Структура процедуры ПД

22.11.06г.

Рассмотрим случай, когда кол-во ошибок max. $\Rightarrow$

$\deg \sigma(z) = n$., при этом $S(z)$ имеет степень $= 2n-1$. Перемножим их.

Правую. можно представить ввиде суммы 3 полиномов.

$$\sigma(z)\cdot S(z) = R(z) + \Theta(z) + P'(z).$$

$$R(z) = \sigma_0 S_1 + (\sigma_1 S_1 + \sigma_0 S_2) z + (\sigma_2 S_1 + \sigma_1 S_2 + \sigma_0 S_3) z^2 + \dots + (\sigma_{n-1} S_1 + \sigma_{n-2} S_2 + \dots + \sigma_1 S_{n-1} + \sigma_0 S_n) z^{n-1}.$$

$$\Theta(z) = (\sigma_n S_1 + \sigma_{n-1} S_2 + \dots + \sigma_1 S_n + \sigma_0 S_{n+1}) z^n + (\sigma_n S_2 + \sigma_{n-1} S_3 + \dots + \sigma_1 S_{n+1} + \sigma_0 S_{n+2}) z^{n+1} + \dots + (\sigma_n S_n + \sigma_{n-1} S_{n+1} + \dots + \sigma_0 S_{2n}) z^{2n-1}$$

$$P'(z) = (\sigma_1 S_{2n} + \sigma_2 S_{2n-1} + \dots + \sigma_n S_{n+1}) z^{2n} + (\sigma_2 S_{2n} + \sigma_3 S_{2n-1} + \dots + \sigma_n S_{n+2}) z^{2n+1} + \dots + (\sigma_{n-2} S_{2n} + \sigma_{n-1} S_{2n-1} + \sigma_n S_{2n-2}) z^{3n-3} + (\sigma_{n-1} S_{2n} + \sigma_n S_{2n-1}) z^{3n-2} + \sigma_n S_{2n} z^{3n-1}$$

Проанализируем.

Коэф. $\Theta(z)$ ур-ии из рассмотр. ранее системы из рассмотр. ошибок, где коэф. σ_i связаны. исполняют синдрома. $\Rightarrow \Theta(z) = 0$.

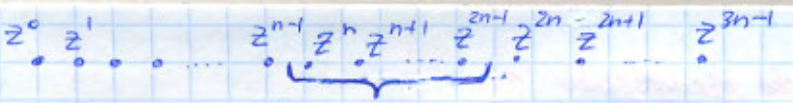
Рассмотрим $P'(z)$, в нем вынесем за скобки z^{2n}.

Затем со ввида: $P'(z) = z^{2n} P(z)$. $\Rightarrow$

$\deg P(z) = \deg R(z)$, в общем случае.

Затем: $\sigma(z)\cdot S(z) = z^{2n} P(z) + R(z)$.

↓



при указанных сигналах.
0 - не исп-ся.

$\sigma(z) \cdot S(z) = R(z) \bmod z^{2n}$.

$R(z)$ — остаток, $P(z)$ - избыток.

$\sigma(z) S(z) = \omega(z) \bmod z^{2n} \Rightarrow R(z) = \omega(z)$. Т.е. $R(z)$ - это полу-НОД функции z^{2n} и $S(z)$.

Из исходного ур-ния видно, что $\sigma(z) = z^{2n} P(z) : S(z)$ или $R(z)$.

Посчитаем аналогично методу Сугеями и инверсируем исходное выражение.

$\overleftarrow{\sigma}(z) \overleftarrow{S}(-z) = z^{2n} \overleftarrow{R}(z) + \overleftarrow{P}(z)$.

$\overleftarrow{\sigma}(z) = z^{2n} \overleftarrow{R}(z) : \overleftarrow{S}(z)$ или $\overleftarrow{P}(z)$.

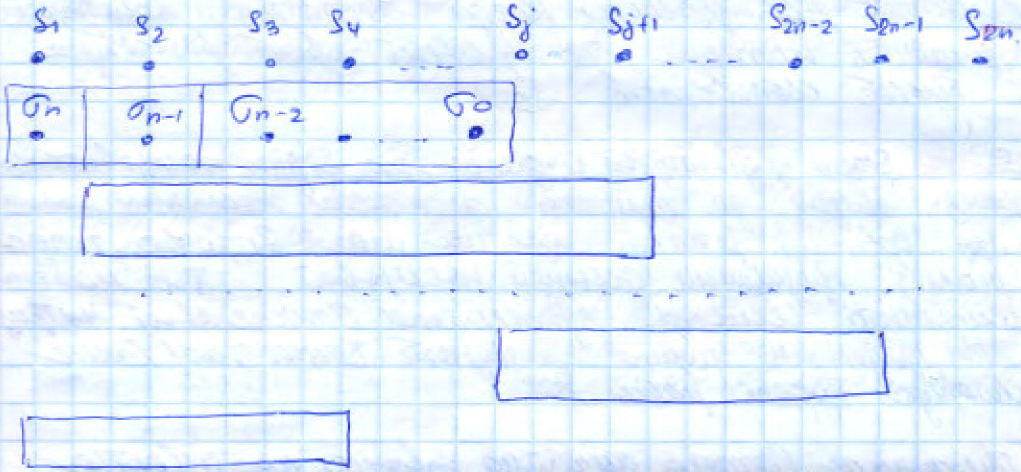
Можно также найти $\sigma(z)$, если заранее известен избыток или остаток.

Метод Питерсона - Берлекемпа - Месси. (МПБМ).

Рассмотрим систему ур-ний для компонент синдрома с max. кол-ом ошибок.

$\sigma_n S_1 + \sigma_{n-1} S_2 + \dots + \sigma_1 S_n + \sigma_0 S_{n+1} = 0$.
$\sigma_n S_2 + \sigma_{n-1} S_3 + \dots + \sigma_1 S_{n+1} + \sigma_0 S_{n+2} = 0$
. . . . . .
$\sigma_n S_n + \sigma_{n-1} S_{n+1} + \dots + \sigma_1 S_{2n-1} + \sigma_0 S_{2n} = 0$.

Построим „матрицу" из точек, соотв. компонентам синдрома.



Допустим, что все коэф. полинома-локатора известны. Разместим их под точками-компонентами синдрома, начиная с σ_n с левого края. Перемножим S_i и σ_i, лежащие напротив друг друга. Сложим полученные произведения. Очевидно, что получится первое ур-ние в линейной системе и сумма будет равна нулю. Пусть каждая компонента σ_i наход. в своей ячейке в регистре. Сдвинем регистр на одну позицию вправо и повторим те же самые операции. Тогда получим 2-ое ур-ие в системе для компонент синдрома. Перемещая последоват-но регистр на одну ячейку вправо и проделывая все операции будем переходить от одного ур-ия к другому, опускаясь вниз. В конце концов регистр займет крайнее правое положение, что будет соотв. последн. ур-ию в системе.

Сдвинув регистр на одну позицию вправо, тогда имея коэф. можно определить новые значения для продолжения данной последовательности. И т.д.

Допустим, что кол-во ошибок $\nu < n$. $\Rightarrow$ полином $\sigma(z)$ будет короче полинома max длины. Расположим вначале мин-ный регистр с коэф. σ_i длиной $\nu+1$. Проделаем те же самые операции, получим первое ур-ние системы меньшего порядка в котором использ. меньшее кол-во компонент синдрома. Если полученная сумма произв. $=0$, то σ_i связаны

компонентам синдрома. Передвигая последовательно регистр вправо, при этом каждый раз получаем новые связи, переходя от одного уровня к другому к системе меньшей размерности. Когда достигнем последнего уровня в истинной, то пролог[?] регистра будет соответств. S_{2t}

Если мы будем продолжать и далее, то будут последовательно реализ. связи до момента достижения последнего компон. S_{2n}. Сдвинем регистр еще на шаг вправо, тогда реализ. продолжение данной последоват., т.е. находим компоненту синдр. продолжение ганкелевой матрицы. Эти продолжения можно производить бесконечно! Ранг матрицы будет равен t.

При анализе вектора синдрома заранее не известны коэф. σ_i, кроме $\sigma_0 = 1$, остальные — неизвестны.

АББМ предполагает определим кол-во ошибок в слове и построении полинома локатора при последоват. анализе компонент вектора синдрома. При этом предполагается min кол-во ошибок и min степень $\sigma(z)$.

Допустим, что коэф. σ_i опред. неверно, тогда связи не получается и сумма отлична от 0. Назовем ее Δ — „невязка".

При рассмотр. алгоритмов нахожд. коэф., находясь на k-том шаге (анализируя компоненту S_k) регистр с найденными коэф-ми должен реализовать все связки, начиная с начала линейки и доходя до S_k и включая его.

Допустим, что найдено такие коэф и соотв. регистр, что реализ. все связи включая S_{j-1}. Продвигаемся на 1 шаг вправо и, допустим, что появилась невязка Δ_j.

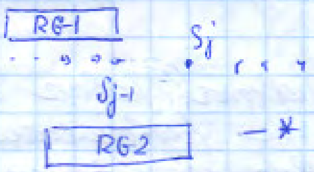
$\exists$ 2 пути:

① Модифицировать коэф. в регистре

② Модифицировать эти коэф., с одновременным удлинением регистра.

Пусть такая модификация реализована, получим „модифицирован. регистр". Т.о. проходящие вдоль линейки комплекс синдромов соотв. множеству регистров, которые доходят до опред-ной компоненты и далее модифицируются.

Назовем модифициров. регистр в рассматр. точке S_j новым. А предыдущий, который дошел до точки S_{j-1}, старым. Новый регистр реализ. все связи от начала до S_j включит.



Коэф. в регистре соотв. полином $\sigma(z)$. Причем самому левому коэф. в регистре соотв. наивысшая степень полинома.

Рассмотрим следующий шаг. Для этого продвинем старый регистр на шаг вперед. Получим „невязку" Δ_j.

* – правые края регистров совместились. Продвинем новый регистр на шаг вперед. В общем случае получаем „невязку" Δ_{j+1}. Умножим все коэф. старого регистра на Δ_{j+1}. Тогда у него получим невязку $\Delta_j \cdot \Delta_{j+1}$. Умножим все коэф. нового регистра на Δ_j. Тогда для него также получим невязку $\Delta_j \cdot \Delta_{j+1}$. Каждому регистру соотв. полином, но, в силу сдвига, нового регистра относит-но старого на шаг степени z будут отличаться на единицу. Для выравнивания степеней * полином соотв. старому регистру на z. Сложим получившиеся полиномы, при этом получим новый полином, который реализует „связку", т.к. „невязки" взаимоуничтожились при сложении (F_{2^m}). Данный модифицированный регистр (полином) реализует все связи до S_{j+1} включительно. ⇒ модификация полинома может произв-ся с помощью 2-х – старого и нового.

Рассмотрим старый регистр – Разделим все его коэф. на „невязку" этого полинома на данном шаге. Тогда у такого полинома „невязка" $\Delta_j = 1$.

Обозначим старый полином σ_k, тогда нормируем его → $\Delta_j^{-1}\sigma_k$. Тогда σ_{k+1} не требуется домножать на коэф. его нужно сложить с полиномом $\frac{\Delta_{j+1}}{\Delta_j} z\sigma_k$

⇒ схема опред. нового полинома имеет итерационный вид и может быть представлена как:

$$\sigma_j(z) = \sigma_{j-1}(z) + \Delta_j z C_{j-1}(z).$$

$C_{j-1}(z)$. В рассмотренном нами случае $C_{j-1}(z) = \frac{\sigma_{j-2}(z)}{\Delta_{j-1}}$.

Допустим что при новом шаге невязка равна нулю. Т.е. старый регистр вообще не продвигается, а новый продвигается. ⇒ его модиф. не нужно, нужно продвинуться еще на один шаг, а старый полином надо модифицировать т.е. произошёл сдвиг (модифицировать * z).

Известно, что степень полученного текущего полинома $\sigma(z)$ опред. предполаг. текущее кол-во ошибок. При этом, если L - степень полинома, то при $2L > j-1$, j-номер компон. синдрома, степень нового полинома не изменилась если $2L > j-1$. При max. кол-ве ошибок степень полинома = кол-ву компонент синдрома / 2. При модификации изменяются лишь коэф, степень же не меняется. ⇒ при продвижении мы используем старый полином * z.

Если $2L \not> j-1$ ⇒ при модификации $\deg$ нового полинома изменилась и старый полином нужно заменить.

Заменяем старый полином $T(z)$ немодифицированным новым полиномом. Далее процесс повторяется. При этом, при замене старого полинома надо ↑ L - регистра.

Это можно сделать, как $L := j - L$.

Процедура заканчивается когда регистр дойдет до последн. компоненты и сформируется правильный полин. σ_i которого реализует все свертки, начиная с начала листинга. Содержимое последнего регистра — полин. $\sigma(z)$.

Для того чтобы алгоритм работал, необх. задать начальные условия. На первом шаге должен $\exists$ $\sigma_0(z)$. полином „минимален". Известно, что свободный член $\sigma(z)$ всегда $= 1$. Поэтому примем $\sigma_0(z) = 1$. Тогда:

$\Delta_1 = \sigma_0 S_1 = S_1 \Rightarrow$ в рез. модиф. исходн. регистра: $1+\Delta_1 z$.

Очевидно, если $\Delta_1 \neq 0$. („невязка" на первом шаге) $\Rightarrow$ требуется модификация старого „полином. Δ_1^{-1}.

В процессе вычисления $\sigma(z)$: 1. может оказаться $\Delta = 0$ на первом шаге. тогда переходим к вычислен. след. невязки ($S_1=0$). „Невязка" может оказаться нулевой и во время промежуточных вычислен.

сем.

Вычисление кодов Рида-Соломона в поле F_{2^4}.

Примем $\alpha=2$. Построим F_{2^4}, $n=15$. Выберем $n-k$ = четному. пусть $k=9$. пусть дано информац. сообщение:

6, 4, 7, 7, 12, 13, 7, 5, 13

Поставим в соотв. этому сообщению полином →

$$13z^8+5z^7+7z^6+13z^5+12z^4+7z^3+7z^2+4z+6.$$

Степень полинома $6 = n-k = 15-9 = 6$. Полином должен быть произв. 6 линейных множителей.

Пусть $\nu=2$, тогда $g(z)=(z+3)(z+4)(z+5)(z+6)(z+7)(z+8)$.
Если мы перемножим, то получим полином:

$g(z) = z^6+12z^5+2z^4+8z^3+11z^2+15z+3$ — порождающий полином.

$2^2, 2^3 \dots 2^7 \leftarrow \alpha=2$.

??? Метод ТВМ. Расчет полинома $\omega(z)$.

Полином $\omega(z)$ можно было бы рассчитать по известному полиному $\sigma(z)$. с помощью

$\sigma(z) \cdot S(z) = \omega(z) \cdot \mod z^{2m}$

$2m = m$ - кол-во компонент вектора синдрома.

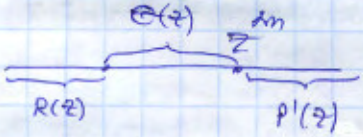
Однако в методе ТВМ $\omega(z)$ рассчит. // с $\sigma(z)$.

Рассмотрим вопрос. $\sigma(z)$ на j-м шаге.

$\sigma_j(z) = \sigma_{j-1}(z) + \Delta_j z C_{j-1}(z)$. / $\times S(z)$.

Рассмотрим структуру $\sigma(z)$ на $S(z)$.

Было установлено, что она подчиняется виду 3 полинома.



В идеале длина конечного полинома фиксирована.

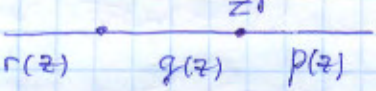
Возьмем текущее уравн. для σ по $\mod z^{2t}$.

$\sigma_j(z) \cdot S(z) = \omega_j(z) \mod z^{2t}$

$\sigma_{j-1}(z) S(z) + \Delta_j z C_{j-1}(z) S(z) \mod z^{2t}$ - не удобно для практич. применения.

Структура $\sigma_e(z) S(z)$ такая, что и для $\sigma(z) S(z)$.

Осуществим сдвиг полинома $r(z), q(z), P(z)$.



min степень z в $P(z)$ это z^t.

$\Rightarrow \sigma_j(z) \cdot S(z) = \omega_j(z) \mod z^{d-1}$!

Возьмем правую часть $\mod z^{d-1}$!

$\sigma_{j-1}(z) \cdot S(z) = \omega_{j-1}(z) \mod z^{d-1}$!

Назовем полиномы для выч. σ и ω левую часть редукт-р. полиномы, первая часть – базовый, а второй – добавочный.

Проанализируем структуру произв: $\Delta_j z\, G_{-1}(z)\, S(z)$.

$G_{j-1}(z)$ – это, с точностью до нормирующего множителя, $\sigma_k(z)$, которые могли быть σ_{j-2}, $z\sigma_{j-3}$. (см. прошлую лекцию).

Тогда $z\sigma_k(z)$ имеет степень, совпадающую с базовым полиномом σ или же с редуктирующим, $\Rightarrow$ -но, рассматриваемое произвед. по модулю z^{d-1} может быть вычислено с точностью до нормирующего множителя.! $\Rightarrow$

можно вычислить $z\sigma_k(z)\, S(z)$. на предыдущем шаге невязка $\neq 0$. рассмотрим вычисл. $\sigma(z)$, когда на всех шагах невязка $\neq 0$,

$\Rightarrow$ вычислить произв. $\sigma_j(z) S(z)$ на каждом шаге получим $g_j(z) = 0$

определенной длины. Эти длины при всех $\Delta_j = 0$. будут изменяться одинаково. пусть на нек-ром шаге $\Delta = 0$ это значит, что на предыдущем шаге получили такой полином σ_z, что при вычислении произв. $S(z)$ кол-во нулей в $g(z)$. больше, чем если бы $\Delta \neq 0$. (Δ – это невязка).

Допустим, что имеется несколько последовательных нулевых невязок. $\Rightarrow$ согласно алгоритму, базовый полином остается неизменн., а добавочный полином двигается по z.

Кол-во нулевых невязок ограничено, т.к. доп. нули в $g(z)$ появл.-ся за счет полинома $p(z)$, который в нуле не может быть больше $g(z)$. т.о. каждому сдвигу полинома по z соотв. доп. 0 в произв. тек-щего $\sigma(z) \cdot S(z)$.

⇒ при необх. модуль, по которому берется произв., можно ?. ⇒ всегда найдется такой модуль по которому и базовый и добав. полином выражается через σ_c и ω_c.

⇒ Структура вычисл. $\omega(z)$ такая, что и для $\sigma(z)$.

Введем полином $D_{j-1}(z)$, $C_{j-1}(z)$ кот. выр. через σ_c и ω_c и по степени z.

Т.к. вычисл. $\omega_j(z)$ тесно завязано с $\sigma_j(z)$, то базовый полином ω должен изменяться синхронно со старым полиномом $\sigma(z)$. Должна сохр. такие формулы на невязку, что и $\sigma(z)$. Это означает формир. алгоритма другими нач. условиями.

Из прямого перемнож. $\sigma(z)\,S(z)$, что свободный член $\sigma_0 S_1$, при $S_1 \neq 0$ ⇒ на первом шаге должно выч-ся значение ω.

$\sigma_0 S_1 = \Delta_1$. ⇒ на первом шаге $\omega_0(z) = 0$.

Учитывая, что степень полинома $\omega(z)$ на 1 меньше $\sigma(z)$ устанавливаем, что на первом шаге доб. полином не должен содержать z. ⇒ итеративная схема должна иметь вид.

$\omega_j(z) = \omega_{j-1}(z) + \Delta_j D_{j-1}(z)$. Но при этом $D_0(z) = 1$.

Повышение степени доб. полинома реализуем при смене базового полинома. В остальном вычисления $\omega(z)$ и $\sigma(z)$ будут сходств. Если $S_1 = 0$ ⇒ вычисл. начнется с S_2.

Структура алгоритма

Введем вспомогательные полиномы $A(z)$ и $B(z)$ для хранения $\sigma(z)$ и $\omega(z)$.

0) нач. услов. $\sigma_0(z) = 1$; $\omega_0(z) = 0$; $C(z) = 1$ $D(z) = 1$.
$L = 0$, $\sigma_0 = 1$.

Исходные векторы нев. $S(z)$.

1) 1 кол-во компонент синдрома. ; $j := j+1$.

2) Вычисление невязки. $\Delta = \sum_{i=0}^{L} \sigma_i S_{j-1}$.

3) if $\Delta = 0$ и $j = m$, то EXIT.

4) $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ вычисл. полиномы $A(z) = \sigma(z) + \Delta \cdot z \cdot C(z)$. $B(z) = \omega(z) + \Delta D(z)$.

* $z \cdot C(z)$.

обратим вним.

а тут нет!

5) $2L > j-1 \Rightarrow \sigma(z) = A(z)$; $\omega(z) = B(z)$.

$C(z) := z \cdot C(z)$; $D(z) := z \cdot D(z)$ GOTO 1.

6) $2L \neq j-1$ $C(z) := \Delta^{-1} \sigma(z)$. ; $\sigma(z) := A(z)$.

$D(z) = \omega(z) \cdot z \cdot \Delta^{-1}$; $\sigma(z) := B(z)$.

$L := j - L$.

GOTO 1.

При этом проверяем j после вычисл. $A(z)$ и $B(z)$

Если $j = m$, то $\sigma(z) := A(z)$; $\omega(z) = B(z)$.

Коэф. при старшей степени полинома $S(z)$.

$S_{2n} \cdot S_{2n-1} \quad S_{2n-2} \ldots \quad S_3 \quad S_2 \quad S_1$.

Сдвинем строку на позицию влево. При таком построении самую левую компоненту, а на свободн. место справа запишем 0. Сделаем n таких сдвигов и получим матрицу разм. $(n+1) \cdot 2n$.

С помощью алгор. Гаусса приведем эту матрицу к треугольному виду, тогда с нов. строки, если все кол-во ошибок $\leq t$. будет $\omega(z)$ с точностью до постоянного коэф. При этом в предыдущих строках полином $\sigma(z)$ окажется в самом сверху. (с точностью до постоян. коэф.)

$\omega(z) - R(z)$.

Если кол-во ошибок меньше тех, что $\omega(z)$ опустится раньше а не на нужной строке. Если $\delta_{ii} = 0$, то переставим её с первой ближайшей строкой, которая не нулевая

Нахождение ошибочных позиций.

Т.к. многочлен $\sigma(z)$ известен, то можем найти его корни, а их обратные величины – это номера ошибочных позиций. Унив-ным методом нахожд. корней явл. метод Ченя (Chen).

Суть: в $\sigma(z)$ последовательно подстановл. элементы мультипликативной группы и проверяется равенство $\sigma(z) = 0$. Для нахождения кандидатов опред. корня.

Однако $\sigma(z)$ может иметь разную степень и для каждого случая разработаны выч. алгоритмы. Индивид-ный алгоритм $\exists$ для степеней до 5 включит-но, а далее $\exists$ унив. алгоритм.

Решение квадратного уравнения.

Пусть дано уравнение $A_2x^2 + A_1x + A_0 = 0$

$x^2 + Ax + B = 0$; Сделаем : $x = Az$.

$z^2 + z + D = 0$, $D = \frac{B}{A^2}$.

Здесь входной пар-р D.

$tr_r D = D + D^2 + \dots D^{\theta}$; $\theta = 2^{r-1}$ (F_{2^r}).

$j, j^2 \dots j^{\theta}$. Разложим в этом базисе D.

$D = d_0 j + d_1 j^2 + \dots + d_{r-1} j^{\theta}$.

$d_0 + d_1 + \dots + d_{r-1} = tr_r D = 0$.

Решение уравнения в циклах вообще,

$z' = \sum_{i=0}^{r-1} z_i \beta^{2i}$ $z'' = \sum_{i=0}^{r-1} \bar{z}_i \beta^{2i}$ $\bar{z}_i = 1 + z_i$.

$z_0 = 0$, $z_1 = d_1$, $z_2 = d_1 + d_2$ .. $z_j = z_{j-1} + d_j$.

Тогда решение в норм. базисе принимает вид $z' = (z_{r-1}, z_{r-2} \dots z_0)\beta$.

$z'' = (\bar{z}_{r-1}, \bar{z}_{r-2} \dots \bar{z}_0)\beta$; $\bar{z}_i = 1 + z$.

По магнитным разложениям эл. в норм. базисе находим z' и z'' (по табл) коэф. эл. поля, а дальше находим $x_1 = Az'$, $x_2 = Az''$

$\binom{15}{2}$; $r = 15$; кол-во комбин. $\frac{15!}{2!(15-2)!} = \frac{15 \cdot 14}{2} = 105$.

кол-во эл. D с нулевым следом — 7. $\Rightarrow$
найдем 7 разл. пар корней.

$7 \cdot 15 = 105$

Решение кубического уравнения.

$A_3 x^3 + A_2 x^2 + A_1 x + A_0 = 0$. / на A_3. $\Rightarrow$

$x^3 + Ax^2 + Bx + C = 0$. / $x = y - A/3$.

$\Rightarrow$ $y^3 + \left(B - \frac{1}{3}A^2\right)y + \left(C + \frac{2}{24}A^3 - \frac{1}{3}AB\right) = 0$.

$y^3 + ay + b = 0$ Для работы в поле $\mathbb{F}_{2^r}$ нужно все коэф. взять по mod 2, при этом все нечетные коэф. будут равны 1, а все четные $= 0$, тогда

$y^3 + ay + b = 0$ $x = y + A$, $a = B + A^2$ $b = C + AB$

$y = \sqrt{a}z$

$z^3 + z + E = 0$. ; $E = \frac{b}{a^{3/2}}$; У кубич. урав. такого вида всегда нор-пр E.

Необх. условие 7 з вычет в данном поле есть, чтобы след $tr_n\left(\frac{1}{E}\right) = tr_n 1$. Однако, 7 второе условие есть-не необх. и достаточн. $P_n = 0$. Где $P_1 = E$, $P_2 = E$, $P_k = P_{k-1} + E^{K-3} P_{k-2}$.

Пусть условие выполняется, тогда

$z = u + \frac{1}{u}$, $\Rightarrow u^6 + Eu^3 + 1 = 0$.

$u^3 = v$ или $u = \sqrt[3]{v}$, тогда $v^2 + Ev + 1 = 0$

Введем новую замену $v = Elw$. $w^2 + w + D = 0$

$D = \frac{1}{E^2}$.

Здесь встр-ются 2 услов. существования/единства.

① Необх. условие: $tr\frac{1}{E} = tr 1$.

② $tr D = tr\left(\frac{1}{E^2}\right) = tr\frac{1}{E} = 0$

Чтобы эти условия совпадали необх., чтобы след $1 = 0$.

В поле F_{2^4} это выполняется.

Решаем кв. уравн. и находим w_1 и w_2. После этого вычисляем:

$v_1 = Elw_1$, $v_2 = Elw_2$.

$v^2 + Ev + 1 = 0$;

$v_1 v_2 = 1$.

$v_1 = \frac{1}{v_2}$; $v_2 = \frac{1}{v_1}$.

$v_1 + v_2 = v_1 + \frac{1}{v_1} = v_2 + \frac{1}{v_2}$.

$= \sqrt[3]{v} + \frac{1}{\sqrt[3]{v}} = \sqrt[3]{v_1} + \frac{1}{\sqrt[3]{v_1}} = \sqrt[3]{v_2} + \frac{1}{\sqrt[3]{v_2}}$

$z = u + \frac{1}{u}$. Безразлично через какое v вычислять z.

Т.о. вычислены z_1, z_2, z_3:

$y_1 = \sqrt{a}\, z$; $y_2 = \sqrt{a}\, z_2$, $y_3 = \sqrt{a}\, z_3$.

$x_1 = y_1 + A$; $x_2 = y_2 + A$; $x_3 = y_3 + A$.

$\frac{1}{x_1}$; $\frac{1}{x_2}$; $\frac{1}{x_3}$ удовлетв. исходн. ранн условием задач точно.

$E = 6$ и 11.

Несмотря на это, будет численно неуст.

Семинар:

Алгоритм ТБМ.

Рассмотрим пример прямого синтеза методом ТБМ.

0) $S_1 = 10$, $S_2 = 10$, $S_3 = 8$, $S_4 = 1$, $S_5 = 2$, $S_6 = 1$.

$j = 0$, $L = 0$, $\sigma_0 = 1$, $\omega_0(z) = 0$; $C(z) = 1$; $D(z) = 1$, $\sigma_0(z) = 1$, $m = 6$.

1) $j = 1$. $\Delta_1 = \sum_{i=0}^{0} \sigma_i S_{1-i} = \sigma_0 S_1 = 1 \cdot 10 = 10 \neq 0$. | табл. умн. 10 на какое умн., чтобы получ 1. получ 7.

$\Delta_1^{-1} = 7$.

7	(7)
10	1

$A_1(z) = \sigma_0(z) + \Delta_1 z C_0(z) = 1 + 10z$.

$B_1(z) = \omega_0(z) + \Delta_1 D_0(z) = 10$.

Проверка $j \neq 6$ $2 \cdot 0 \neq 1 - 1$ $(2L > j - 1)$.

$C_1(z) = \Delta_1^{-1} \sigma_0(z) = 7$; $D_1(z) = \Delta_1^{-1} z \omega_0(z) = 7 \cdot z \cdot 0 = 0$.

$\sigma_1(z) = A_1(z) = 1 + 10z \Rightarrow \sigma_0 = 1$ $\sigma_1 = 10$

$\omega_1(z) = B_1(z) = 10$ $L_1 = j - L_0 = 1$.