может возникнуть только в одном направлении.

Итак из этого получаем вероятность ошибки:

$$P_M = \frac{M-1}{M} P(|r - s_m| > d \sqrt{\frac{1}{2} E_g}) = \frac{M-1}{M} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi N_0}} \int_{d \sqrt{E_g/2}}^{\infty} e^{-x^2/2} dx =$$

$$= \frac{2(M-1)}{M} \Phi \left(\sqrt{\frac{d^2 E_g}{N_0}} \right)$$

$$E_{cp} = P_{cp} \cdot T$$

$$T = k \cdot T_b$$

↑
выраженность

$$k = \log_2 M$$

$$d^2 E_g = \frac{6}{M^2 - 1} P_{cp} T; \quad P_M = \frac{2(M-1)}{M} \Phi \left(\sqrt{\frac{6 P_{cp} T}{(M^2 - 1) N_0}} \right) = \frac{2(M-1)}{M} x$$

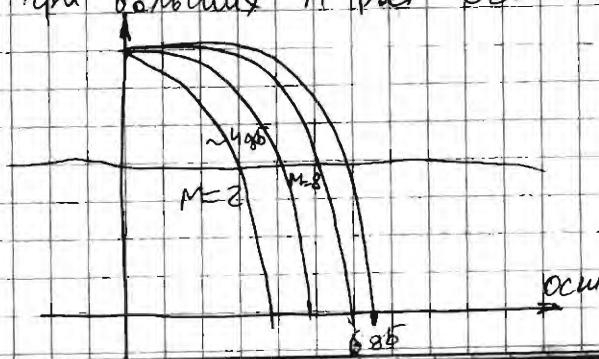
$$x = \Phi \left(\sqrt{\frac{(6 \log_2 M) E_b}{(M^2 - 1) N_0}} \right)$$

$$E_b = P_{cp} T_b$$

↑
ОШ/бит

Вывод: анализ конкретной формулы при фиксированной вероятности ошибки дает возрастание ОШ на бит более 4 дБ при увеличении M .

При больших M рост ОШ приближается к 6 дБ



(увеличением M характеристики ухудшаются)

ЛЕВЦОВА Д (8.11.2006)

Вероятность ошибки для M-позиционной ФМ,

$$s_m(t) = g(t) \cos \left[2\pi f_c t + \frac{2\pi}{M} (m-1) \right], \quad m = \overline{1, M}$$

$$0 \leq t \leq T$$

$$s_m = \left[\sqrt{\varepsilon} \cos \frac{2\pi}{M} (m-1); \sqrt{\varepsilon} \sin \frac{2\pi}{M} (m-1) \right]$$

$$\varepsilon = \frac{E_g}{2}$$

энергия при передаче сигналов одинакова

П.к. энергия сигналов не зависит от m, то вычислим корреляционным методом.

$$c(r, s_m) = r \cdot s_m$$

Принятый сигналный вектор r спроецируем на m возможных сигналных векторов. Решение принимается в пользу вектора, обладающего наибольшей проекцией.

Еще есть один подход, связанный с применением фазового детектора.

$$\theta_r = \arctg \frac{\operatorname{Im}(r)}{\operatorname{Re}(r)}$$

Для расчета рабочих характеристик модулятора необходимо пропустить Ф-ню ПРВ θ_r

$$\theta_r = \arctg \frac{\operatorname{Im}(r)}{\operatorname{Re}(r)}$$

$$I_1 \dots I_m$$

$$\downarrow$$

$$\varphi_s = 0 \quad S_1 = [\sqrt{\varepsilon}; 0]$$

$$r = \left[\underbrace{\sqrt{\varepsilon} + n_1}_{r_1}; \underbrace{n_2}_{r_2} \right]$$

П.к. n_1, n_2 - это независимые центрированные Гауссовские случайные величины, то координаты вектора r_1, r_2 так же случайные величины

$$M[r_1] = \sqrt{\epsilon^2}$$

$$M[r_2] = 0$$

MO

$$\sigma_{r_1} = \sigma_{r_2} = \sigma_r^2 \quad - \text{дисперсия}$$

$$P_r(r_1, r_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_r^2} \exp\left[-\frac{(r_1 - \sqrt{\epsilon^2})^2 + r_2^2}{2\sigma_r^2}\right]$$

$$r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2}; \quad \theta_r = \arctg \frac{r_2}{r_1}$$

V - свободный переход

$$P(r, \theta) = \frac{V}{2\pi\sigma_r^2} \exp\left[-\frac{V^2 + \epsilon^2 - 2\sqrt{\epsilon^2} V \cos\theta_r}{2\sigma_r^2}\right]$$

Произведем интегрирование по V.

$$P_{\theta_r}(\theta_r) = \int_0^{\infty} P(r, \theta) dV = \frac{V}{2\pi} \int_0^{\infty} 2\gamma \sin^2 \theta_r \int_0^{\infty} V e^{-(V - \sqrt{\epsilon^2}) \cdot \cos(\theta_r/r)} dV$$

$$\gamma = \frac{\epsilon}{N_d}$$

Когда передатка сигнал $s_i(t)$, то ошибочное решение принимается, когда произойдет если траектория выйдет из области

$$P_M = 1 - \int_{-\pi/M}^{\pi/M} P_{\theta_r}(\theta_r) d\theta_r$$

вероятность ошибки

В общем случае интеграл не приводится к простой аналитической форме при $M > 4$.

Для $M=2$ формула вероятности ошибки совпадает с формулой для двуканальной

$$M=4: P_4 = 2 \Phi \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right) \left(1 - \frac{1}{2} \Phi \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right) \right)^2$$

Эта формула справедлива и для QPSK.

При $M > 4$ (расчет показывает) наблюдается существенный проигрыш в отношении сигнал-шум ($> 5 \text{ дБ}$), который растет с увеличением M .

При больших ОСШ: $\frac{E}{N_0} \gg 1$, $|\Theta_n| \leq \frac{\pi}{2}$

$$P_{\Theta_n}(\Theta_n) \approx \sqrt{\frac{2\gamma}{\pi}} \cos \Theta_n \cdot e^{-2\gamma \sin^2 \Theta_n}$$

$$P_M \approx 2\Phi \left(\sqrt{2\gamma} \sin \frac{\pi}{M} \right), \quad K = \log_2 M$$

Замечание: До этого считали, что кодовый детектор осуществляет идеальное восстановление фазы несущей. На практике фаза несущей определяется с использованием нелинейных операций. Эти операции приводят к неоднозначности вычисления фазы. Решить проблему неоднозначности можно путем использования дифференциальной фазовой манипуляции, однако последняя приводит к увеличению вероятности битовой ошибки.

Вероятность ошибки для КАМ-квадратурно-амплитудной модуляции.

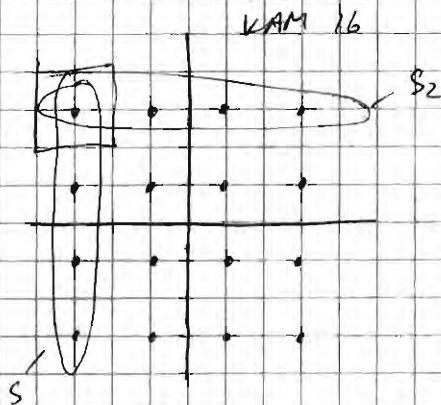
$$E_M = \left[A_m \cos \sqrt{\frac{1}{2} E_d}; A_m \sin \sqrt{\frac{1}{2} E_d} \right]$$

В общем случае ^{расчет} вероятность ошибки для КАМ при $M > 4$ задана, т.к. зависит от конфигурации созвездия КАМ.

На практике наиболее часто используются прямоугольные созвездия, которые легче всего демодулируются. Прямоугольные КАМ эквивалентны 2-М сигналам АМ с ортогональными несущими. Для прямоугольных созвездий при $M = 2^k$, k - четное число (4, 16, 64).

Сигнальное созвездие КАМ эквивалентно сумме 2-х сигналов АМ на квадратурных несущих.

$$\sqrt{M} = 2^{k/2}$$



Демодуляция одного АМ сигнала (S_1)
 - - - - - Демодуляция другого АМ сигнала (S_2)

И. о. исследование вероятностных хар-к ~~КАМ~~ демодуляторов КАМ-сигналов можно легко свести к демодуляции АМ

$$P_{\text{ош}} = (1 - P_{\text{п}})^2$$

- Вероятность ошибки для АМ

Вероятность правильной решетки при демодуляции КАМ сигнала АМ ~~или~~ ^{или} в данном случае поровниную мощность

$$P_{\text{п}} = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \Phi \left(\sqrt{\frac{3}{M-1}} \cdot \frac{E_{\text{ср}}}{N_0} \right) \quad \frac{E_{\text{ср}}}{N_0} - \text{ЭМ на символ}$$

$$P_{\text{м}} = 1 - P_{\text{ош}} = 1 - (1 - P_{\text{п}})^2$$

Опуская арифметические преобразования, запишем выражение для вероятности ошибки в прямоугольной КАМ:

$$P_M \approx 1 - \left[1 - 2 \Phi \left(\sqrt{\frac{3E_{ср}}{(M-1)N_0}} \right) \right]^2 \approx 4 \Phi \left(\sqrt{\frac{3kE_{ср}}{(M-1)N_0}} \right); \quad \frac{E_b \cdot \Phi}{N_0} = \text{ОШД/бит}$$

Интерес практический интерес сравнения фазовой манипуляции и КАМ.

ФМ: $P_M \approx 2 \Phi \left(\sqrt{2} \gamma_s \sin \frac{\pi}{M} \right)$

КАМ: $P_M \approx 4 \Phi \left(\sqrt{\frac{3 \gamma_s}{M-1}} \right)$

$$\gamma_s = \frac{E_s}{N_0}$$

После проведения циклического расчета по формулам, получим:

M	коэф. (γ_s), дБ
4	0
16	4,2
64	9,95

выигрыш в дБ

Т.е. в квадратурно-амплитудная манипуляция достигается такой же выигрыш в ОШД по сравнению с ФМ.

Частотная модуляция.

Условная модуляция (ЧМ, ФМ - ~~нелинейная~~). Спектр модулированного сигнала зачастую может быть больше исходного цифрового сообщения. Это происходит из-за нелинейных преобразований.

Узловая модуляция используется, когда необходима максимальная достоверность приема информации.

$$s_{FM}(t) = \cos[2\pi f_0 t + k_f m(t)]$$

k_f - коэффициент модуляции

$m(t)$ - последовательность сигнальных импульсов.

$$f_c(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\psi(t)}{dt}, \quad \psi(t) = 2\pi \int_{-\infty}^t f_1(t) dt$$

на этой ф-ле основана работа балк-обв. развех и частотных детекторов.

ЧМ:
$$s_{FM}(t) = f_0 + \frac{k_f}{2\pi} m(t) \quad k_f = \text{const}$$

$$s_{FM} = e_{FM}(t) = \cos[2\pi f_0 t + k_f \int_{-\infty}^t m(t) dt]$$

$$f_c(t) = f_0 = \Delta F \cdot h(t)$$

$$\Delta F = \frac{k_f}{2\pi} m(t) \Big|_{\text{max}} - \text{максимальная девиация сигнала}$$

$$h(t) = \frac{m(t)}{m(t)_{\text{max}}}$$

$$\beta = \frac{\Delta F}{f_m} = \frac{\Delta F}{\frac{\Delta F}{R}} - \text{индекс модуляции}$$

R - частота модулирующего сигнала

~~Индекс модуляции определяет макс. отклонение частоты от несущей~~

$$e(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \beta g_n(t))$$

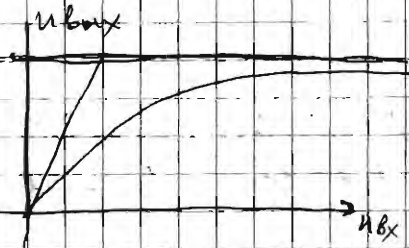
g_n - нормированная ф-ца изменения фазы.

Г.о. индекс модуляции определяет максимальное отклонение фазы при рассмотрении частотной модуляции как частотного смещения члковой мощности ЧМ и ФМ сигналов не зависит от вида модуль функции.

Отношение пиковой мощности ЧМ сигнала к среднему значению мощности постоянно.

Это свойства важно для практического применения, так в ЧМ перед. и прм можно использовать меньшее усиление по мощ-сти. Мелнейший усилитель обладает КПД во много раз больше, чем линейный.

Для АМ колебаний пунжи и прозрачные каскады. (обладают линейным передаточным коэффициентом)



Узкополосная ЧМ.

Традиционно ЧМ разделяется на 2 подкласса: узкополосная и широкополосная.

В узкополосной используется индекс модуляции $\beta < 1$; для широкополосной β достигает 10-20

$$e_{\text{ЧМ}}(t) = \cos[2\pi f_0 t + \beta g_n(t)] = \cos 2\pi f_0 t \cos[\beta g_n(t)] - \sin 2\pi f_0 t \sin[\beta g_n(t)]$$

Для узкополосности $\beta \ll 1$ (индекс)

$$e_{um}(t) = \cos 2\pi f_0 t - \beta g_n(t) \sin 2\pi f_0 t$$

$$E_{um}(f) = \frac{1}{2} [\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)] + \frac{j\beta}{2} [G_n(f-f_0) - G_n(f+f_0)]$$

$$G_n(f) \Leftrightarrow g(t)$$

Выражение гра скорости $4M$ по фазе положит на
выражение гра скорости модуляции:

$$e_{um}(t) = \cos 2\pi f_0 t + m_a \cdot m(t) \cos 2\pi f_0 t$$

Запишем формулу гра спектра сигнала

$$E_{um}(f) = \frac{1}{2} [\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)] + \frac{m_a}{2} [M(f-f_0) + M(f+f_0)]$$

Используем в $4M$ ту же ф. ио:

$$E_{um}(f) = \frac{1}{2} [\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)] + \frac{k_f}{4} \left[\frac{M(f-f_0)}{f-f_0} - \frac{M(f+f_0)}{f+f_0} \right]$$

$$\beta g_n(t) = k_f m(t)$$

Анализ спектров показывает, что наиболее отличие между ними
когда амплитуда заключается в повороте фазы на 180°
боковой полосы на 180°

Рассмотрим частный случай, когда модулирующий сигнал ab
рациональный ф-ей.

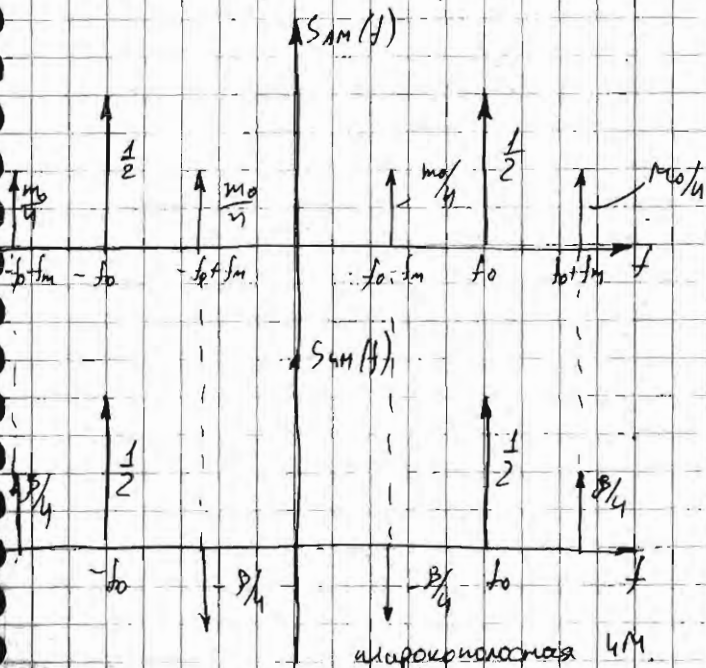
$$e_{um} \approx \cos 2\pi f_0 t - \beta \sin 2\pi f_0 t \cdot \sin 2\pi f_m t = \cos 2\pi f_0 t -$$

$$- \frac{\beta}{2} [\cos 2\pi (f_0 - f_m) t + \cos 2\pi (f_0 + f_m) t]$$

$$S_{AM} = \cos 2\pi f_0 t + m_a \cos 2\pi f_m t \cdot \cos 2\pi f_0 t = \cos 2\pi f_0 t +$$

$$+ \frac{m_a}{2} [\cos 2\pi (f_0 - f_m) t + \cos 2\pi (f_0 + f_m) t]$$

Из сопоставления формул также можно проследить появление боковой составляющей $(f_0 - f_m)$. Амплитуды гармонических составляющих будут разные, ширина полосы спектра будет $2f_m$.



Узкополосная ЧМ имеет важное значение при передаче цифровой информации. При передаче непрерывных сообщений (речь) необходимо обеспечить хорошее ОСЧ. В этом случае широкополосная ЧМ используется, обладающее повышенной помехоустойчивостью.

Узкое расширение спектров ЧМ достигается увеличением индекса модуляции β и максимальной частоты ΔF . В этом случае выражения для ЧМ не работают, однако постоянство огибающей сохраняется, поэтому средняя мощность излучений остается неизменной.

$$\cos [\beta g_n(t)] \approx 1 - \frac{\beta^2}{2} g_n^2(t)$$

$$\sin [\beta g_n(t)] \approx \beta g_n(t)$$

$$e_{\text{шм}}(t) = \left[1 - \frac{\beta^2}{2} J_0^2(\beta) \right] \cos 2\pi f_0 t - \beta J_1(\beta) \sin 2\pi f_0 t$$

модулирующая ф-ца $\beta \sin 2\pi f_m t$ в квадрате, благодаря этому спектр широкополосной ЧМ по сравнению с узкополосной расширяется в 2 раза. Кроме того доля мощности спектра в спектре уменьшается, мощность сигнала перераспределяется более равномерно.

Косинус и синус узкополосной ЧМ рассматривают с помощью тригонометрической модуляции.

$$e_{\text{шм}}(t) = A_c \cos(2\pi f_0 t + \beta \sin 2\pi f_m t) = A_c \cos 2\pi f_0 t \cdot \cos(\beta \sin 2\pi f_m t) - A_c \sin 2\pi f_0 t \cdot \sin(\beta \sin 2\pi f_m t)$$

Преобразуем: $\cos(\beta \sin x) = J_0(\beta) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\beta) \cos 2nx$

$$\sin(\beta \sin x) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(\beta) \sin(2n+1)x$$

$$J_n(\beta) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (\beta/2)^{2m+n}}{m!(m+n)!}$$

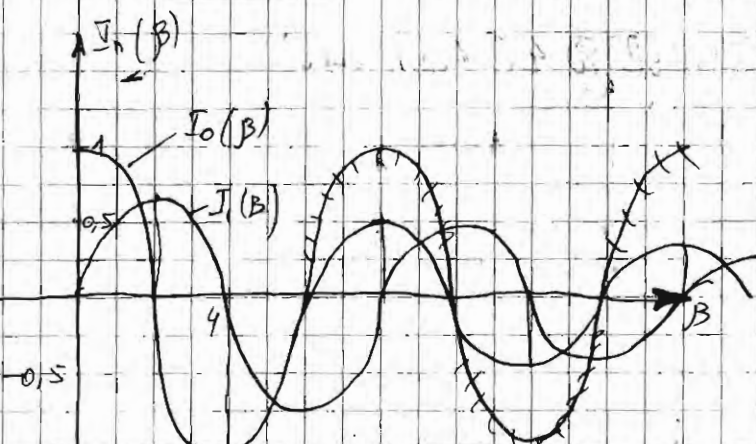
тогда $e_{\text{шм}}(t) = A_c \left[J_0(\beta) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\beta) \cos 4\pi n f_m t \right] \times$

$$\times \cos 2\pi f_0 t - A_c \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(\beta) \sin [2\pi(2n+1) f_m t] \cdot \sin 2\pi f_0 t$$

$$= A_c J_0(\beta) \cos 2\pi f_0 t - A_c \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(\beta) \left[\cos 2\pi [f_0 - (2n+1) f_m] t - \right.$$

$$\left. - \cos 2\pi [f_0 + (2n+1) f_m] t \right] + A_c \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\beta) \left[\cos 2\pi (f_0 - 2n f_m) t + \cos 2\pi (f_0 + 2n f_m) t \right]$$

Амплитуда каждой гармоники определяется индексом модуляции β по ф-лам Бесселя.

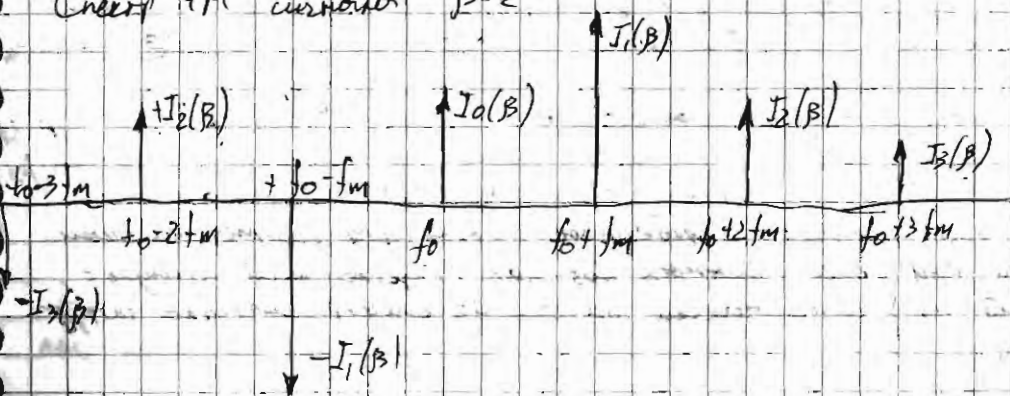


Вывод:

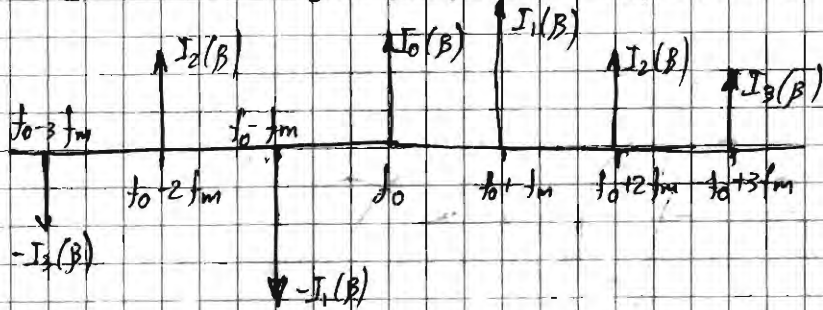
Т.о. спектр ЧМ сигнала, модулированного гармоникой частоты f_m , состоит из несущей частоты f_0 и бесконечное кол-во симметричных боковых лепестков, следующих на частотах $f_0 \pm n f_m$, $n = 0, 1, 2, \dots$

Этим ЧМ и отличается от АМ, где всего 2 боковые составляющие.

Спектр ЧМ сигнала $\beta = 2$



ЛЕВУЛЯ 410 (22.11.2006)



Число составляющих в спектре 4M сигнала ∞ , однако их амплитуда убывает \downarrow

Вопрос: сколько гармонических составляющих оставить, чтобы определить ширину полосы спектра 4M сигнала.

n -я Бесселя $J_n(\beta)$, $\lambda \gg 1$ близка к нулю везде, кроме $\beta \approx n$

$$J_{n+1}(\beta) \approx 0$$

Исходя из этих свойств функции Бесселя можно ограничиться количеством гармоник $n \leq \beta$. Спектр 4M сигнала лежит в полосе $f_0 \pm n f_m$. f_m - частота модуляции.

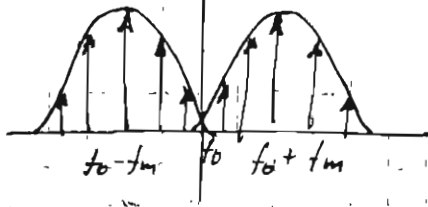
\rightarrow ширина полосы спектра 4M сигнала $W_{4M} = 2n f_m \approx 2\beta f_m = 2\alpha F$ $\left. \begin{array}{l} W_{4M} = 2(\alpha F) f_m \\ \text{для узкополосной ант. } W_{4M} \geq 2 f_m \end{array} \right\} \approx 2(\beta+1) f_m$

Пусть $f_m = 10 \text{ кГц/с}$; $\beta = 5$ - широкополосный 4M; $W_{4M} = 120 \text{ кГц}$.

То это было получено справедливо только для гармонической модуляции. При более сложных воз-мех (Гарсовский импульс, прямоугольный cos) амплитуды спектра \downarrow сигнала затухают быстрее.

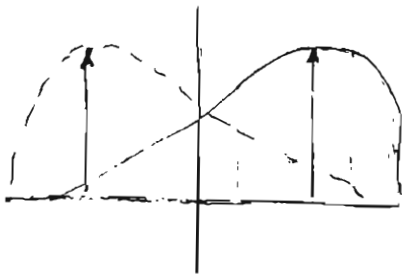
(2) Подход к решению данной задачи следующий: спектр сигнала расщепляется на конечное число гармонических составляющих и для каждой гармоники выводится выражение для спектра, выражения для гармонической модуляции и выражение для спектр. полосы, далее будет принцип суперпозиции. В самом общем случае спектр 4M - сигнала определяется мгновенной частотой и статистическими свойствами модулирующего воздействия.

Сравним спектры АМ и ЧМ



f_m - частота модуляции

Основная энергия в спектре ЧМ сигнала сосредоточена в области боковых, расположенных в окр-ти преобладающей частоты...



Генерация ЧМ-сигналов

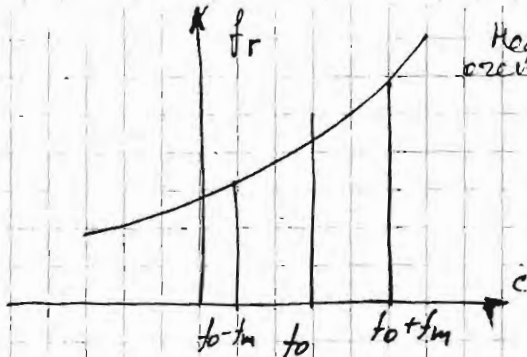
Для генерации ЧМ-сигналов существуют 2 основных способа:

- 1) Управляемая реактивность
- 2) Управляемый генератор с умножением частоты.

Так же существует ряд гибридных способов наподобии перекрывае-
мых генераторов

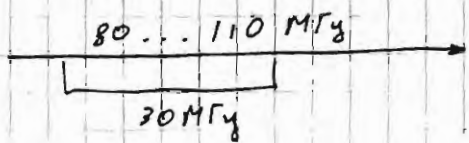


2)



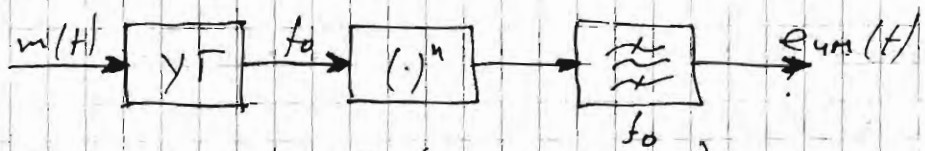
Недостаток 2-ого способа - малый запас частоты
связи узкий.

- 1) $\frac{f_m}{f_0} \approx 1\%$ - сложно получить девиацию
- 2) Сложность удержания частоты постоянной f_0 (т.е. требования к ширине полосы пропускания передаточных трактов местной, для стабилизации частот используемых схемы на основе кварцевых генераторов).



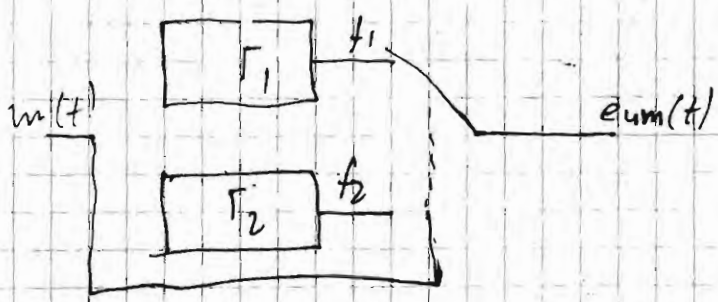
Технически перекрыть такую большую полосу 1-м генератором нельзя.

2-й способ: с управляемым генератором и управлением частоты.



? УГ - с реактивностью (упр генератор).

Выводителю, схема возведения в степень и приводит к обобщенному гармоник n-го порядка, девиация частоты f в n раз



Подсказки:

- 1) Возможна только модуляция прямоугольными импульсами, спектр ЧМ сигнала требует дополнительного ограничения. Такая модель подходит только для устройств, где нет жестких требований к ширине полосы спектра передаваемого сигнала.
- 2) Разрывность фазы модулирующего сигнала, это также негативно влияет на его демодуляцию. Схемы на переключательных генераторах может быть использована только для широкополосной ЧМ.

на практике частотные генераторы сложно синхронизировать между собой. Благодаря этому 2 частоты f_1 и f_2 не будут кратными тем самым исключается возможность когерентной демодуляции.



- 1 - полосовой фильтр для выделения канала передачи.
 - 2 - цепочка ограничитель.
 - 3 - 4D - частотный детектор (используется схема оценки минимума частоты, основанная на вычислении производной фазы).
- В качестве 4D используется

данная схема является некорректной.

Для демодуляции ЧМ можно использовать схему корреляционно-го демодулятора. А базисными Ф-ами, являющимися гармониками передаваемого сигнала.

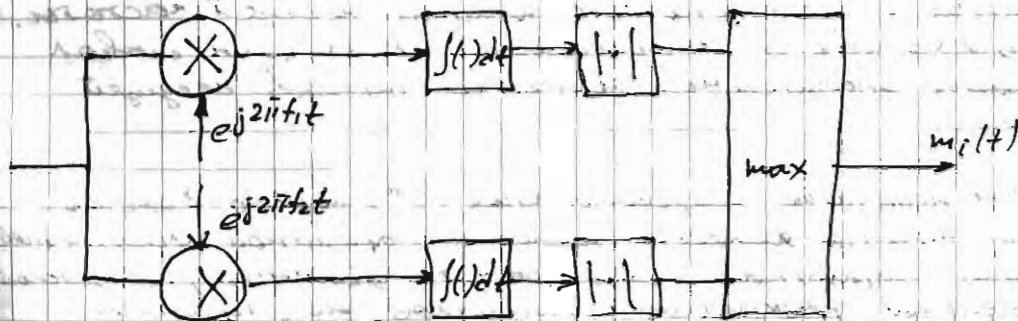
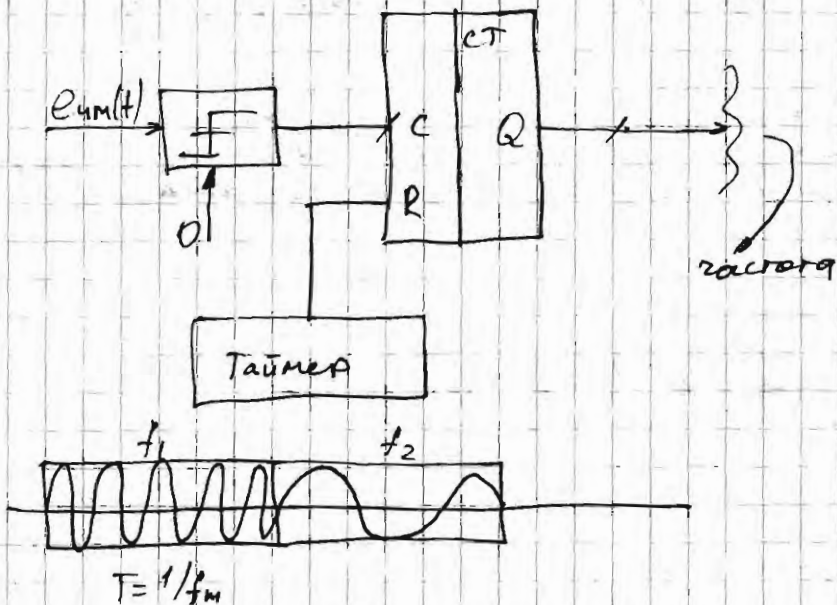


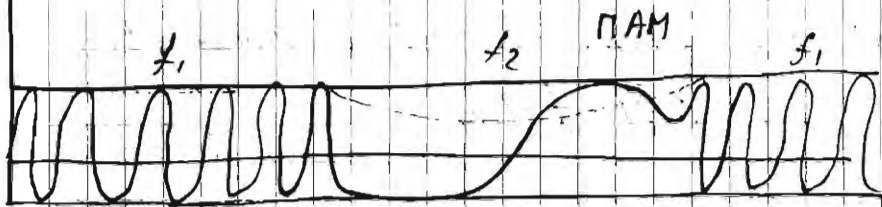
Схема может иметь когерентную реализацию, но для этого генератора частот f_1 и f_2, \dots

Для ЧМ с большими индексами модуляции ЧД М.Б. выполним в виде стеганов.



С технической (алгоритмической) точки зрения демодулировать широкополосную ЧМ проще чем узкополосную. Это достигается благодаря тому, что в узкополосной ЧМ длительность символа сопоставима с длительностью периода несущей частоты. В то время как в широкополосной ЧМ за один символ укладывается значительное количество периодов несущей частоты.

Основной проблемой широкополосной ЧМ, помимо большой ширины полосы является наличие паразитной амплитудной модуляции. Паразитная модуляция - это явление, связанное с нелинейной функцией сигналов нос частоты.



При практической реализации широкополосных ЧМ схем неизбежна паразитная амплитудная модуляция. Она приводит к нарушению свойств ортогональности передаваемых сигналов и приводит к существенным ошибкам при демодуляции.

Для борьбы с ПЧМ (паразитная амплитудная модуляция) используется глубокое нелинейное ограничение сигналов на приемной стороне. Помехоустойчивость широкополосных ЧМ систем.

гасящая модуляция за счет расширения полосы спектра позволяет значительно бороться с аддитивной помехой. Это также способствует нелинейной фильтрации. Однако у гасящей модуляции есть корень помехоустойчивости. Такой корень также присутствует в других видах модуляции. Для того, чтобы добиться помехоустойчивости сигнал должен превышать пороговый уровень.

Пороговый эффект связан с тем, что все характерные помехительные св-ва ЧМ сигнала, вызванные расширением спектра работают только до некоторого критического соотношения сигнал-шум. Ниже этого соотношения помехоустойчивость ЧМ системы становится ниже чем у АМ.

(?)

$$e_r(t) = e_{\text{ЧМ}}(t) + n(t)$$

аддитивная БПЧ

Разножам шум по квадратурам;

$$u(t) = x(t) \cos 2\pi f_0 t - y(t) \sin 2\pi f_0 t = S(t) \cos(2\pi f_0 t + \theta(t))$$

$$N = \frac{\overline{u^2(t)}}{2} = \frac{x^2(t)}{2} = \frac{y^2(t)}{2} = \frac{1}{2} p^2(t) \quad \text{средняя мощность на холостом входе}$$

$$e_u(t) = A_c \cos[\omega t + \beta g_n(t)] + p(t) \cos[2\pi f_0 t + \theta(t)]$$

в микшере также применяется ДСМ;

$$\left(\frac{E_c}{N_u}\right) = \alpha \omega = \frac{A_c^2}{2N}$$

$$e_u(t) = \langle A_c \rangle \cos \psi(t)$$

Примеры амплитудное ограничение (сглаживание огибающей)

$$\hat{e}_u(t) = \cos[2\pi f_0 t + \psi(t)] = \cos \psi(t)$$

$$\psi(t) = \beta g_n(t) + \arctg \frac{p(t) \sin[\theta(t) - \beta g_n(t)]}{A_c + p(t) \cos[\theta(t) - \beta g_n(t)]}$$

если E_c/N_u (ДСМ) — велика по сравнению с мощностью сигнала, то

$A_c \gg p(t)$ / амплитуда сигнала \gg амплитуда шума.

$$\frac{E_c}{N_u} = \beta g_n(t) + \frac{p(t)}{A_c} \sin[\theta(t) - \beta g_n(t)]$$

т.е. при большой ДСМ сигнал подвержен случайным отклонениям фазы, обусловленным наличием шума.

Если $A_c \ll p(t)$

$$\psi(t) = \theta(t) + \frac{A_c}{p(t)} \sin(\beta g_m(t) - \theta(t))$$

β - индекс модуляции
гм - амплитудная составляющая
на носитель

Т.о. при малых ОСМ фаза сигнала определяется в основном видом фазы помехи.

Частотный детектор выполняет следующую ф-ию

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\psi(t)}{dt} = f_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

Представим частотный детектор как линейную систему

«интегральная хар-ка»

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt}, \quad H(f) = jf$$

$$\psi(t) = \beta g_m(t) + \frac{p(t)}{A_c} \sin(\theta(t) - \beta g_m(t))$$

Т.к. фаза помехи распределена равномерно на интервале $[-\pi; \pi]$ то фаза сигнала также распределена равномерно на интервале $(\beta g_m(t) - \pi; \beta g_m(t) + \pi)$

Отсюда следует, что при больших ОСМ на входе среднеквадратическое значение помехи на выходе ЧД не зависит от закона модуляции, а определяется только уровнем несущей и мощностью помехи.

В этом случае можно упростить рассматриваемую систему, преобразова модулирующую компонентой фазы

$$e(t) = \beta g_n(t) + \frac{p(t)}{k_c} \sin(\theta(t) - \beta g_n(t)) \approx$$

$$\approx \beta g_n(t) + \frac{p(t)}{k_c} \sin \theta(t) = \beta g_n(t) + \frac{y(t)}{k_c}$$

$$\frac{1}{2\pi} p(t) = \frac{\beta}{2\pi} g_n'(t) + \frac{y'(t)}{k_c}$$

Рассмотрим случай прямоугольной модуляции.

$$\beta g_n(t) = \frac{\Delta F}{f_m} \sin \omega_m t$$

$$u(t) = \frac{\beta g_n(t)}{2\pi} = \Delta F \cos \omega_m t$$

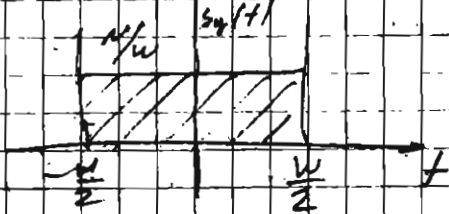
$$S_0 = \frac{\Delta F^2}{2}$$

Рассмотрим канал как аддитивный белый гауссовский шум

$y(t)$ - гауссовская шумовая (см. пред. лекцию)

$$W = 2(\Delta F + f_m)$$

$$S_y(f) = \begin{cases} \frac{N}{W} & |f| \leq \frac{W}{2} \\ 0 & |f| > \frac{W}{2} \end{cases}$$

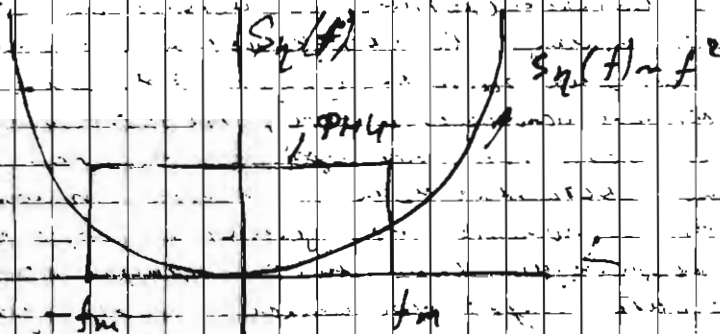


$$y(t) = \frac{y'(t)}{2\pi Ac}$$

$$S_y(f) = |H(f)|^2 S_y(f)$$

$$H(f) = \frac{j 2\pi f}{2\pi Ac} = j \frac{f}{Ac}$$

$$S_y(f) = f^2 S_y(f) / Ac^2 = \frac{f^2 N}{w Ac^2} = \left(\frac{f^2}{3w} \right) \left(\frac{Ec}{N} \right) \text{ чм}, |A| \leq \frac{w}{2}$$



Вывод: сигнал на входе после заданного детектирования преобразован в сигнал, который задается \Rightarrow занимает гармониками более высокие порядки.

Примем низкочастотную фильтрацию после сверхвысокочастотного детектирования.

$$\bar{P}_n = \int_{-f_m}^{f_m} S_y(f) df = \left(\frac{f_m^3}{3w} \right) \left(\frac{Ec}{N} \right) \text{ чм}$$

т.о. вычислим окончательно отношение средней мощности сигнала к средней мощности помехи.

$$\eta_{\text{чм}} = \frac{S_o}{\bar{P}_n} = \frac{3w(\alpha F)^2}{2 f_m^3} \left(\frac{Ec}{N} \right) \text{ чм} = 3\beta^2 (\beta + 1) \left(\frac{Ec}{N} \right) \text{ чм}, \left(\frac{Ec}{N} \right) \gg \frac{1}{\beta}$$

Вывод: т.о. в широкополосных ЧМ-системах выигрыш составляет $3\beta^2(\beta+1) \approx 3\beta^2$

при $\beta \approx 5$ выигрыш 450

$\gamma_{\text{ЧМ}} = 3\beta^2 \gamma_{\text{ФМ}}$ при этом полоса расширяется в $\beta+1$ раз.

Заключение: Боковые высокочастотные составляющие в спектре сигнала при выходе ЧД подавляются мощной помехой и осн. часть этих составляющих ухудшается. Для борьбы с этим явлением используется метод предвысокочастотного сдвига частот в том, что на передаточной стороне уменьшаются боковые составляющие в спектре сигнала. В приемнике сигнал и помеха модулируются сдвиг фаз с обратной коррекцией т.о. метод предвысокочастотного позволяет ослабить шум при выходе демодулятора.

Все это относится к ЧМ с большими индексами модуляции. На практике для ЧМ-систем уровень помехи устойчивости составляет $\sim 10-13 \text{ дБ}$ в ОСЧ.

ИЗВЕСТНО 99 (29.11.2006)

использовано.

Радиостанции с замкнутым и периодом разнесенного приема,

$$r(t) = S(A) + n(A)$$

Модель канала с аддитивным Белым гауссовским шумом, которая рассматривалась ранее имеет место лишь при прямой видимости.

При перемещении Прн и Прм возможны колебания ОСМ, но т.к. период колебаний превосходит длительность сигнала, то эту связь можно считать стационарной.

Для обеспечения каналов дальней наземной связи и каналов с готовности ниже 500 км, необходимо учесть замирания.)

Отдельной задачей - гидроакустика. Проявляются все те же общие явления, что и в радиосвязи, но масштаб передачи сигнала сдвинул в область низких частот.

Замирания различают быстрые и медленные. Медленные замирания обусловлены флуктуацией сигналов, период которых много больше длительности символов. Эти замирания вызваны природными явлениями.

В отличие медленных замираний невозможно устранить шум выбора определенных сигналов, фильтрации, ~~и~~ период приема. (?)

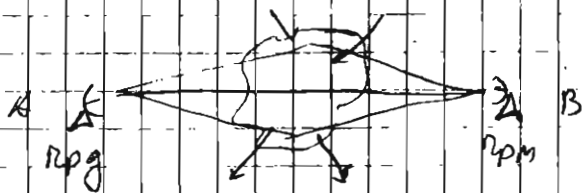
Поэтому с медленными замираниями существует 2 основных способа борьбы: 1) системный запас (увеличение мощности передатчика, заборитов антенн и т.д.) Эти методы не всегда оправданы и эффективны, т.к. приводят к удорожанию принимающей системы.

2) В настоящее время широко распространены методы адаптации параметров приемно-передающей системы каналу связи.

Замирания - это искажения сигналов, вызванные дилатационными свойствами среды распространения

Быстрые затухания — составлены с длительностью или
всего $\tau_3 \approx 1$.

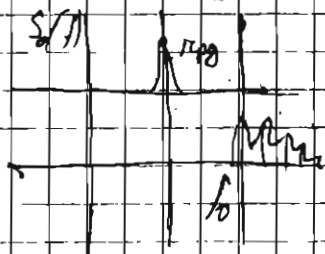
Быстрые затухания обусловлены явлением многолучевости



Многолучевость каналов с Рэлеевскими
затуханиями

Поэтому такому каналу обладает средой распространения, которая
состоит из множества отражающих и рассеивающих элементов

Изменение времени задержки, изменение амплитуды, изменение
числа интервалов \rightarrow последовательности



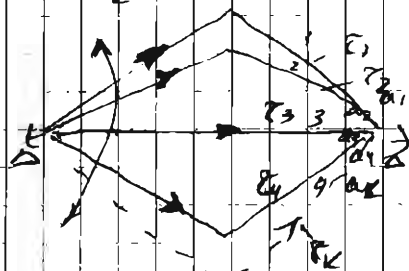
Многолучевость физически обусловлена явлениями дифракции и
отражения и рассеивания сигналов.

В Рэлеевской модели многолучевости предпологается, что
кар-ки отражателей и рассеивателей постоянно меняются по
средние кар-ки среди остаются постоянными. Вследствие
этого принявший сигнал можно считать стационарным.

$S_0(t) = \text{Re} [u(t) e^{j2\pi f_0 t}]$ - излучаемый сигнал

$u(t)$ - комплексная амплитуда, определяемая набором параметров сигнала, состоящими из k путей

$s(t) = \sum_k a_k(t-t_0) S_0(t-t_0-\tau_k(t))$ - принятый сигнал



t_0 - среднее время задержки для всех путей, оно соответствует прямой пути.

τ_k - время задержки прохождения сигнала по каждому пути.

a_k - обусловлена рассеивающими свойствами в каждом направлении

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\sigma, t-t_0) S_0(t-t_0-\sigma) d\sigma$$

$$\alpha(\sigma, t-t_0) = \sum_k a_k(t-t_0) \delta(t-t_0-\sigma)$$

$$s(t) = \text{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\sigma, t-t_0) u(t-t_0-\sigma) e^{j2\pi f_0(t-t_0-\sigma)} d\sigma \right\}$$

$$= \text{Re} \left\{ v(t-t_0) e^{j2\pi f_0(t-t_0)} \right\}, \quad v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\sigma, t) u(t-\sigma) e^{-j2\pi f_0 \sigma} d\sigma$$

$v(t)$ - комплексная обобщенная огибающая принятого сигнала

$$h(\tau, t) = d(\tau, t) e^{j2\pi f_0 t}$$

$$V(f) = \int_0^T h(\tau, t) u(t-\tau) d\tau = \int_0^T h(t-\tau, t) u(\tau) d\tau$$

т.о. комплексная огибающая принятого и передаваемого сигнала связана той же зависимостью, что и при передаче случайных процессов через линейный фильтр. Однако при радиопередаче параметры этого линейного фильтра изменяются во времени.

$$H(f, t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t) e^{j2\pi f \tau} d\tau \quad \text{— передаточная функция среды}$$

$$V(f) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f, t) U(f) e^{j2\pi f t} dt$$

$U(f)$ — спектр излученного сигнала

$$U(f) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) \cdot e^{-j2\pi f \tau} d\tau$$

Представим среду распространения в виде фильтра.

$$f = f_0 + f_1$$

Рассмотрим прохождения сигнала через канал связи канал на выходе получим амплитудно-фазовый сигнал

$$u(t) = A \cdot e^{j2\pi f_1 t}$$

$$U(f) = A \cdot \delta(f - f_1)$$

Рассмотрим огибающую этого сигнала

$$V(f) = A H(f, t) e^{j2\pi f_1 t}$$

$$S(f) = \text{Re} \{ A H(f, t - t_0) \cdot e^{j2\pi(f_1 + f)(t - t_0)} \}$$

У.о. амплитуда и фаза многократного сигнала подвергается искажения, определяемые передаточной ф-цией $H(\omega, t)$

При этом происходит расширение спектра и сигнал на приемном конце уже не является монохроматическим.

$$V(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) e^{-j2\pi ft} dt = \iint_{-\infty}^{\infty} H(\omega, t) U(\omega) e^{j2\pi(\omega - f)t} d\omega dt$$

$H(\omega, t)$ - описывает мультипликативные св-ва модуляции в канале.

В результате воздействия многократности сигнал подвергается демодуляции.

Рассмотрим частотной стужой, когда $f' = 0$.

$$f' = 0 : v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega, t) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} d(\omega, t) e^{j2\pi\omega t} d\omega$$

$$s(t) = \text{Re} \left\{ e^{j2\pi f_0(t-t_0)} \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega, t-t_0) d\omega \right\} =$$

$$= \text{Re} \left\{ e^{j2\pi f_0(t-t_0)} \int_{-\infty}^{\infty} d(\omega, t-t_0) e^{j2\pi\omega(t-t_0)} d\omega \right\}$$

$$s(t) = \text{Re} \left\{ e^{j2\pi f_0(t-t_0)} \sum_k a_k(t-t_0) e^{j2\pi\omega_k(t-t_0)} \right\} =$$

↑
когда комплексная часть нулей

$$\sum_k a_k e^{j2\pi\omega_k}$$

Сигнал на приемном конце можно представить как совокупность сигналов с различными амплитудами и фазовыми сдвигами.

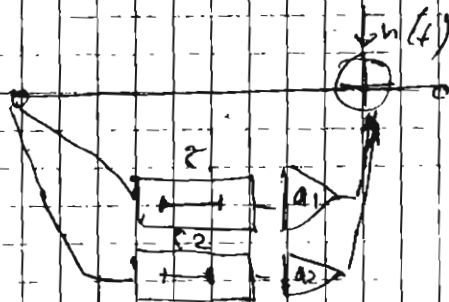
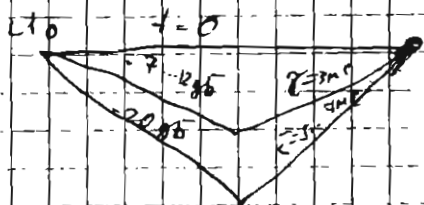
Практика показала, что быстрая флуктуация амплитуды и фаз вызваны динамическим случайным характером изменения параметров среды, а именно времени задерживания и величине рассеивания.

Г.С. квадратичные компоненты результирующего сигнала по центральной предельной теореме будут стремиться к Гауссовским независимым случайностям с нулевым 1-ым моментом и одинаковыми дисперсиями. Тем же самым свойством обладает узкополосный в эфире Гауссовский шум.

Из мат. статистики также известно, что амплитуда такого сигнала распределается по закону Рэлея, а фаза равномерно по интервалу $[0, 2\pi]$.

Рэлеевская аппроксимация допустима только в том случае если все пути обладают приблизительно одинаковой амплитудой.

В природе часто бывает, что существует один путь, по которому сигнал идет с гораздо большей интенсивностью чем все остальные. Такой канал называется зеркальным. Этот случай часто встречается на практике. Тогда сигнал на входе приемника представляется как сумма гармоник и набора Гауссовских случайных величин. Канал называется каналом Рэлея - Райса.



Вероятность ошибок при Рэлевоских замещениях

Истинность Рэлевоской модели замещения состоит в том, что она описывает случайные процессы, происходящие в телесных системах связи.

Анализ помехоустойчивости системы в условиях недрезкого замещения состоит в определении ф-ции в-ти ошибки по всем возможным значениям мультипликативного коэф-та, имеющего Рэлевоское распределение и по фазовому сдвигу

Фактически принимаемый сигнал усредняется по ф-ции $N(d, A)$

Рассмотрим 4 характерных случая:

- 1) некогерентная ЧМ
- 2) некогерентная относительная фазовая модуляция (ДФМ)
- 3) когерентная ЧМ
- 4) когерентная ФМ

Вероятность битовой ошибки

$$m=2$$

$$P_{\text{битовая ЧМ}} = \frac{1}{2} e^{-d}, \quad \begin{cases} d = \frac{1}{2} - \text{некогер. ЧМ} \\ d = 1 - \text{ДФМ} \end{cases}$$

$$P_{\text{ФМ}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{2d}), \quad \begin{cases} d = \frac{1}{2}, \text{когер. ЧМ} \\ d = 1, \text{когер. ФМ} \end{cases}$$

$$\operatorname{erfc}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_t^{\infty} e^{-t^2} dt$$

Замечание: Возникает вопрос, что happens под действием фазы в случае фазового искажения (защирания). Если изменение медленное, то можно восстановить закон изменения фазы на протяжении кода.

Для СФМ требуется знание изменения фазы при переходе от шиблета к шиблету было мало.

Рассмотрим случай, когда параметры модуляционного сигнала остаются постоянными в пределах длительности шиблета

$$P(u) = \frac{(2u)^2}{(u_0^2)} e^{-u^2/u_0^2}, \quad 0 < u < \infty$$

$$u_0^2 = u^2$$

Если будем измерять только в результате защирания, т.е. БИИ в рассмотрении не участвует.

$$y = \frac{u^2}{2u_0} - \text{БИИ}$$

$$P(y) = \frac{1}{y_0} e^{-y/y_0} \quad 0 < y < \infty$$

$$y_0^2 = y^2$$

Вычислим функцию вероятности ошибки для 4-х видов модуляции, которые рассматривали ранее.

$$P(u) = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} e^{-y} \frac{1}{y_0} e^{-y/y_0} dy = \frac{1}{2(1+y_0)}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} - 4M$$

$$\alpha = 1 - 0.7M$$

Выводы: так и предполагалось теоретически идеальная фазовая манипуляция (ИФМ) дает выигрыш по мощности в 3 дБ по сравнению с когерентной и некогерентной ЧМ соответственно. Это объясняется тем, что в ф-лах,

Функционала правды принятого сигнала, а также его фазы во время среднего значения, объясняемая замиранием, вызывает значительное ухудшение помехоустойчивости.

Анализ графиков показывает, что помехе замирания при необходимости уровне вер-ти дробной ошибки 10^{-2} требуется запас в 0.5 порядка дБ.

Увеличение вероятности блуждающей ошибки на порядок требует увеличения мощности передаваемого сигнала на величину порядка 10 дБ.

$$P_{\text{ИЧМ}} \rightarrow \frac{1}{\beta_0}$$

$$P_{\text{когер. ЧМ}} \rightarrow \frac{1}{2\beta_0}$$

$$P_{\text{НЧМ}} \rightarrow \frac{1}{2\beta_0}$$

$$P_{\text{ФМ}} \rightarrow \frac{1}{4\beta_0}$$

Самое качественное различие рабочих характеристик схем в каналах с замиранием и БТЦ состоит в том, что в 1-м случае используются...

В каналах с БТЦ - экспоненциальная зависимость.

Т.е. замирания являются серьезной проблемой с технической точки зрения и для ее решения разработаны специальные методы, которые называются методами разносигнального приема.