При отсутствии пов-го заряда нормальная составл. вектора $\bar{D}$ непрерывна.

II случай.
$\rho_{пов} \neq 0$.

$$\Delta S(D_{1n} - D_{2n}) = \lim_{\Delta h \to 0} \int_{V_1} \rho\, dV \quad (1)$$

Тогда
$$\lim_{\Delta h \to 0} \int_{V_1} \rho\, dV = \Delta S\, \rho_{пов}$$

$$\Delta S(D_{1n} - D_{2n}) = \Delta S\, \rho_{пов}$$

$$D_{1n} - D_{2n} = \rho_{пов} \quad (3)$$

Т.к. пов-ный заряд создает свое собственное эл-ное поле, которое в одной среде складывается, а в другой вычитается.
Т.е. нормальная составляющая претерпевает скачок, равный пов-ной пл-ти.

Найдем $\bar{E}_n$.
$\rho_{пов} = 0$, тогда:

$$\varepsilon_{a1} \cdot E_{1n} = \varepsilon_{a2} E_{2n} :$$

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_{a2}}{\varepsilon_{a1}}$$

Т.е. при $\varepsilon_{a1} \neq \varepsilon_{a2}$ нормальная составляющая вектора $\bar{E}$ терпит разрыв.

Нормальная составляющая вектора $\bar{B}$ на границе раздела двух сред.

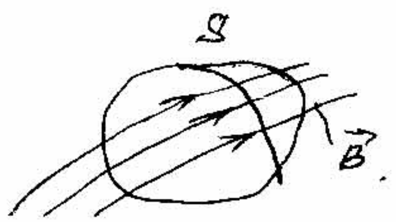
Нарисовать рисунок из 2-й лекции.

Воспользоваться ~~закон~~ IV ур-ем Максвелла.

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0.$$

По т-ме Гаусса-Остроградского получим интегральную формулировку:

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \quad (4)$$



Применим ф-лу (4) к „столику" предыдущей лекции. ~~Вспоминаем левую часть ф-лы~~ повторяем рассуждения для $\vec{B}$, заменяя в ней $\vec{B}$ на $\vec{D}$, учитывая (4), тогда:

$$(B_{1n} - B_{2n})\,\Delta S = 0$$
при $h \to 0$

Тогда:
$$B_{1n} = B_{2n} \quad (5)$$

Формально ф-лу (5) можно получить из ф-лы (3), если учесть, что магнитных зарядов не существует ($\rho_{св} = 0$), а $\vec{B}$ заменить на $\vec{D}$.

Из (5):
$$\mu_{a1} H_{1n} = \mu_{a2} H_{2n} \quad (6)$$

$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_{a2}}{\mu_{a1}} \quad (7)$$

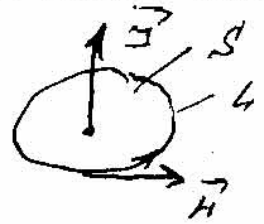
т.е. при $\mu_{a1} \neq \mu_{a2}$, то нормальная составляющая вектора $\vec{H}$ терпит разрыв.

Касательная составляющая вектора магнитной индукции на границе раздела двух сред.

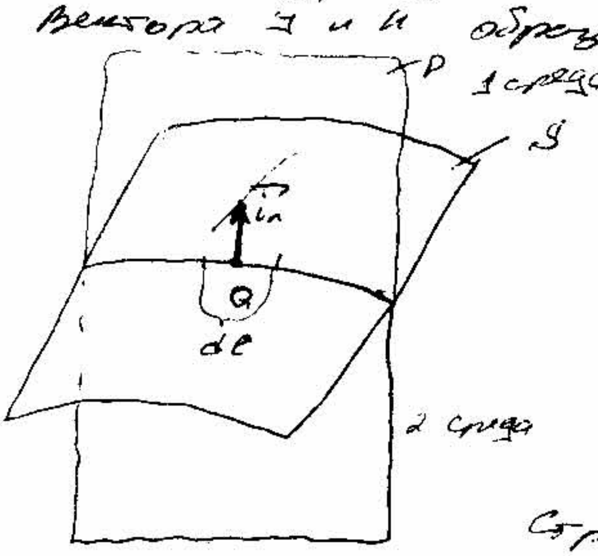
$$(\mathrm{I}):\ \mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{J}$$

применим ф-лу Стокса к обеим частям:

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S} \quad (8)$$



Вектора $\vec{j}$ и $\vec{H}$ образуют правовинтовую систему. ②

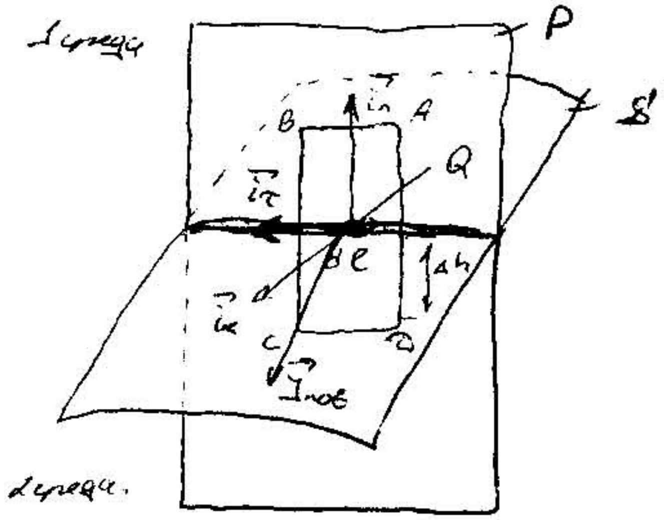


Строим вектор нормали $\vec{i}_n$ в т-ке Q, который направлен из второй среды в первую.

Проводим плоскость P, проходящ. через орт $\vec{i}_n$.

Строим линию пересечения пов-ти S и пл-ти P.

Выделим на линии пересечения элемент dl:
- он настолько мал, чтобы его можно было считать элементарным;
- касат. составл. вектора $\vec{H}$ в пределах этого эл-та dl равномерна.



Через т-ку Q проведем два орта, лежащих в касат. пл-ти ($\perp$-но ор-ту $\vec{i}_n$):
$\vec{i}_\tau$ - касат. линии пересечения,
$\vec{i}_k$
причем $(\vec{i}_n, \vec{i}_\tau, \vec{i}_k)$ - правая тройка векторов.

Прямоуг. ABCD лежит в пл-ти P.
Высота прямоуг. $2\Delta h$.

В кач-ве контура L выберем прямоуг. ABCD, который будем обходить против. часов. стрелки.
Площадь прямоуг.: $\Delta S = (\Delta S_1 + \Delta S_2)$

$$\oint_{ABCD} \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_{AB} \vec{H}\cdot d\vec{l} + \int_{BC} \vec{H}\cdot d\vec{l} + \int_{CD} \vec{H}\cdot d\vec{l} + \int_{DA} \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_{\Delta S} \vec{J}\cdot d\vec{S} \quad (9)$$

В пов-ве (9) перейдем к пределу при $\Delta h \to 0$:

$$\int_{AB} \vec{H}\cdot d\vec{l} = \left| \begin{matrix} AB: d\vec{l} = \vec{i}_\tau\, dl \\ |AB| = \Delta l \end{matrix} \right. = \int_{AB} (\vec{H}\cdot\vec{i}_\tau)\, dl =$$

$$= \int_{AB=\Delta l} H_{1\tau}\, dl = H_{1\tau}\int_{\Delta l} dl = H_{1\tau}\Delta l$$

Аналогично по CD:

$$\int_{CD} \vec{H}\cdot d\vec{l} = \left| CD: d\vec{l} = -\vec{i}_\tau\, dl \right| = -H_{2\tau}\Delta l$$

$\lim\limits_{\Delta h\to 0}\int_{BC}\vec{H}\cdot d\vec{l} = \lim\limits_{\Delta h\to 0}\int_{DA}\vec{H}\cdot d\vec{l}$ – при разбиении на две части и применяя теорему о среднем, получим, что при $\Delta h \to 0$ эти пределы равны нулю.

Тогда: $H_{1\tau}\Delta l - H_{2\tau}\Delta l = \lim\limits_{\Delta h\to 0}\int_{\Delta S}\vec{J}\cdot d\vec{S}$ (10).

Замечание.

Под интегралом $\vec{J} = \vec{J}_{пр} + \vec{J}_{см}$, т.е. $\vec{J}_{ст}$ не учитываем ($\vec{J}_{ст} = 0$).

Причем $\vec{J}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$; $\vec{J}_{пр} = \sigma\vec{E}$.

Тогда:
$$\lim_{\Delta h\to 0}\int_{\Delta S}\vec{J}\, d\vec{S} = \lim_{\Delta h\to 0}\int_{\Delta S}\vec{J}_{пр}\cdot d\vec{S} + \lim_{\Delta h\to 0}\int_{\Delta S}\vec{J}_{см}\cdot d\vec{S}$$

$$\lim_{\Delta h\to 0}\int_{\Delta S}\vec{J}_{см}\cdot d\vec{S} = \lim_{\Delta h\to 0}\int_{\Delta S}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S} = 0,\ \text{т.к.}$$

$\Delta S = \Delta l\cdot 2\Delta h$. В макроскопич. теории ток смещения ~~неразрывн.~~ непрерывным, вектор $\vec{D}$ является конечным, т.к. реальные источники обладают конечной мощностью.

Тогда применяя теор. о среднем: $\Delta S \to 0$ при $\Delta h \to 0 \Rightarrow \int \to 0$.

Тогда из (10) получим:

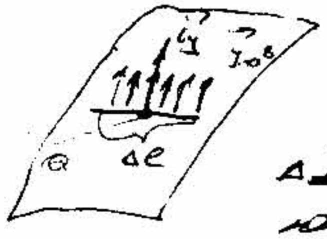
$$H_{1\tau}\Delta l - H_{2\tau}\Delta l = \lim_{\Delta h\to 0}\int_{\Delta S} \vec{J}_p \cdot d\vec{S} \quad (11)$$

Понятие поверхностного тока.

Глубина проникновения в металлоподобной среде: $\Delta = \sqrt{\dfrac{2}{\omega\sigma\mu_{am}}}$ (12)

т.е. при $\sigma \to 0$, $\Delta \to 0$

В теории используется модель пов-ного тока, в соотв. с которой в идеальном проводнике на пов-ти протекает ток:

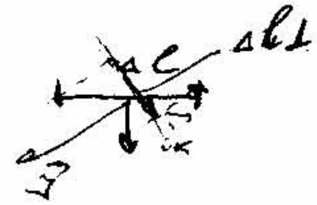


$$\vec{J}_{пов} = \lim_{\Delta l\to 0}\frac{\Delta I}{\Delta l}\vec{i}_J \quad (13)$$

ΔI - элемент тока, т.е. ток, протекающий через площадку Δl, ориентир-ную пер-но вектору пл-ти $\vec{J}$.

Замечание.

$\Delta I = \vec{J}_{пов} \cdot \vec{\Delta l} =$



$$= \begin{cases} \text{Проекц.}_{\vec{i}_k} \vec{J}_{пов} \cdot \Delta l \\ J_{пов} \cdot \Delta l_\perp \end{cases}$$

Рассмотрим два случая.

Случай I. Пов-ные токи отсутствуют. $\vec{J}_{пов} = 0$.

Используя теорему о среднем к двум частям прямоуг., учитывая, что $\Delta S_1 = \Delta S_2 = \Delta l \Delta h \to 0$ при $\Delta h \to 0$, тогда:

$$\lim_{\Delta h\to 0}\int_{\Delta S}\vec{J}_p \cdot d\vec{S} = 0$$

$H_{1\tau}\Delta l - H_{2\tau}\Delta l = 0$

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} \quad (15).$$

Т.е. при отсутствии пов-ного тока касательные составляющие вектора $\vec{H}$ непрерывны.

Случай II.

$\vec{J}_{пов} \neq 0.$

Тогда $\lim\limits_{\Delta h \to 0} \int\limits_{\Delta S} \vec{J}_p \, d\vec{S} = \vec{J}_{пов} \cdot \vec{i}_k \Delta l$ (16)

$$(H_{1\tau} - H_{2\tau})\Delta l = \vec{J}_{пов} \cdot \vec{i}_k \, \Delta l$$

$$H_{1\tau} - H_{2\tau} = \vec{J}_{пов} \cdot \vec{i}_k \quad (17) \quad (1)$$

Представление ф-лы 17 в векторном виде, учитыв., что: $H_{l\tau} = \vec{H}_l \cdot \vec{i}_\tau$ $(l=1,2)$, тогда:

$$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2)\,\vec{i}_\tau = \vec{J}_{пов} \cdot \vec{i}_k \quad (18) \; (2)$$

Где $\vec{i}_\tau = \vec{i}_k \times \vec{i}_n$ (3) - т.к. тройка векторов правая.

Тогда выражение (2) имеет вид:

$$\underbrace{(\vec{H}_1 - \vec{H}_2)\cdot(\vec{i}_k \times \vec{i}_n)}_{\text{смешанное пр-е}} = \vec{J}_{пов} \cdot \vec{i}_k$$

по св-ву смешанного пр-я:

$$-(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = (\vec{c}, \vec{a}, \vec{b})$$

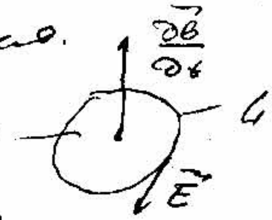
$$(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \vec{a}\cdot(\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b})\cdot\vec{c}$$

Тогда:
$$[\vec{i}_n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2)] \cdot \vec{i}_k = \vec{J}_{пов} \cdot \vec{i}_k$$

Используя единственность разложения вектора по ортам декартовой СК, получим:

$\vec{J}_{пов} = \vec{i}_n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2)$ (5)
т.е. причиной создания пов.-ного тока $\vec{J}_{пов}$ является магнитная составляющая эл.-магн. поля.

Граничные условия для касательных составляющих вектора эл.-ного поля.



II: $\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

Производим интегрирование и применяя ф-лу Стокса (выводить): $\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_{\Delta S} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$ (6)

- причиной возникновения в замкнутом контуре вектора $\vec{E}$ является изменение во времени вектора $\vec{B}$.

Далее поступают аналогично, как и при выводе для магнитного поля (выводить).

При переходе в $\lim_{\Delta h\to 0}$ получают формулы:

$(E_{1\tau} - E_{2\tau})\Delta l = 0$ (7)

т.е.

$E_{1\tau} = E_{2\tau}$ (8)

касательная составляющая вектора эл.-ного поля на границе раздела двух сред непрерывна.
(в ра[illegible]: общая сводка гранич. условий. Запись граничных условий в векторной форме.)

Сводка всех результатов.

1. $D_{1n} - D_{2n} = \rho$ (9)
2. $B_{1n} - B_{2n} = 0$ (10)
3. $H_{1\tau} - H_{2\tau} = \vec{J}_{пов}\cdot\vec{i}_к$ (4)
4. $E_{1\tau} - E_{2\tau} = 0$ (8)

Векторная форма граничных условий.

$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \cdot \vec{i}_n = \rho$ (11)

$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \vec{i}_n = 0$ (12)

$\vec{i}_n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_{пов}$ (13)

$\vec{i}_n \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0$ (14)

Ф-ла (14) получается формально из (13) если произвести замену $\vec{H}$ на $\vec{E}$, а $\vec{J}_{пов} = 0$.

Граничные условия на пов-ти идеального проводника.

$\sigma = \infty$

В случае электростатики внутри мет. тела $\vec{E} = 0$ (показано ранее). Докажем это утверждение для случая переменного поля.

Закон Ома в диф. форме: $\vec{J}_{пр} = \sigma\vec{E}$ (15)

Док-во от противного:

Пусть внутри мет. тела $0 < |\vec{E}| < \infty$

Т.к. $\sigma = \infty$, то пр-е $\sigma\vec{E}$ будет бесконечно большой чего не может быть физически, т.к. источники мощности конечны.

Тогда: $|\vec{E}| = 0$.

Докажем то же утверждение для вектора $\vec{H}$.

$rot\,\vec{E} = -\mu_a \dfrac{\partial\vec{H}}{\partial t}$ (т.к. $\vec{B} = \mu_a\vec{H}$)

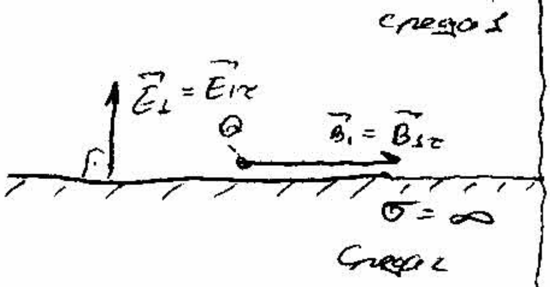
т.к. $\vec{E} = 0 \Rightarrow rot\,\vec{E} = 0 \Rightarrow \partial\vec{H}/\partial t = 0$.

Но т.к. $\vec{H}$ - переменное поле, то $\vec{H} = 0$.

II способ:

$rot\,\dot{\vec{E}}_m = -i\omega\mu_a\dot{\vec{H}}_m$ - в комплексной форме.

при $\dot{E}_m = 0 \Rightarrow \dot{H}_m = 0$



$\vec E_2 = 0 \Rightarrow \vec D_2 = 0$
$\vec H_2 = 0 \Rightarrow \vec B_2 = 0$

Тогда:

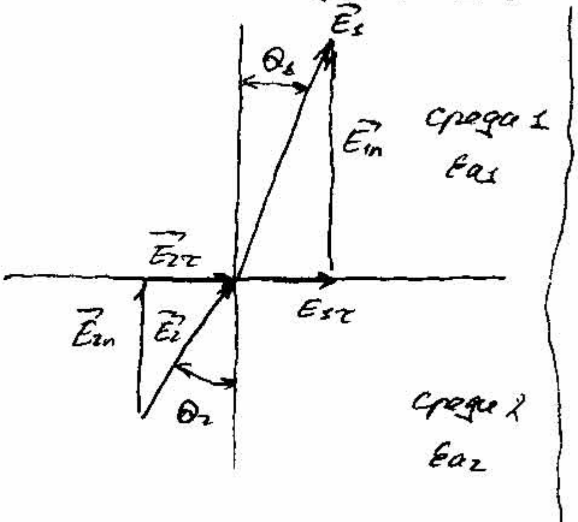
$D_{1n} = \rho$ (16)
$D_{1n} = 0$ при $\rho = 0$ (16')
$B_{1n} = 0$ (17)

т.е. $\vec B_1 = \vec B_{1n} + \vec B_{1\tau} = \vec B_{1\tau}\big|_{\sigma=\infty}$
т-ка Q не принадлежит границе раздела, но бесконечно близка к ней.

$H_{1\tau} = \vec J_{пов} \cdot \vec i_к$ (18)
$\vec J_{пов} = \vec i_n \times \vec H_1$ (19)

$E_{1\tau} = 0$ (20) – т.е. вектор эл-кого поля подходит к контуру тела под прямым углом.
(Записать ф-лы (16)..(20) в векторном виде).

Понятие преломления силовых линий электрического (магнитного) поля на границе раздела ~~двух~~ диэлектриков.



Силовые линии эл-кого поля (вектор $\vec E$) при переходе из среды 1 в среду 2.

$\varepsilon_{a1} \neq \varepsilon_{a2}$, причем $\varepsilon_{a1} < \varepsilon_{a2}$

$E_{1\tau} = E_{2\tau}$ (8)
$D_{1n} = D_{2n}$ (9) при $\rho = 0$.
Тогда:
$\varepsilon_{a1} E_{1n} = \varepsilon_{a2} E_{2n}$ (21)

Т.к. $tg\,\theta_2 = \frac{E_{2\tau}}{E_{2n}}$

$tg\,\theta_1 = \frac{E_{1\tau}}{E_{1n}}$

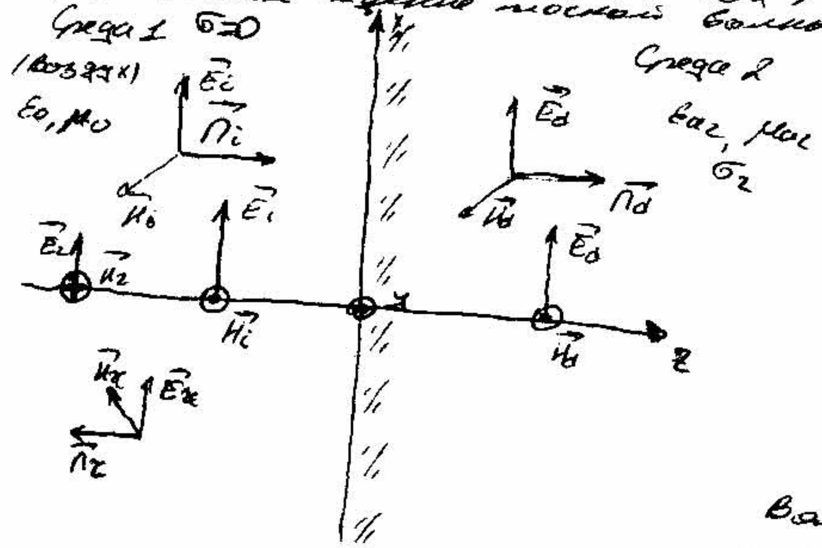
Разделим (8) на (21), получим:

$\varepsilon_{a1}\, tg\,\theta_2 = \varepsilon_{a2}\, tg\,\theta_1$

Тогда: $tg\,\theta_1 = \frac{\varepsilon_{a1}}{\varepsilon_{a2}}\, tg\,\theta_2$ (22) – закон преломления при переходе из одной среды в другую.

При переходе из среды с большей диэл. проницаемостью ε_{a1} в среду с меньшей диэл. проницаемостью угол отклонения от нормали уменьшается.
(Эта задача из семинара №2).

Нормальное падение плоской волны на плоскую границу раздела двух диэлектриков



Рассм. случай нормального падения. Граница раздела предполагается бесконечно плоской.

Падающая волна - плоская. Волна расп-ся вдоль положит. напр-я оси z.

Векторы $\vec{E}_i$, $\vec{H}_i$ не зависят от коорд x и y, т.к. волновой фронт и мн-во точек равных амплитуд перпен-ны оси z.
В общем случае падающая волна будет частично проходить во вторую среду и частично отражаться.
Вторую среду будем представлять в виде полубесконечного пр-ва (для исключения эффекта вторичного отражения).

Семинар 2.

~~[illegible]~~

Преломленная волна х-ся вектором $\vec{\Pi}_d$, причем $\vec{\Pi}_d \uparrow\uparrow \vec{\Pi}_i$.
Напр-е вектора $\vec{\Pi}_r$ противоположно вектору $\vec{\Pi}_i$.
Выбираем напр-е вектора $\vec{E}_r$ таким же, как и $\vec{E}_i$.
Тогда поле в первой среде: $\vec{E}_1 = \vec{E}_i + \vec{E}_r$ (1)
(причем в условиях задачи эти вектора не имеют нормальных составляющих, только касательные.
Поле во второй среде: $\vec{E}_2 = \vec{E}_d$

С учетом того, что $E_{1\tau} = E_{2\tau}$ (3), имеем:

$$\vec{E}_{i\tau} + \vec{E}_{r\tau} = \vec{E}_{d\tau} \quad (4)$$

Для векторов магнитного поля:

$$\vec{H}_1 = \vec{H}_i + \vec{H}_r \quad (5)$$

$$\vec{H}_2 = \vec{H}_d \quad (6).$$

Т.к. пов-ных токов нет, тогда согласно граничным условиям при учете, что в условиях данной задачи нет нормальных составляющих:

$$\vec{H}_i - \vec{H}_r = \vec{H}_d \quad (7)$$

Запишем выражение для мгновенных значений:

$$\vec{E}_i(t, z) = E_{ixm} \cos(\omega t - \beta_0 z + \varphi_{E_i}) \vec{i}_x \quad (8)$$

$$\vec{H}_i = \frac{E_{ixm}}{z_0} \cos(\omega t - \beta_0 z) + \varphi_{H_i}) \vec{i}_y \quad (9)$$

$$\vec{E}_d(t, z) = E_{dxm} \cos(\omega t - \beta_2 z + \varphi_{E_d}) \vec{i}_x \quad (10)$$

$$\vec{H}_d = \frac{E_{dxm}}{\dot{z}_{c2}} \cos(\omega t - \beta_2 z + \varphi_{H_d}) \vec{i}_y \quad (11)$$

$$\dot{z}_{c2} = \sqrt{\frac{\mu_{a2}}{\dot{\varepsilon}_{a2}}}$$

$$\vec{E}_r = E_{rxm} \cos(\omega t + \beta_0 z + \varphi_{E_r}) \vec{i}_x \quad (12)$$

$$\vec{H}_r = \frac{E_{rxm}}{z_0} \cos(\omega t + \beta_0 z + \varphi_{H_r}) \vec{i}_y \quad (13)$$

Исходя из полученных выражений получим соотношения для комплексных векторных амплитуд:

$$\dot{E}_{ixm} + \dot{E}_{rxm} = \dot{E}_{dxm} \quad (14)$$

$$\frac{\dot{E}_{ixm}}{z_0} - \frac{\dot{E}_{rxm}}{z_0} = \frac{\dot{E}_{dxm}}{\dot{z}_{c2}} \quad (15)$$

Введем понятие к-тов отражения и преломления.

К-т отражения: $\dot{R} \stackrel{\Delta}{=} \frac{\dot{E}_{rxm}}{\dot{E}_{ixm}}$ (16)

К-т преломления: $\dot{T} \stackrel{\Delta}{=} \frac{\dot{E}_{dxm}}{\dot{E}_{ixm}}$ (17)

С учетом опр-й (16) и (17) выразим ур-я (14) и (15):

$$\begin{cases} 1 + \dot{R} = \dot{T} & (18) \\ \frac{1}{\dot{Z}_0} - \frac{\dot{R}}{\dot{Z}_0} = \frac{\dot{T}}{\dot{Z}_c} & (19) \end{cases}$$

Решая ур-я, получим:

$$\dot{R} = \frac{\dot{Z}_{c2} - \dot{Z}_0}{\dot{Z}_{c2} + \dot{Z}_0} \quad (18')$$

$$\dot{T} = \frac{2\dot{Z}_{c2}}{\dot{Z}_{c2} + \dot{Z}_0} \quad (19')$$

Хотя получен. ф-лы относятся к частному случаю падения плоской волны на бесконечн. границу раздела, их применяют во многих приложениях, отличных от условий получения этих ф-л. Практика показывает, что их можно использовать и в случае, если радиус кривизны конечной пов-ти намного больше длины волны λ зондирующего сигнала.

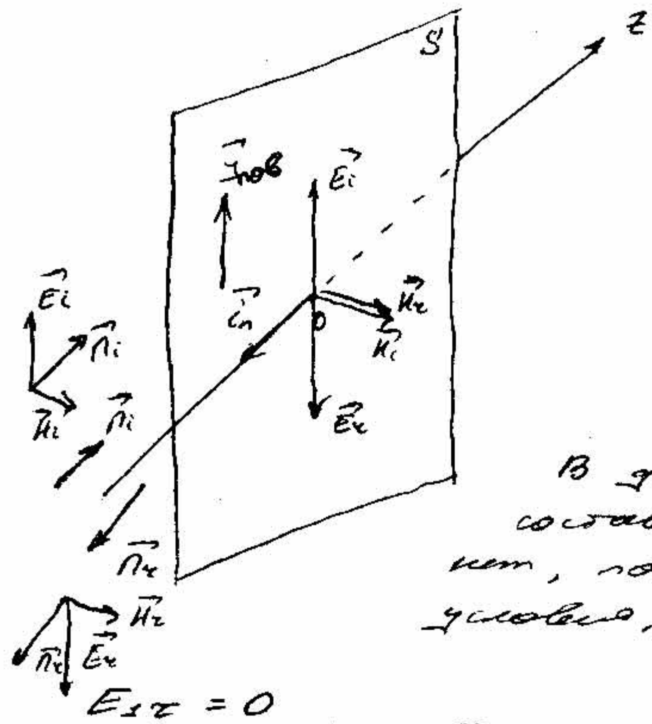
В случае активной системы, основанной на приеме энергии отраженной волны, для отсутствия отраженной волны нужно потребовать, чтобы $\dot{R} = 0$ в напр-ии приема. Т.е. тело будет „невидимо" в данном ракурсе.

Для этого необходимо: $\dot{Z}_{c2} = Z_0$, или:

$$\frac{\mu_{a2}}{\varepsilon_{a2}} = \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \quad (20)$$ – условие „невидимости" для данной λ.

В широком диапазоне изменения ч-ты материалы, удовлетворяющие усл-ю (20), не найдены.

Рассмотрим нормальное падение плоской волны на поверхность, изготовленную из идеального проводника.



$\sigma = \infty$, $\Delta = 0$.
Тепловых потерь нет, т.к. $\sigma = \infty$.
т.е. для падающей волны такая пов-ть представляет собой „зеркало".

$|\vec{\Pi}_r| = |\vec{\Pi}_i|$ (21)

В данной задаче нормальных составляющих векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ нет, поэтому, учитывая граничные условия, :

$E_{1\tau} = 0$

$$\vec{E}_i + \vec{E}_r = 0 \Rightarrow \vec{E}_i = -\vec{E}_r \quad (22)$$

Тогда видно, что $\vec{H}_i = \vec{H}_r$

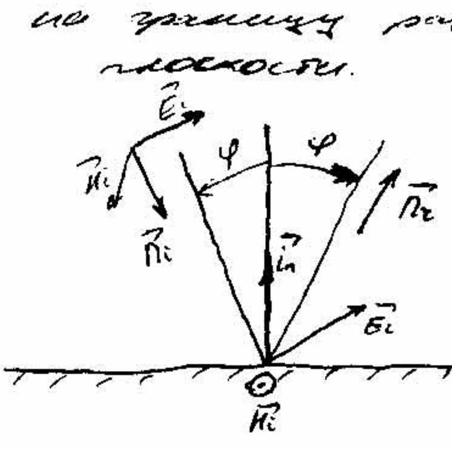
$$\vec{H}_s = \vec{H}_{1\tau} = \vec{H}_i + \vec{H}_r = 2\vec{H}_i \quad (23)$$

Найдем поверхностный ток:

$$\vec{J}_{пов} = \vec{i}_n \times \vec{H}_s \quad (24)$$

$\vec{J}_{пов} \uparrow\uparrow \vec{E}_i$

Рассмотрим наклонное падение плоской волны на границу раздела в виде идеально проводящей плоскости.



$\sigma = \infty$

Угол отражения равен углу падения.

В отличие от нормального падения, когда $\vec{E}_i \parallel$ границе раздела, при наклонном падении положение вектора $\vec{E}_i$ может быть произвольным в пр-ве.

Введем понятие пл-ти падения: пл-ть, включающая вектора $(\vec{n}_i, \vec{i}_n)$ – вектор $\vec{E}_i$ находится произвольно в пл-ти падения.

В разделе „Поляризация" будет показано, что вектор $\vec{E}$ с произв. поляризацией может быть представлен в виде суммы двух ортогональных линейных векторов, каждый из которых имеет линейную поляризацию.

Поэтому рассмотрим 2 случая, соотв-щие двум ортогон. составл.:

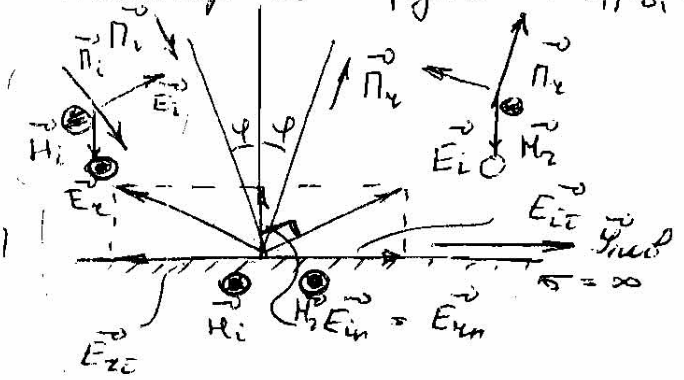
- вектор $\vec{E}_i$ лежит в пл-ти падения (линейно поляризован). Этот случай соотв-ет парал-ной поляризации эл. маг. волны.
- вектор $\vec{E}_i$ перпен-лен пл-ти падения. Это случай ортогональной (перпен-ной) поляризацией.

т.е. при рассмотрении этих двух случаев можно решить общую задачу ориентировки произвольно относит-но пл-ти падения.

09.03
~~Семинар~~
Семинар №3

Случай наклонного падения э/м в-ны с $\parallel$-ной поляриз. на идеальн. провод. пл-ть

среда 1 $(\varepsilon_0, \mu_0, \sigma = 0)$



Π_i – пл-ть потока мощн. падающ. пл-кой в-ны

E_i и H_i – компон. электр. и магн. полей.

$\vec{\Pi}_i = \vec{E}_i \times \vec{H}_i$

опред. ориентацию $\vec{\Pi}_i, \vec{E}_i, \vec{H}_i$ в пр-ве

$\vec{E}_i$ и $\vec{H}_i$ в пл-ти, $\perp$-ной $\vec{H}_i$; E

$\vec{E}_r$ и $\vec{H}_r$ – в-ры отраж. в-ны, лежат в пл-ти $\perp$-ной $\vec{\Pi}_r$

Из привед. рисун. $\vec{H}_i$ и $\vec{H}_r$ – коллинеарны, направл. в одну сторону (на границе раздела)

$\vec{E}_i$ и $\vec{E}_r$ напр. так, потому что должно выполнятся граничное услов.: $E_{1\tau} = 0$

$\vec{E}_{1\tau} = \vec{E}_{i\tau} + \vec{E}_{r\tau}$ (1)

$\vec{E}_{i\tau}$ – касат. сост. в-ра падающ. в-ны.
$\vec{E}_{r\tau}$ – — и — отраж. в-ны

т.о. $\vec{E}_{i\tau} + \vec{E}_{r\tau} = 0 \Rightarrow \vec{E}_{i\tau} = -\vec{E}_{r\tau}$, т.е. касат. составл. предст. собой один. по модулю и противоположн. по направл.

Ср ППМ: $|\Pi_i| = |\vec{\Pi}_r|$ – т.к. ~~...~~ ~~...~~ идеальн. провод. пл-ть $\Rightarrow$ вся мощность падающ. в-ны отражается.

т.о. $E_{im} = E_{rm}$ – амплитуды полей,

т.к. $\Pi_{cp} = \dfrac{E_m^2}{2 z_0}$ (3)

поэтому $|\vec{E}_r| = |\vec{E}_i|$, ~~$E_{rm} = E_{im}$~~

~~...~~ $H_{rm} = H_{im}$ (4)

т.о. в-р (5) $\vec{H}_1 = \vec{H}_i + \vec{H}_r$ – в-р магн. поля в среде 1, суперпоз. падающ. и рассеян. полей

Из привод. рассужд. $\Rightarrow$ $\vec{H_r} = \vec{H_i}$

$\vec{H_i}$ и $\vec{H_r}$ лежат в идеальн. провод. пл-ти (ИПП)
$\parallel$-ной пл-ти.

3: На самом деле $\vec{H_i}$ и $\vec{H_r}$ лежат в (.) принадл. среде 1 и удаленной на бесконечн. малое расстояние от границы раздела

Т.о. этот случай соотв. $\parallel$-ной поляризации: в-р E падающ. и рассеян. волн лежат в пл-ти падения, т.е. в пл-ти, проход через в-р $\vec{\Pi}$ и нормаль к пов-ти, причем из рассужд.: $\vec{H_i}$ и $\vec{H_r}$ $\parallel$-но идеальн. провод. пл-ти. и нормальн. состовл. этих в.ров $= 0$: $H_{in} = H_{rn} = 0$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\vec{H_r} = \vec{H_{r\tau}}$ && $\vec{H_i} = \vec{H_{i\tau}}$ (6)

Найдем пл-ть поверх. тока:

Было показано $\vec{J_{пов}} = \vec{i_n} \times \vec{H_1}$ (7)

Построим этот в-р:

$H_1 = 2\vec{H_i}$

Состовл. в-рное пр-ние опред. направл. $J_{пов}$ как на рисунке

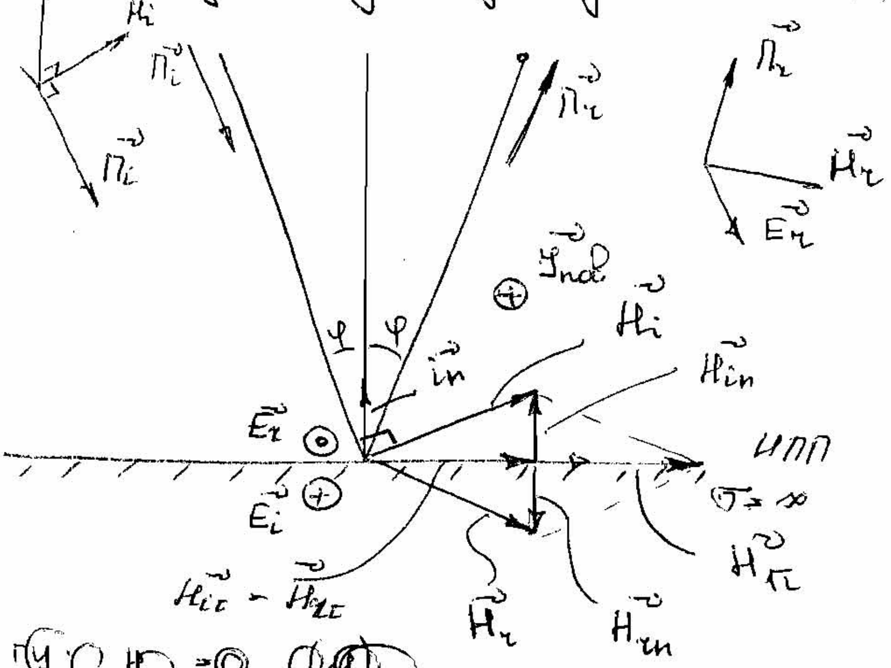
$$\boxed{\vec{J_{пов}} = 2\vec{i_n} \times \vec{H_i} = 2\vec{H_{i\tau}}} \quad (9) \quad m.$$

(9) $\Rightarrow$ 1) $|\vec{J_{пов}}| = 2|H_{i\tau}| = 2|H_{r\tau}|$

2) $\vec{J_{пов}} \parallel \vec{E_{i\tau}}$ и напр. в одну сторону (10)

На рис: угол падения равен углу отраж.

Случай наклонного падения э/м волны с ⊥-ной поляризацией на идеально провод. пл-ть.



ГУ: $H_{1n} = 0$ (14)

т.к. $|\vec{\Pi}_r| = |\vec{\Pi}_i| \Rightarrow E_{rm} = E_{im}; \; H_{rm} = H_{im}$

(10) $\vec{H}_1 = \vec{H}_i + \vec{H}_r$

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_i + \vec{E}_r \quad (11)$$

из построения: $\vec{E}_i$ и $\vec{E}_r$ $\parallel$-ны границе раздела $\Rightarrow E_{in} = E_{rn} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \vec{E}_{1\tau} = \vec{E}_{i\tau} + \vec{E}_{r\tau} \quad (12)$$

Из гранич. услов. $\vec{E}_{1\tau} = \vec{0}$, поэтому из (12) $\Rightarrow \vec{E}_{i\tau} + \vec{E}_{r\tau} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}_{i\tau} = -\vec{E}_{r\tau}}$$

$\vec{E}_{i\tau}$ и $\vec{E}_{r\tau}$ – коллинеарны и противоположны по направлению.

Гр. услов: $H_{1n} = 0$ (14), $\vec{H}_1 = \vec{H}_i + \vec{H}_r$ (15)

(14) && (15) $\Rightarrow \vec{H}_{1n} = \vec{H}_{in} + \vec{H}_{rn} = \vec{0} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{H}_{in} = -\vec{H}_{rn}} \quad (16)$$

$$(16) \Rightarrow \boxed{\vec{H}_{r\tau} = \vec{H}_{i\tau}} \quad (17)$$

т.е. $\vec{H}_{1\tau} = \vec{H}_{i\tau} + \vec{H}_{r\tau} = 2\vec{H}_{i\tau}$ (18)

Используя (9) найдем $\vec{J}_{пов}$:

$$\vec{J}_{пов} = \vec{i}_n \times \vec{H}_1 \quad (9)$$

т.е. $\vec{J}_{пов} \parallel \vec{E}_{i\tau} = \vec{E}_i \quad (19)$

Вывод: 1) Обобщая рез-ты 3-х последних задач, связ. с нормальн и наклонным падением, получаем, что $\vec{J}_{пов} = \vec{i}_n \times \vec{H}_1$ в случае идеальн. провод. пов-ти:

$$\vec{J}_{пов} = \vec{i}_n \times \vec{H}_1 = 2\vec{H}_{i\tau} \quad (20)$$

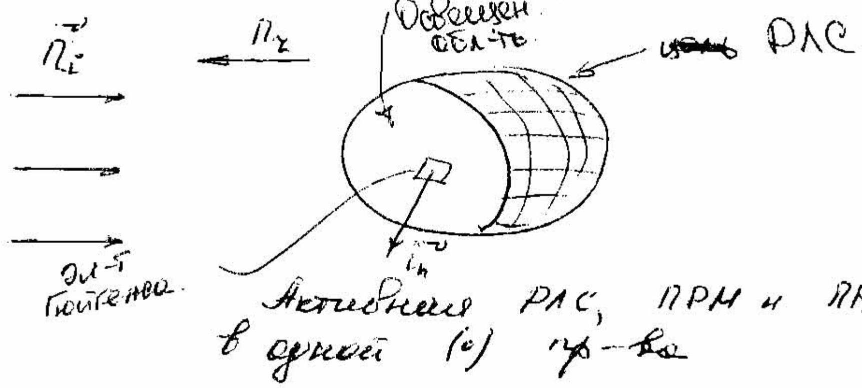
2) $\vec{J}_{пов} \parallel \vec{E}_{i\tau}$

Семинар №4 09.03 Методика приближенного вычисления вторичного излучения плоских и выпуклых тел (по Ширману)

Ширман "Теоретич. основы радиолокации"

Постановка задачи: вычислить рассеянное поле в дальней зоне плоской или выпуклой поверхностью, при облучении этого тела плоской (локально плоской) э/м волной. $\vec{E}_r$ - ? Это нужно для вычисления $\sigma = 4\pi R^2 E_{rm}^2 / E_{im}^2$

Т.о. вычисление ЭПР сводится к поиску E_{rm} (тело металлическое, Ме близок к идеальн. провод., E_{im}, R счит. заданными.)



Активная РЛС, ПРМ и ПРД в одном (о) ус-ве

[illegible]

[illegible]

Семинар 4.

Методика приближенного вычисления вторичного излучения плоских и выпуклых тел.

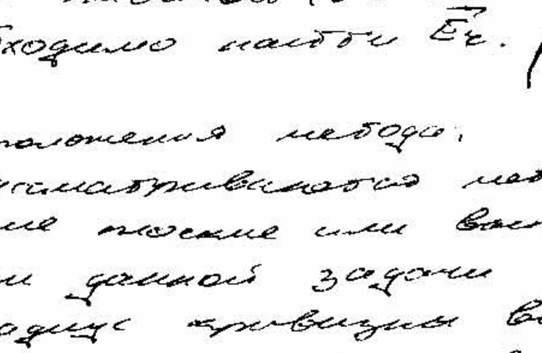
Постановка задачи.

Вычислить рассеянное поле в дальней зоне плоской или выпуклой пов-тью при облучении этого тела плоской (локально плоской) эл-магн. волн.

Необходимо найти $\vec{E}_r$. $\left(\sigma = 4\pi R^2 \frac{E_{rm}^2}{E_{im}^2}\right)$

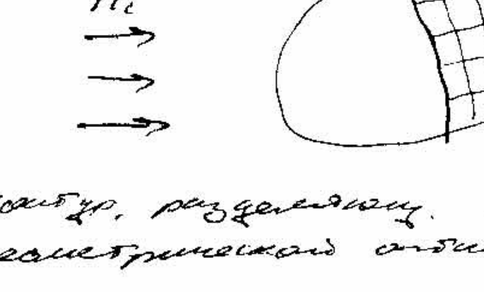
Предположения метода:

- рассматриваются металлические цели, содержащие плоские или выпуклые пов-ти. При решении данной задачи полагаем $\sigma = \infty$.
- радиус кривизны выпуклого тела $z \gg \lambda$.
- дальность цели от РЛС $R \gg \lambda$ (дальняя зона);
- используются предположения метода физической оптики:
  * полная пов-ть тела S разделяется на две области



Для случая моностатической локации имеет значение $\vec{\Pi}_r$, противоположно направленное $\vec{\Pi}_i$.

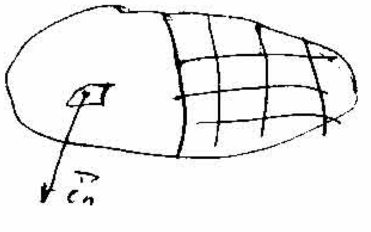
Контур, разделяющий две обл-ти находят по законам геометрической оптики.



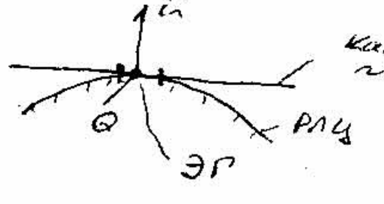
Предположения:

1. Поверхностный ток не затекает в теневую область.
$\vec{J}_{пов}(\theta) = 0,\ \theta \in (S \setminus S_0)$

Метод физич. оптики называется приближением интегр. Гюйгенса – Кирхгофа. (Т-ки эквивалентной пов-ти (2-ой Гюйгенса) являются источниками вторичного (рассеянного) поля, которые складываются геометрически (векторно) с учетом фазовых соотношений).



В кач-ве эл-тов Гюйгенса принимают плоские площадки (размеры достаточно малы).



$$2.\ \vec{J}_{пов} = \begin{cases} \vec{i}_n \times \vec{H}_1, & Q \in S_0 \\ 0, & Q \in (S \setminus S_0) \end{cases} \quad (21)$$

Показать, что $\vec{J}_{пов} = 2\vec{H}_{i\tau}$ (22)

$\vec{H}_{i\tau}$ - касат. составл. вектора падающ. волны. На практике, для тела конечных размеров затекание в теневую область происходит.

Т.о. всю пов-ть разбивают на элементарные площадки, по ф-лам (21) и (22) находят в них пов-ные токи $\vec{J}_{пов}$. Далее используют один из следующих методов:

1. Производят вычисление векторного потенциала:

$$\vec{A}_m(\vec{R}) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} \vec{J}_{пов} \frac{e^{-j\beta R_\rho}}{R_\rho} d\vec{\rho} \quad (23)$$

(только по освещенной обл-ти цели)

Далее находят составляющие эл-магн. поля из интегро-диф. ур-я:

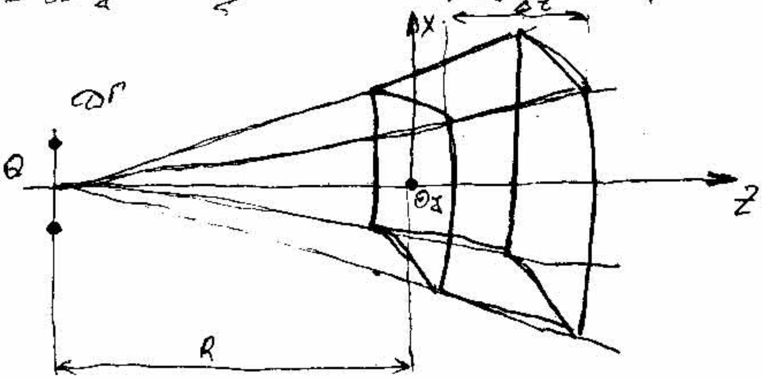
$$\vec{E}_{\tau m} = \mathcal{E}\{\vec{A}_m\} \quad (24)$$

2. Эл-т Гюйгенса заменяют диполем Герца (элементарным эл-ным излучателем). Находят для каждого эл-та $\vec{E}_{\tau j m}$, которые затем векторно складывают:

$$\vec{E}_{\tau m} = \sum_{j=1}^{N} \vec{E}_{\tau j m}$$

Поляризация в системах ближней локации.

В случае диполя Герца получено выражение для $\vec{E}_{m\theta}(\vec{R}) \parallel \vec{i}_\theta$



$$(\vec{i}_R, \vec{i}_\theta, \vec{i}_\varphi) \leftrightarrow (\vec{i}_x, \vec{i}_y, \vec{i}_z) \quad (1)$$

$$\Delta z \ll R$$

В дальней зоне поле в небольшой окрестности можно рассматривать как локально плоское. Поэтому поле в пределах выделенного элементарного объема может быть описано плоской волной ($\vec{i}_\theta \to \vec{i}_x$).

В ф-ле (10) и (11) семинара 2 был рассмотрен частный случай при $\sigma = 0$ ($\alpha_z = 0$).

В общем случае:

$$\vec{E}_d = E_{dxm} e^{-\alpha_z z} \cos(\omega t - \beta z + \varphi_{0d})$$

$$H_{dxm} = \frac{E_{dxm}}{Z_{cz}}$$

$$\vec{H}_d = H_{dxm} e^{-\alpha_z z}.$$

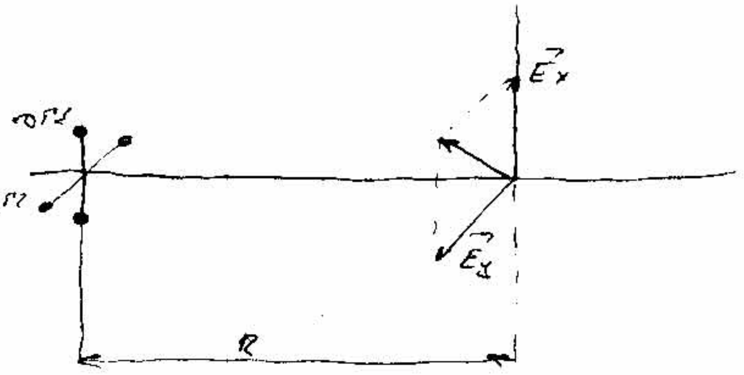
Для простоты будем рассматривать случай без затухания. Тогда для выделенного объема будет справедливо представление:

$$\vec{E}_x(t, z) = E_{xm}(\omega t - \beta z + \varphi_{0x})\, \vec{i}_x \quad (2)$$

Если зафиксир. некотор. т-ку z, то для любого момента t вектор $\vec{E}_x(t, z) \parallel \vec{i}_x$ - колебание находится в пл-ти XOZ.

Такое колебание называется линейно поляризованным.

Случай двух взаимоортогональных диполей Герца.



Колебания когерентны (т.е. изменяются с одной ч-той ω) и распр-ся в сторону увеличения координаты z.

$$\vec{E}_x(t,z) = E_{xm}\cos(\omega t - \beta z + \varphi_{0x})\vec{i}_x \quad (2)$$

$$\vec{E}_y(t,z) = E_{ym}\cos(\omega t - \beta z + \varphi_{0y})\vec{i}_y \quad (3)$$

Колебание, описыв. ур-ем (3) линейно поляризовано в пл-ти YOZ.

Введем обозначения $\varphi_x = \omega t - \beta z + \varphi_{0x}$ (4)

$\varphi_y = \omega t - \beta z + \varphi_{0y}$

$$\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x = \varphi_{y0} - \varphi_{x0} \quad (5)$$

Тогда для мгновенных значений имеем:

$$E_x = E_{xm}\cos\varphi_x \quad (6)$$

$$E_y = E_{ym}\cos(\varphi_x + \Delta\varphi) \quad (7)$$

Тогда:

$$\cos\varphi_x = \frac{E_x}{E_{xm}}$$

$$\cos(\varphi_x + \Delta\varphi) = \frac{E_y}{E_{ym}}$$

$$\cos\varphi_x\cos\Delta\varphi - \sin\varphi_x\sin\Delta\varphi = \frac{E_y}{E_{my}}$$

$$\frac{E_x}{E_{xm}}\cos\Delta\varphi - \frac{E_y}{E_{my}} = \sin\varphi_x\sin\Delta\varphi \quad (8)$$

Возведем обе части в квадрат.

$$\left(\frac{E_x}{E_{xm}}\right)^2\cos^2\Delta\varphi - 2\frac{E_x}{E_{xm}}\frac{E_y}{E_{ym}}\cos\Delta\varphi + \left(\frac{E_y}{E_{my}}\right)^2 = \sin^2\varphi_x\sin^2\Delta\varphi$$

Т.к. $\sin^2\varphi_x = 1-\cos^2\varphi_x = 1-\left(\frac{E_x}{E_{xm}}\right)^2$

Тогда: $$\left(\frac{E_x}{E_{xm}}\right)^2 - 2\frac{E_x}{E_{xm}}\frac{E_y}{E_{ym}}\cos\Delta\varphi + \left(\frac{E_y}{E_{ym}}\right)^2 = \sin^2\Delta\varphi \quad (9)$$

В общем случае ур-ие (9) описывает эллипс.

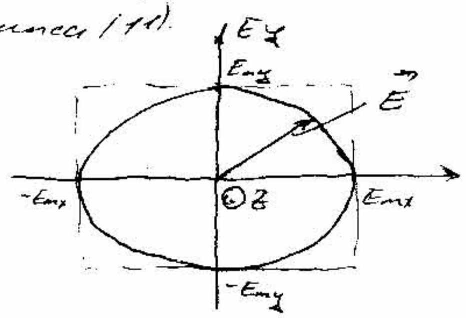
Рассм. случай: $\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k\in \mathbb{N}$ (10)

тогда $\cos\Delta\varphi = 0$

$\sin\Delta\varphi = \pm 1$.

$$\left(\frac{E_x}{E_{xm}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{ym}}\right)^2 = 1 \quad (11)$$

Т.е. при выполнении условия (10) имеем случай канонического эллипса (11).



Канонический эллипс.

Т.О. при сложении (суперпозиции) двух ортогональных линейно-поляризованных колебаний получается эллиптически поляризованное колебание, которое описывается в общем случае ур-ем (9)

На пл-ти, перпен-ной напр-ю распр-я за время, равное периоду высокой ч-ты $T = \frac{2\pi}{\omega}$ годограф вектора $\vec E$ будет описывать эллипс. В пр-ве результирующий вектор $\vec E$ будет описывать спираль вокруг эллиптического цилиндра, располож. вдоль оси z.

Результир. вектор $\vec E(t, z)$ в любой момент времени остается перпен-ным вектору $\vec z$.

Т.О. поляризация х-зует ориентацию вектора $\vec E$ в пр-ве в процессе распр-я, т.е. при изменении времени.