Определение направления вращения вектора $\vec{E}$.

Направление вращения поля в пределах главного периода зависит от знака $\Delta\varphi$.

При $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$.

$$E_y = E_{ym} \cos\left(\varphi_x + \frac{\pi}{2}\right) = -E_{ym} \sin \Delta\varphi$$

При $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$

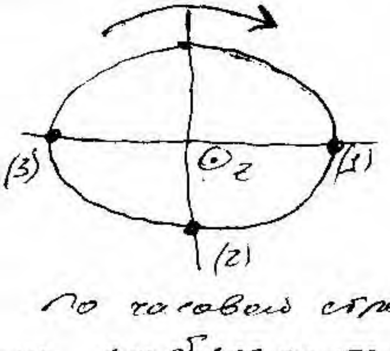
$$E_y = E_{ym} \cos\left(\varphi_x - \frac{\pi}{2}\right) = E_{ym} \sin \Delta\varphi$$

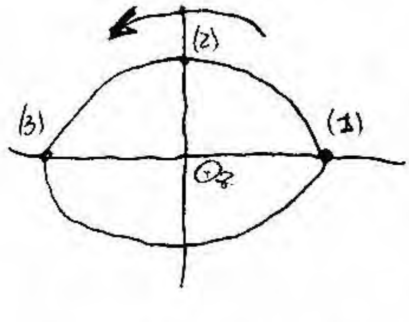
т.е. получим;

$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$	$\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$
$E_x = E_{xm} \cos \varphi_x$	$E_x = E_{xm} \cos \varphi_x$
$E_y = -E_{ym} \sin \varphi_x$	$E_y = E_{ym} \sin \varphi_x$

Составим вспомогательную таблицу:

φ_x	0	$\pi/2$	π
$\cos\varphi_x$	1	0	-1
$\sin\varphi_x$	0	1	0
$-\sin\varphi_x$	0	-1	0



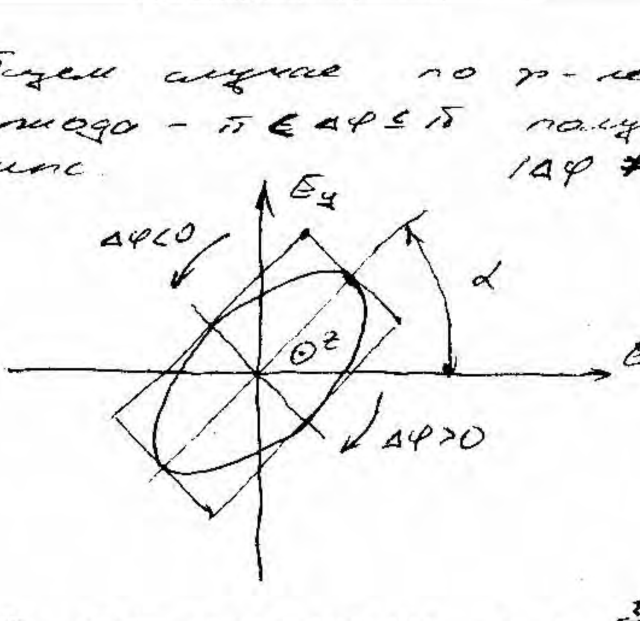


по часовой стрелке — против часовой стрелки

(Если наблюдатель смотрит на напр-е распр-я оси z).

т.е. направление обхода канонического эллипса зависит от знака разности фаз.

В общем случае по ф-ле (9) в пределах главного периода $-\pi \le \Delta\varphi \le \pi$ получаем произвольный эллипс ($\Delta\varphi \neq 0, \pi$)



Этот эллипс называется эллипсом поляризации.

К-т эллиптичности $\tau = \frac{b}{a}$; ($b \le a$) - полуоси.

$0 \le \tau \le 1$.

α - угол наклона большой полуоси относ-но напр-я оси Ox. (угол поляризации).

Эти два параметра полностью определяют форму и ориентацию эллипса. Они зависят от амплитуд парциальных ортогональных колебаний E_{xm}, E_{ym} и разности их начальных фаз $\Delta\varphi$.

(Ф-лы, не входящие в рейтинг):

$$a = \sqrt{\frac{E_{xm}^2 + E_{ym}^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{E_{xm}^2 - E_{ym}^2}{2}\right) + E_{xm}^2 E_{ym}^2 \cos^2\Delta\varphi}}$$

$$b = \sqrt{\frac{E_{xm}^2 + E_{ym}^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{E_{xm}^2 - E_{ym}^2}{2}\right) + E_{xm}^2 E_{ym}^2 \cos^2\Delta\varphi}}$$

$$\mathrm{tg}\, 2\alpha = \frac{2 E_{xm} E_{ym}}{|E_{xm}^2 - E_{ym}^2|} \cos\Delta\varphi$$

Задача анализа: по параметрам колебаний найти размеры и положение эллипса.

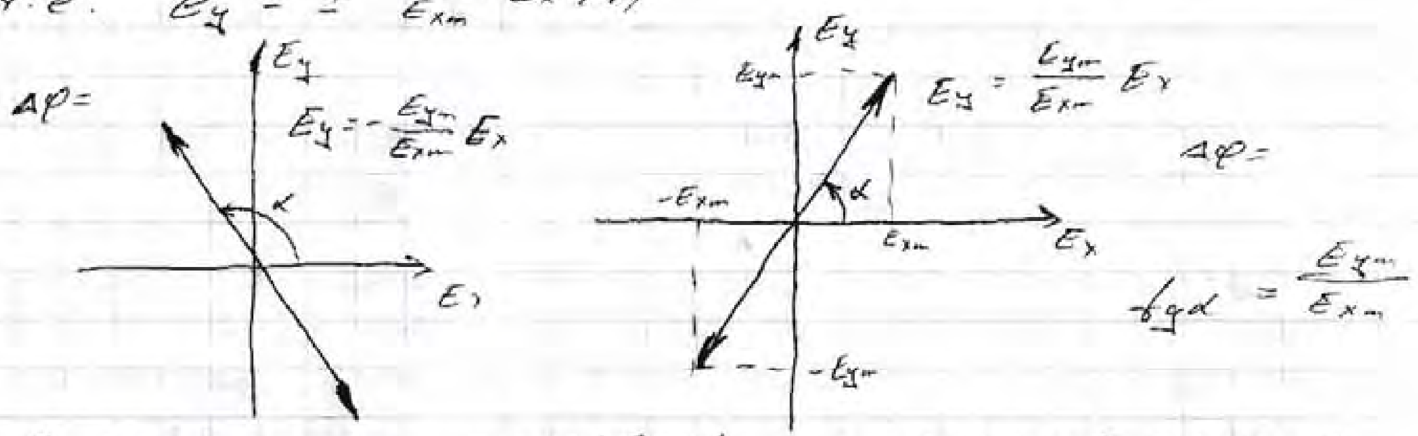
Покажем, что линейно поляризов. колебание представляет собой вырожденный случай эллиптической поляризации.

Пусть $\Delta\varphi = 0, \pi$. Тогда ур-е (5) имеет вид:

$$\left(\frac{E_x}{E_{xm}}\right)^2 \mp 2\frac{E_x}{E_{xm}}\frac{E_y}{E_{ym}} + \left(\frac{E_y}{E_{ym}}\right)^2 = 0 \quad (6)$$

$$\frac{E_x}{E_{xm}} \mp \frac{E_y}{E_{ym}} = 0 \quad (6')$$

т.е. $E_y = \pm \frac{E_{ym}}{E_{xm}} E_x$ (7)



В этом случае $r = 0$ ($b = 0$), т.е. частный случай эллиптического колебания.

Случай круговой поляризации.

Для реализации круговой поляризации необходимо два условия:

$$\begin{cases} E_{ym} = E_{xm} & (8) \\ \Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2} & (9) \end{cases}$$

Понятие унитарного пространства.

Евклидово пр-во (E)	Унитарное пр-во (U)
$\vec{X} = (x_1, x_2, .., x_n)$ - координаты вещественные числа	$\vec{X} = (\dot{x}_1, \dot{x}_2, .., \dot{x}_n)$ - координаты комплексные числа,

1) $\vec{x} + \vec{y} \in E$ $(\vec{x}, \vec{y} \in E)$.
2) $\alpha \cdot \vec{x}$ — Определены две операции.
E (линейное пр-во).

Определено скалярное пр-ние:

$\vec{x}, \vec{y} \to (\vec{x}, \vec{y})$ — каждому набору векторов $\vec{x}, \vec{y}$ поставлено в соот-вие вещес. число $(\vec{x}, \vec{y})$, которое обладает следующ. св-вами:

I) $(\vec{y}, \vec{x}) = (\vec{x}, \vec{y})$
II) $(\vec{x}+\vec{y}, \vec{z}) = (\vec{x}, \vec{z}) + (\vec{y}, \vec{z})$
III) $(\alpha \vec{x}, \vec{y}) = \alpha(\vec{x}, \vec{y})$
IV) $(\vec{x}, \vec{x}) > 0$ при $\vec{x} \neq 0$.
$(\vec{x}, \vec{x}) = 0 \Leftrightarrow \vec{x} = 0$.

В коорд. форме:

$$(\vec{x}, \vec{y}) = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \quad (11)$$

Комплексное линейное пр-во.
$(\vec{x}, \vec{y} \in U)$
1) $\vec{x} + \vec{y} \in U$
2) $\dot{\alpha} \vec{x} \in U$

Комплексное скалярное пр-ние: $(\vec{x}, \vec{y} \to (\vec{x}, \vec{y}))$, которое обладает следующ. св-вами:

I) $(\vec{y}, \vec{x}) = (\vec{x}, \vec{y})^*$
II) $(\vec{x}+\vec{y}, \vec{z}) = (\vec{x}, \vec{z}) + (\vec{y}, \vec{z})$
III) $(\dot{\alpha} \vec{x}, \vec{y}) = \dot{\alpha}(\vec{x}, \vec{y})$
IV) $(\vec{x}, \vec{x}) > 0$ при $\vec{x} \neq 0$
$(\vec{x}, \vec{x}) = 0$ при $\vec{x} = 0$.

Но: $(\vec{x}, \dot{\alpha}\vec{y}) = \alpha^*(\vec{x}, \vec{y})$.

Докажем:
$(\vec{x}, \dot{\alpha}\vec{y}) = (\dot{\alpha}\vec{y}, \vec{x})^* = \dot{\alpha}^*(\vec{y}, \vec{x})^* = \dot{\alpha}^*(\vec{x}, \vec{y})$

Тогда в координатной форме:

$$(\vec{x}, \vec{y}) = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i^* \quad (10)$$

Рассм. 3-х мерный вектор $\vec{x} = (3, 4, -5j)$.
Если по ф-ле (11):
$$(\vec{x}, \vec{x}) = 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + (-5j)(-5j) = 25 - 25 = 0$$! (противоречит аксиоме (IV)).
По ф-ле (10):
$$(\vec{x}, \vec{x}) = 25 + 25 = \underline{50}$$

Понятие унитарной матрицы.

В E — матрица преобразования координат (МПК) это ортогональная матрица P.

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix}$$ — невырожденная матрица

$$PP^{-1} = P^{-1}P = I$$

Матрица ортогональная, если $P^{-1} = P^{T}$.

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{pmatrix}$$

МПК осущ-ет переход из старого ортонорм. базиса $(\vec{e_1}, \vec{e_2})$ в новый ортонормир. базис $(\vec{f_1}, \vec{f_2})$.

$$P = \left(\underset{\vec{f_1}}{\underset{\shortparallel}{\begin{pmatrix} p_{11} \\ p_{21} \end{pmatrix}}} \; \underset{\vec{f_2}}{\underset{\shortparallel}{\begin{pmatrix} p_{12} \\ p_{22} \end{pmatrix}}} \right) \quad (12)$$

– координаты нового базиса в старом.

Унитарная матрица

P – МПК (унитарная матрица).

$$P = \begin{pmatrix} \dot{p}_{11} & \dot{p}_{12} \\ \dot{p}_{21} & \dot{p}_{22} \end{pmatrix}$$

Матрица P – унитарная, если $P^{-1} = (P^{*})^{T}$ (13)

$PP^{-1} = P^{-1}P = I.$

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} \dot{p}_{11}^{*} & \dot{p}_{21}^{*} \\ \dot{p}_{12}^{*} & \dot{p}_{22}^{*} \end{pmatrix} \quad (14)$$

$(\vec{e_1}, \vec{e_2})$ – старый ОНБ

$$P = \left(\underset{\vec{f_1}}{\underset{\shortparallel}{\begin{pmatrix} \dot{p}_{11} \\ \dot{p}_{21} \end{pmatrix}}} \underset{\vec{f_2}}{\underset{\shortparallel}{\begin{pmatrix} \dot{p}_{12} \\ \dot{p}_{22} \end{pmatrix}}} \right) \quad (15)$$

– разложение нового базиса по старому.

В унитарном пр-ве понятие угла не определено, сохраняется понятие коллинеарности и ортогональности векторов.

$$\vec{f_1} = \dot{p}_{11} \vec{e_1} + \dot{p}_{21} \vec{e_2}$$

$$\vec{f_2} = \dot{p}_{12} \vec{e_1} + \dot{p}_{22} \vec{e_2}$$

Вектор-строки и вектор-столбцы матрицы (15) образуют ортонормиров. базис.

$$P^{-1}P = I$$

$$\begin{pmatrix} \dot{p}_{11}^* & \dot{p}_{21}^* \\ \dot{p}_{12}^* & \dot{p}_{22}^* \end{pmatrix} \begin{array}{c} \vec{p}_1 \quad \vec{p}_2 \\ \begin{pmatrix} \dot{p}_{11} & \dot{p}_{12} \\ \dot{p}_{21} & \dot{p}_{22} \end{pmatrix} \end{array} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Тогда получают:

$$\begin{cases} \dot{p}_{11}^* \dot{p}_{11} + \dot{p}_{21}^* \dot{p}_{21} = 1 & \Rightarrow (\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_1) = 1, \text{ т.е. } |\vec{p}_1| = 1. \\ \dot{p}_{21}^* \dot{p}_{12} + \dot{p}_{22}^* \dot{p}_{22} = 1 & \Rightarrow (\vec{p}_2 \cdot \vec{p}_2) = 1, \text{ т.е. } |\vec{p}_2| = 1 \\ \dot{p}_{11}^* \dot{p}_{12} + \dot{p}_{21}^* \dot{p}_{22} = 0 & \Rightarrow (\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2) = 0, \text{ т.е. } \vec{p}_1 \perp \vec{p}_2 \\ \dot{p}_{12}^* \dot{p}_{11} + \dot{p}_{22}^* \dot{p}_{21} = 0 & \end{cases}$$

т.е. векторы-столбцы могут использоваться в кач-ве ортонормированного базиса.

Аналогично можно показать из $PP^{-1} = I$ (6), что и векторы-строки описывают ортонормированный базис.

Общий вид унитарной матрицы преобразования координат.

$$P = \begin{pmatrix} \cos\tau & -\sin\tau\, e^{j\psi_2} \\ \sin\tau\, e^{j\psi_1} & \cos\tau\, e^{j(\psi_1+\psi_2)} \end{pmatrix} \quad (7)$$

τ, ψ_1, ψ_2 - вещественные числа.

Покажем, что модуль определителя матрицы (7) равен единице.

$$\det P = \cos^2\tau\, e^{j(\psi_1+\psi_2)} + \sin^2\tau\, e^{j(\psi_1+\psi_2)} = e^{j(\psi_1+\psi_2)}$$

Тогда $|\det P| = 1$ (8).

С помощью матрицы (7) можно осущ-ть переход из старого в новый ортонормир. базис. Базисы могут быть как вещественными, так и комплексными.

Обычно в кач-ве исходного базиса выбирают простейший вещественный базис $(\vec{i}_x, \vec{i}_y)$ - декартовой с.к.
$\vec{i}_x = (1,0)$; $\vec{i}_y = (0,1)$.

В практической РЛ в наземных РЛС волны с ортом поляризац x - горизонтально поляризованные, с ортом поляризац. y - вертикально поляризованные.

В бортовых системах эти понятия имеют относительный характер.

В теории антенн вводят понятие главной поляризации $\vec{p}_{гл}$ и „паразитной" поляризации (ортогональная, кроссполяризационная составляющая) $\vec{p}_{кп}$.
Наряду с главной будем использовать термин собственной поляризации антенны.

В качестве исходного будем принимать линейный вещественный базис $(\vec{i}_x, \vec{i}_y)$.

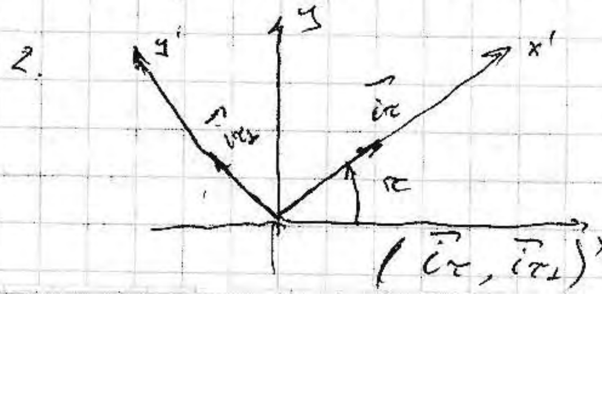
$$P = \begin{pmatrix} \cos\tau & -\sin\tau\, e^{j\psi_2} \\ \sin\tau\, e^{j\psi_1} & \cos\tau\, e^{j(\psi_1+\psi_2)} \end{pmatrix}$$

$$\underset{\vec{p}_{гл}}{\shortparallel} \qquad \underset{\vec{p}_{кп}}{\shortparallel}$$

Тогда:
$$\begin{cases} \vec{p}_{гл} = \cos\tau\, \vec{i}_x + \sin\tau\, e^{j\psi_1}\, \vec{i}_y \\ \vec{p}_{кп} = -\sin\tau\, e^{j\psi_2}\, \vec{i}_x + \cos\tau\, e^{j(\psi_1+\psi_2)}\, \vec{i}_y. \end{cases} \qquad (9)$$

Основные типы базисов, используемых в радиолокации.

1. Исходный линейный вещественный базис $(\vec{i}_x, \vec{i}_y)$

2. 

τ - угол поворота
$\psi_1 = \psi_2 = 0$
Тогда приходим к матрице поворота:
$$P = \begin{pmatrix} \cos\tau & -\sin\tau \\ \sin\tau & \cos\tau \end{pmatrix} \quad \vec{p}_{гл} = \vec{i}_\tau, \quad \vec{p}_{кп} = \vec{i}_{\tau\perp}$$

Также линейный вещественный базис $(\vec{i}_{\tau_1}, \vec{i}_{\tau_2})$

С помощью базиса (1) опис. линейная гориз. и верт. поляризац.
С помощью базиса (2) опис. линейная поляризац, отличная от гориз. и вертик. поляризац.

3. Круговая поляризация по часовой стрелки и против часов. стрелки.
Также используются понятия правой и левой поляризации.

Круговой базис.

$$\overline{E}_x = E_x(t,z) = E_{xm} \cos(\overbrace{\omega t - \beta z + \varphi_{0x}}^{\varphi_x(t,z)}) \quad (10)$$

$$E_y = E_y(t,z) = E_{ym} \cos(\overbrace{\omega t - \beta z + \varphi_{0y}}^{\varphi_y(t,z)}) \quad (11)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_y(t,z) - \varphi_x(t,z) = \varphi_{0y} - \varphi_{0x} \quad (12)$$

Условия круговых поляризаций:

1) $E_{xm} = E_{ym} = E_m \quad (13)$

2) $\Delta\varphi = \begin{cases} -\pi/2 & \text{- вращение против ч. стр.} \\ +\pi/2 & \text{- вращение по ч. стр.} \end{cases} \quad (14)$

Найдем суммарное колебание.

$$\dot{\vec{E}}_+\Big|_{\Delta\varphi=-\frac{\pi}{2}} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = \left(\dot{E}_m \vec{i}_x + \dot{E}_m e^{-j\frac{\pi}{2}} \vec{i}_y\right) e^{j(\omega t - \beta z)},$$

где $\dot{E}_m = E_m e^{j\varphi_x}$

$$\vec{E}_+ = (\overbrace{\dot{E}_m \vec{i}_x - j\dot{E}_m \vec{i}_y}^{\dot{\vec{E}}_{m+}}) e^{j(\omega t - \beta z)} = \dot{\vec{E}}_{m+} \cdot e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\dot{\vec{E}}_{m+} = \dot{E}_{m+} \dot{\vec{V}} \quad (15)$$

$\dot{\vec{V}}$ - комплексный нормированный вектор круговой поляризации против ЧС

$$|\dot E_{m+}|^2 = (\vec{\dot E}_{m+}, \vec{\dot E}_{m+}) = (\dot E_m \vec i_x - j\dot E_m \vec i_y, \dot E_m \vec i_x - j \dot E_m \vec i_y) =$$

$$= (\dot E_m)(\dot E_m)^* + (-j\dot E_m)(-j\dot E_m)^* = |\dot E_m|^2 + |\dot E_m|^2 = 2|\dot E_m|^2$$

Тогда $\vec v = \frac{1}{\sqrt2}\vec i_x - j\frac{1}{\sqrt2}\vec i_y$ (16)

Можно показать, что $|\vec v| = 1$.

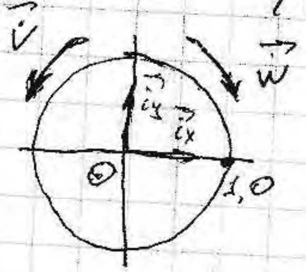
Аналогично можно показать, что:

$\vec{\dot E}_{m-} = \dot E_{m-}\vec w$ (17)

$\vec w = \frac{1}{\sqrt2}\vec i_x + \frac{1}{\sqrt2}\vec i_y$ (18) – нормиров. комплексный вектор круговой поляризации по ЧС.

Покажем, что $|\vec v| = 1$, $|\vec w| = 1$

$(\vec v, \vec w) = 0 \Rightarrow \vec v \perp \vec w$



Т.е. ~~аппроксимирова~~ получим комплексный круговой базис $(\vec v, \vec w)$.

$$P = \begin{pmatrix} \cos\tau & -\sin\tau\, e^{j\psi_2} \\ \sin\tau\, e^{j\psi_1} & \cos\tau\, e^{j(\psi_1+\psi_2)} \end{pmatrix} \text{ при } \tau = \frac{\pi}{4},\ \psi_1 = -\frac{\pi}{2},\ \psi_2 = \pi$$

Можно доказать, что сумма двух круговых поляризаций, имеющих одинаковую амплитуду и противоположное напр-е вращения представляют линейно поляризованное колебание.

4. Эллиптический комплексный базис.

$$P = \begin{array}{cc} \vec{P}_{гл} & \vec{P}_{кп} \\ \shortparallel & \shortparallel \end{array}$$

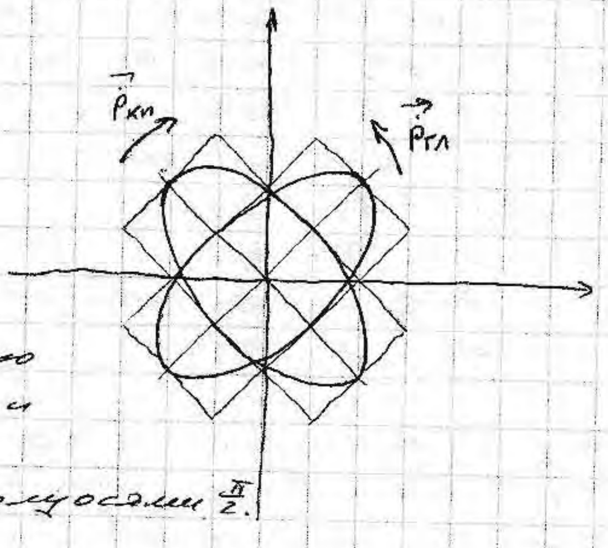
$$P = \begin{pmatrix} \cos\tau & -\sin\tau\, e^{j\psi_2} \\ \sin\tau\, e^{j\psi_1} & \cos\tau\, e^{j(\psi_1+\psi_2)} \end{pmatrix}$$

$(\vec{P}_{гл}, \vec{P}_{кп})$

τ, ψ_1, ψ_2

$-\pi \le \tau \le \pi$

$-\pi \le \psi_1, \psi_2 \le \pi$



Эллипсы имеют одинаковую форму (к-т эллиптичности и главные полуоси).
Угол между главными полуосями $\frac{\pi}{2}$.

Особенности учета эффекта поляризации в радиолокации.

Система радиосвязи.

Излучаемый сигнал $\vec{П}_i\ (\vec{E}_i)$

Поляризация принимаемого сигнала будет такой же, как и поляризация излучаемого (без учета влияния окружающей среды). Этой же схемой можно описать влияние активной помехи.

По иному обстоит дело при отражении зондирующего сигнала от РЛ цели.

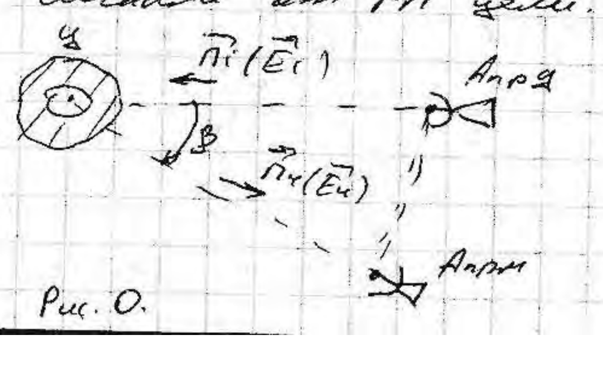


Рис. 0.

При отражении от РЛЦ, представляющих собой тела сложной формы, имеет место деполяризация зондирующего сигнала, т.е. поляризационная

структура рассеянного сигнала, х-зуемого вектором $\vec{E_r}$, отличается от поляризац. структуры падающего на цель излученного поля $\vec{E_i}$.
Это связано с тем, что при отражении от тел сложной формы результир. сигнал представляет геометрич. сумму сигналов, отраженных от отдельных элементов цели, и ориентация суммарного вектора в пространстве отличается от исходной ориентации вектора $\vec{E_i}$.
Рассеянное поле можно представить в виде суммы:
$\vec{E_r} = \vec{E_A} + \vec{E_{A\perp}}$ (1),
$\vec{E_A}$ - собственная поляризация приемной антенны;
$\vec{E_{A\perp}}$ - кроссполяризационная составляющая приемной антенны.

На вход приемника поступает энергия, обусловленная только полем $\vec{E_A}$, а на второе слагаемое приемная антенна не реагирует.

Явление деполяризации сигнала при отражении от тела сложной формы.

На семинаре показано, что волна с произвольной поляризацией может быть представлена в виде суммы двух ортогональных колебаний с линейной поляризацией.

Рассмотрим базис $(\vec{i_{xi}}, \vec{i_{yi}})$ (2) - линейный базис, х-щий падающую на цель волну. Тогда КВА зондирующего сигнала:

$$\vec{\dot{E}}_{mi} = \dot{E}_{ixm} \vec{i_{xi}} + \dot{E}_{iym} \vec{i_{yi}} \quad (3)$$

Для принимаемого сигнала базис: $(\vec{i_{xr}}, \vec{i_{yr}})$, тогда:

$$\vec{\dot{E}}_{mr} = \dot{E}_{rxm} \vec{i_{xr}} + \dot{E}_{rym} \vec{i_{yr}} \quad (4)$$

Связь между КВА рассеянного и падающего полей устанавливается с помощью следующего ур-я:

$$\dot{\vec{E}}_{rm} = \dot{B}\,\dot{\vec{E}}_{im} \quad (5)$$

$\dot{B}$ – матрица рассеяния.

$$\dot{B} = \begin{pmatrix} \dot{b}_{xx} & \dot{b}_{xy} \\ \dot{b}_{yx} & \dot{b}_{yy} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Тогда ур-е (5) в координатном виде:

$$\begin{pmatrix} \dot{E}_{rxm} \\ \dot{E}_{rym} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{b}_{xx} & \dot{b}_{xy} \\ \dot{b}_{yx} & \dot{b}_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{E}_{ixm} \\ \dot{E}_{iym} \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \dot{E}_{rxm} = \dot{b}_{xx}\dot{E}_{ixm} + \dot{b}_{xy}\dot{E}_{iym}; \\ \dot{E}_{rym} = \dot{b}_{yx}\dot{E}_{ixm} + \dot{b}_{yy}\dot{E}_{iym}. \end{cases} \quad (8)$$

Т.е. при облучении цели линейно поляриз. колебанием, отраженное колебание будет иметь в общем случае эллиптическую поляризацию.
Это выражается в том, что в матрице рассеяния находятся компоненты b_{xx}, b_{yy} и перекрестные компоненты b_{xy}, b_{yx}. Поэтому из ур-я (8) видно, что в формировании одной из координат отраженного поля участвуют обе координаты из излучаемого поля.

Ограничением матрицы (6) является то, что её элементы зависят от дальности.

В радиолокации наряду с матрицей (6) используется матрица рассеяния, независящая от расстояния.

Сложности учета поляризации.

При описании зондирующего сигнала, т.е. падающего на тело поля наблюдатель находится в т-ке Апрд и „смотрит в след" падающей волне.
А при описании рассеянного поля наблюдатель находится в т-ке Апри и „смотрит на встречу" падающей волне.

Параллельная и ортогональная поляризация.

$\vec{E}_1 = \vec{E}_1(t, z)$; $\vec{E}_2 = \vec{E}_2(t, z)$.

КВА: $\dot{\vec{E}}_{1m} = \dot{E}_{1m} \cdot \dot{\vec{p}}_1$ $\quad \dot{\vec{E}}_{2m} = \dot{E}_{2m} \cdot \dot{\vec{p}}_2$ (9)

$\dot{\vec{p}}_{1,2}$ - нормир. комплексный вектора колебаний.

$|\dot{\vec{p}}_1| = 1$; $|\dot{\vec{p}}_2| = 1$

Колебания имеют параллельные поляризации, если $\dot{\vec{E}}_{1m} \parallel \dot{\vec{E}}_{2m}$ (10) - КВА коллинеарны

$\dot{\vec{E}}_{1m} = \alpha \dot{\vec{E}}_{2m}$ (10').

Колебания считаются ортогональными, если:

$\dot{E}_{1m} \perp \dot{E}_{2m}$, или

$(\dot{\vec{E}}_{1m}, \dot{\vec{E}}_{2m}) = 0$ (11)

При определении парал-ти и ортогональности поляризаций следует различать 2 случая:
- когда поля имеют одинаковое напр-е распр-я;
- когда напр-е распр-я полей противоположно.

Если вектора имеет одинаковое напр-е распр-я, то условие парал-ти:

$\dot{\vec{p}}_1 = \dot{\vec{p}}_2$ (12);

условие ортогональности: $(\dot{\vec{p}}_1, \dot{\vec{p}}_2) = 0$ (13)

Изменение напр-я распр-ния сводится к изменению обхода эллипса поляризации, т.е. $\dot{\vec{p}}_2 \to \dot{\vec{p}}_2^*$

Поэтому условие парал-ти имеет вид:

$\dot{\vec{p}}_1 = \dot{\vec{p}}_2^*$ (14).

Условие ортогональности: $(\dot{\vec{p}}_1, \dot{\vec{p}}_2^*) = 0$ (15).

Стандартные поляризации, используемые в радиолокации.

Рис. 1, а - поляризация рассеянного поля.
Рис. 1, б - поляризация падающего поля.

Линейный базис.

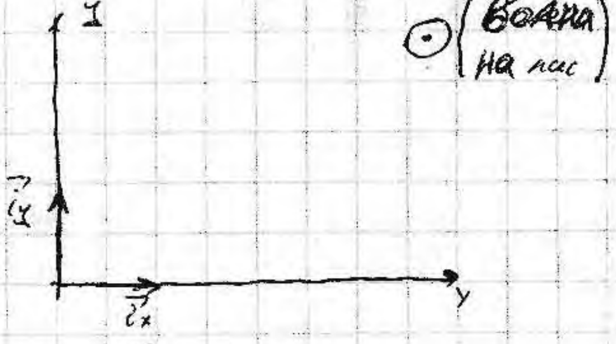


Рис. 1, а

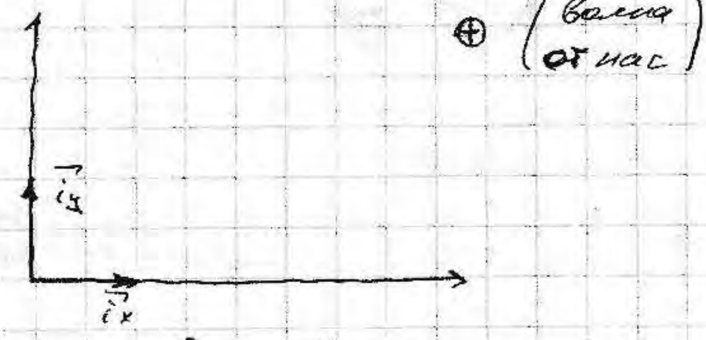


Рис. 1, б

В качестве исходного возьмем базис на рис. 1а.

$\vec{p}_1 = \vec{i}_x$
$\vec{p}_2 = \vec{p}_1^* = \vec{i}_x$ т.е. имеем первую стандартную поляризацию для полей с линейной поляризацией.

Данные базисы приведены при $\beta \to 0$ (активная система).

Круговые поляризации.

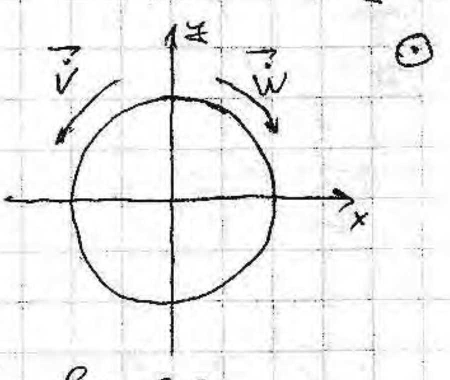


Рис. 2, а

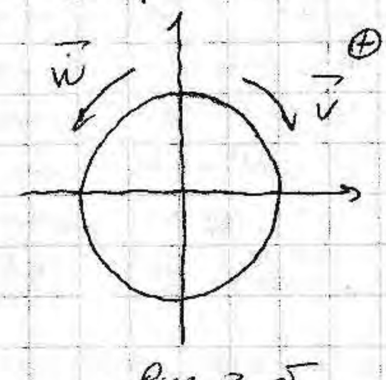


Рис. 2, б

$\vec{p}_1 = \vec{v}$; $\vec{p}_2 = \vec{p}_1^* = \vec{v}^* = \vec{w}$

Эллиптическая поляризация.

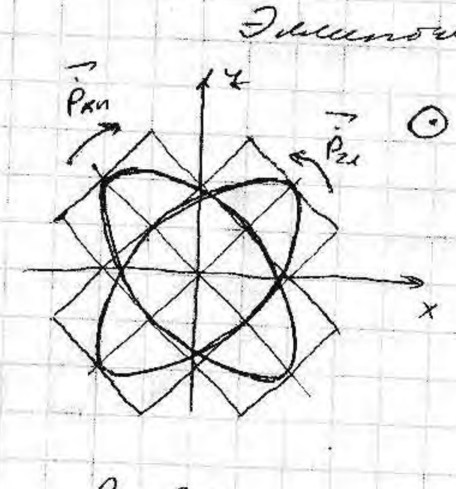


Рис. 3,а

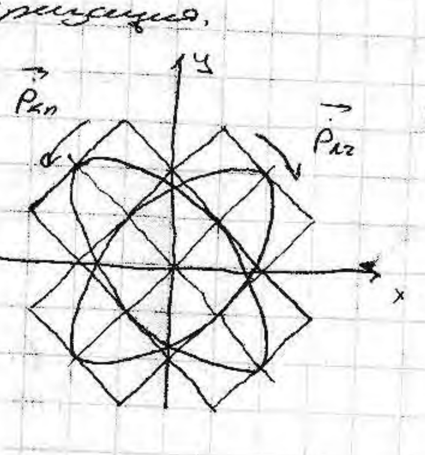


Рис. 3,б.

Во всех случаях условие (15) выполняется.

Поляризация приемной и передающей антенн.

Параметры антенны определяются в режиме передачи, поэтому в качестве исходной следует рассматривать поляризацию передающей антенны.
Поляризац. передающ. антенны х-ся поляризацией создаваемого ей поля, т.е. зондирующего поля.

Нормированный вектор собственной поляризации антенны в режиме передачи (А-прд) – $\vec{P}_A$.
Ортогональная ей поляризация – $\vec{P}_{A\perp}$.
($\vec{P}_A$, $\vec{P}_{A\perp}$) – образуют ортонормированный базис передающей антенны. При этом наблюдатель находится в т-ке А-прд.

Орты приемной антенны связаны с ортами передающей следующими соотношениями: $\vec{P}_A^*$, $\vec{P}_{A\perp}^*$ – комплексное сопряжение.

Коррекция понятия ЭПР с учетом явления поляризации.

По рис. 0. - при описании ЭПР приходится учитывать следующие 4 поляризации:

- $\vec{p_i}$ - нормир. орт поляризации зондир. сигнала;
- $\vec{p_r}$ - -//- в дальней зоне поля, рассеянного целью;

Ранее дано опр-е ЭПР: $\sigma = 4\pi R^2 \frac{E_{rm}^2}{E_{im}^2}$ (16)(1); причем здесь сделано предположение о совпадении поляризаций, т.е. без учета фактора деполяризации сигнала целью. Кроме того предполагалось, что поляризац. рассеянного поля совпадает с поляризац. приемной антенны.

КВА рассеянного поля представим в виде:

$$\vec{\dot{E}}_{rm} = \vec{\dot{E}}_{Am} + \vec{\dot{E}}_{A\perp m} \quad (2)$$

$$\vec{\dot{E}}_{im} = \dot{E}_{im}\, \vec{p_i} \quad (3)$$

$$\vec{\dot{E}}_{rm} = \dot{E}_{rm}\, \vec{p_r} \quad (4)$$

$\vec{\dot{E}}_{Am}$ х-ся собственной поляризацией приемной антенны, тогда:

- $\vec{p_A}$ - нормир. вектор собственной поляризации приемной антенны (* - т.к. поляризац. опр-ся в режиме передачи).

$$\vec{\dot{E}}_{Am} = \dot{E}_{Am}\, \vec{p_A^*} \quad (5)$$

$\vec{\dot{E}}_{A\perp m}$ - х-зует ортогональную составляющую приемной антенны.

- $\vec{p_{A\perp}^*} \Rightarrow \vec{\dot{E}}_{A\perp m} = \dot{E}_{A\perp m}\, \vec{p_{A\perp}^*}$ (6) - нормир. вектор ортогональной поляризации приемной антенны.

В системах радиосвязи $\vec{\dot{E}}_{A\perp m}$ отсутствует. Приемная антенна воспринимает только $\vec{\dot{E}}_{Am}$. Поэтому ф-ла (1) должна быть скорректирована следующим образом:

$$\sigma = 4\pi R^2 \frac{E_{Am}^2}{E_{im}^2} \quad (7) \quad \left(\sigma \sim \frac{\Pi_A}{\Pi_i}\right)$$

Понятие взаимного и невзаимного приема.

Взаимный прием, если $\vec{P}_A^* \parallel \vec{P}_i$ (8)

Невзаимный прием, если $\vec{P}_A^* \perp \vec{P}_i$ (9)

Алгоритм (8) реализуется обычно в виде одноканального приемника.

Для реализации алгоритма (9) используется два ортогональных канала.

Т.о. в радиолокации наряду с разнесением приемника и передатчика в пр-ве возможно разнесение приемника и передатчика по поляризациям (даже для активной системы, у которой приемник и передатчик совмещены).

Поляризационные соотношения при радиоприеме.

Приемная антенна может быть заменена эквивалентным генератором:

$$\dot{e}_{экв} = j\lambda\sqrt{\frac{G_{прА} Z_A}{\pi}}\left(\vec{\dot{E}}_m, \vec{\dot{F}}^*(\theta,\varphi)\right) \quad (10).$$

$$G_{прА} = \eta_{прА} D_{прА} \quad (11)$$

Используя св-ва скалярного пр-ния:

$$\vec{\dot{E}}_m = \frac{\vec{E}_m}{\sqrt{2Z_0}} = \dot{E}_m \vec{\dot{P}}_E \quad (12)$$

$\vec{P}_E$ - нормированный вектор приним. волны.

$\vec{\dot{F}}(\theta,\varphi) = \dot{F}(\theta,\varphi)\,\vec{\dot{P}}_A$ (13) - комплексная векторная ДН антенны в режиме передачи

Тогда перепишем ф-лу (10):

$$\dot{e}_{экв} = j\lambda\sqrt{\frac{G_{прА}\dot{Z}_A}{\pi}}\,\dot{E}_m \cdot \dot{F}_{прм}(\theta,\varphi)\left(\vec{\dot{P}}_E, \vec{\dot{P}}_A^*\right) \quad (14)$$

$\dot{F}_p = (\dot{\vec{p}}_E, \dot{\vec{p}}_A^*)$ (15) - к-т поляризации.

Понятия „полного приёма" и „отсутствие приёма".

В евклидовом пр-ве вводится понятие неравенства Коши-Буняковского:

$$|(\vec{x},\vec{y})|^2 \le \underbrace{(\vec{x},\vec{x})}_{|x|^2}\underbrace{(\vec{y},\vec{y})}_{|y|^2} \quad (16)$$

Рав-во ~~достигается~~ достигается только в случае, если вектора $\vec{x}$ и $\vec{y}$ коллинеарны.

Это нерав-во справедливо и в унитарном пр-ве.

Применим ф-лу (16) к к-ту поляризации:

$|\dot{F}_p|^2 = F_p^2 = |(\dot{\vec{p}}_E, \dot{\vec{p}}_A)|^2$ и найдем условия при которых это выражение максимально.

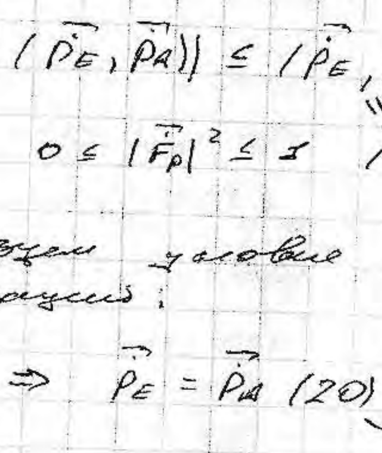
$$|(\dot{\vec{p}}_E, \dot{\vec{p}}_A)| \le \underbrace{(\dot{\vec{p}}_E, \dot{\vec{p}}_E)}_{1}\cdot\underbrace{(\dot{\vec{p}}_A, \dot{\vec{p}}_A)}_{1} = 1 \quad (18)$$

т.е. $0 \le |\dot{\vec{F}}_p|^2 \le 1$ (19)

Используем условие параллельности и ортогональности поляризаций:

$\vec{p}_E \parallel \vec{p}_A \Rightarrow \dot{\vec{p}}_E = \dot{\vec{p}}_A$ (20) $\Rightarrow F_p = 1$

Условие „полного приёма" ($|\dot{e}_{вх}| \to max$).



Поляризац. эллипсы падающ. волны и собств. поляризац. приемной антенны одинаковы.

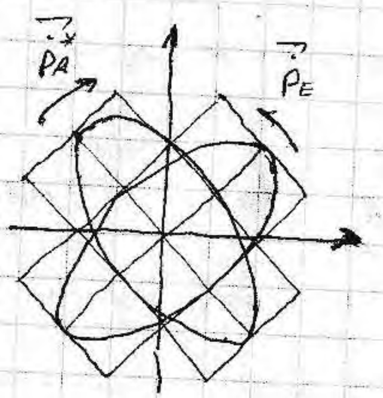
$\vec{p}_E$ в случае радиосвязи совпадает с $\dot{\vec{p}}_t$. В случае радиолокации $\vec{p}_E$ совпадает с $\vec{p}_t$. (Если внешняя среда не вносит эффекта деполяризации).

„Отсутствие приема":

$\dot{e}_{зиВ} = 0$ при $F_p = 0$

т.е. в этом случае: $(\vec{P}_E, \vec{P}_A^*) = 0$, т.е. $\vec{P}_E \perp \vec{P}_A^*$ (21) - условие „отсутствия приема".

Это будет в случае если поляризация волны ортогональна собственной поляризации приемной антенны.



Оба эллипса одинаковой формы, а их оси повернуты на 90°.

Энергетические х-ки РЛ сигналов.

$S(t) = A(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)]$ (1) - квазигармонический узкополосный сигнал.

Комплексная огибающая: $\dot{A}(t) = A(t)\, e^{i\varphi(t)}$ (2)

В ф-ле (1) $A(t)$ и $\varphi(t)$ - медленноменяющиеся ф-ции по сравнению с $\cos \omega_0 t$.

Мгновенная мощность:

$P(t) = S^2(t)$ (3) - мощность на сопр-нии 1 Ом (т.к. под $S(t)$ может быть ток или напряжение).

Докажем аналогично предыдущему семестру следующее соотношение:

$$S^2(t) = \mathrm{Re}\,\frac{|\dot{A}(t)|^2}{2} + \mathrm{Re}\left[\frac{\dot{A}^2(t)}{2}\right] \cos 2\omega_0 t \quad (4)$$

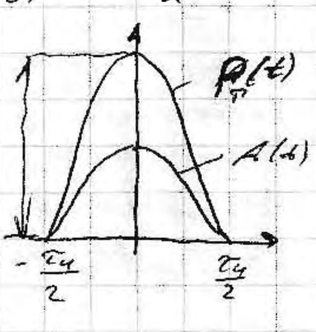
Мощность, усредняемая за период высокой частоты $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$,

$$P(t) = P_T(t) = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} S^2(\tau)\,d\tau \overset{(4)}{=} \frac{A^2(t)}{2}\frac{1}{T}\int_t^{t+T} d\tau + 0 = \frac{A^2(t)}{2}$$

(4): - первое слагаемое практически не меняется за время T;

- второе слагаемое при интегрировании дает ноль.

Т.о. $P_T(t) = \frac{A^2(t)}{2}$ (5)



Пиковая мощность

$$P_u = \max_{-\frac{\tau_u}{2} \le t \le \frac{\tau_u}{2}} \left(P_T(t)\right) \quad (6)$$

Эффективная мощность

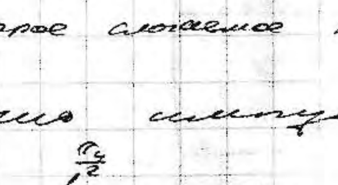
$$P_{эф} = P_{\tau_u}(t) = \frac{1}{\tau_u}\int_{-\frac{\tau_u}{2}}^{\tau_u/2} s^2(t)\,dt \overset{(5)}{=} \frac{1}{\tau_u}\int_{-\frac{\tau_u}{2}}^{\frac{\tau_u}{2}} \frac{A^2(t)}{2}\,dt = \frac{1}{\tau_u}\int_{-\frac{\tau_u}{2}}^{\frac{\tau_u}{2}} P_T(t)\,dt \quad (7)$$

(5): Второе слагаемое примерно равно нулю

Энергия импульса:

$$E_u = \int_{-\frac{\tau_u}{2}}^{\frac{\tau_u}{2}} p(t)\,dt = \int_{-\frac{\tau_u}{2}}^{\frac{\tau_u}{2}} s^2(t)\,dt = \int_{-\tau_u/2}^{\tau_u/2} P(t)\,dt \quad (8)\ (1)$$

$$P(t) = P_T = \frac{A^2(t)}{2} \quad (2)$$



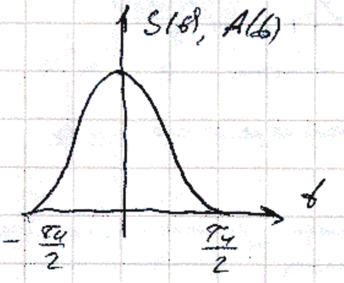
- Прямоуг. видеоимпульс.

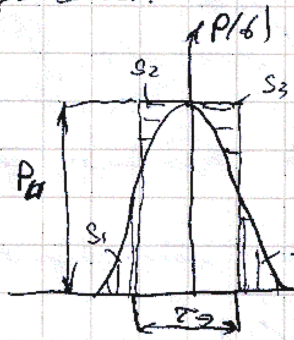
т.е. здесь $p(t) = P_u$ при $-\frac{\tau_u}{2} \le t \le \frac{\tau_u}{2}$.

$$E_u = P_u \tau_u \quad (3)$$

Простота ф-лы (3) приводит к тому, что её используют и в случаях, когда форма имп-са отлична от прямоугольной.

Для этого вводят понятие эквивалентной длительности импульса.





$$p(t) = \frac{A^2(t)}{2}$$

$$S_1 + S_4 = S_2 + S_3 \quad (4)$$

$\tau_э$ – эквивалентная длительность имп-са – длит-ть эквивал. имп-са прямоугольной формы.

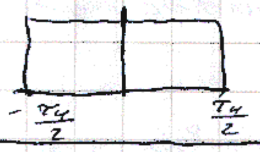
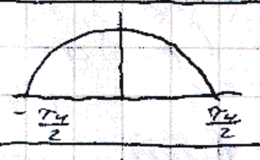
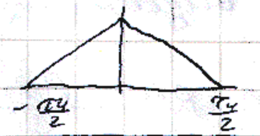
Используют два условия эквивалентности:

- пиковые мощности имп-сов равны;
- оба имп-са имеют одинаковую энергию.

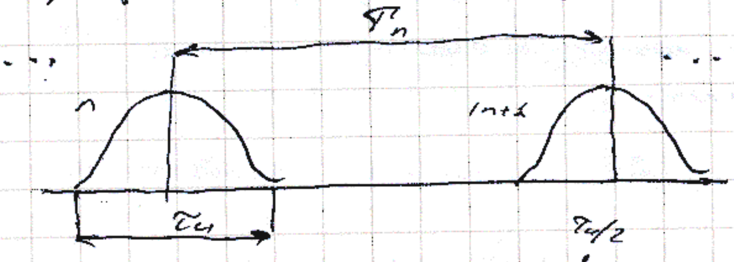
$$E_и = \int_{-\tau_и/2}^{\tau_и/2} P(t)\,dt = P_п \tau_э \quad (5)$$

$$\tau_э = \frac{1}{P_п} \int_{-\tau_и/2}^{\tau_и/2} P(t)\,dt \quad (6)$$

В радиолокации используются имп-сы стандартных форм, т.е. заранее можно вычислить их $\tau_{эи}$ в дальнейшем их использовать.

№	Форма импульса	График импульса	$\tau_э$	$\frac{\tau_э}{\tau_и}$
1	прямоугольный		$1 \cdot \tau_и$	1
2	Косинусоидальн.		$\frac{1}{2} \cdot \tau_и$	$\frac{1}{2}$
3	Треугольный		$\frac{1}{3} \cdot \tau_и$	$\frac{1}{3}$
4	Колоколообразн. (Гауссовский)		$0{,}75 \cdot \tau_{0,5}$	—

Средняя мощность для импульсной последовательности.



$T_п$ - период повторения.

$$P_{ср} = \frac{E_и}{T_п} = \frac{1}{T_п}\int_{-\frac{\tau_и}{2}}^{\tau_и/2} P(t)\,dt \quad (7)$$

Соотношение между средней и пиковой мощностями импульсной последовательности.

$$P_{ср} = \frac{E_и}{T_п} = \frac{P_п \tau_э}{T_п} = \frac{P_п}{\frac{T_п}{\tau_и}} \frac{\tau_э}{\tau_и} \quad (8)$$

Скважность импульсной последовательности:

$$Q = \frac{T_п}{\tau_и} \quad (9)$$

Тогда:

$$P_{ср} = \frac{P_п}{Q}\left(\frac{\tau_э}{\tau_и}\right)$$

Для импульса прямоугольной формы $\tau_э = \tau_и$:

$$P_{ср} = \frac{P_п}{Q} \quad (11)$$

Пример для локационных систем.

$\tau_и = 1$ мкс $= 10^{-6}$ с.

$F_п = 1$ кГц $\Rightarrow T_п = 10^{-3}$ с

Тогда $Q = 10^3$.

т.е. средняя мощность в тысячи раз меньше пиковой мощности.

В инженерной практике наибольшее применение находят пиковая мощность и средняя мощность.

$P_{ср}$ х-зует мощность, потребляемую системой от источника питания, т.е. массу и габариты источника питания.

$P_п$ ~~хх~~ используется в ур-нии дальности действия для импульсных систем.

Выше приведенные понятия мощности приведены для импульсных систем.
Для непрерывных систем применяют:
- понятие средней мощности:

$$P_{ср} = P_T \quad (12)$$
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Уравнения дальности действия.

Основные формулы, используемые при выводе уравнения дальности.

$$\vec{E}_m(\vec{R}) = \sqrt{\frac{P_{вх}\, G}{4\pi}}\, e^{j\varphi_A}\, \vec{F}(\Theta,\varphi)\, \frac{e^{-j\beta R}}{R} \quad (0) \qquad \vec{R} = (R, \Theta, \varphi).$$

$P_{вх} \to P_{прд}$ - мощность во вх. сечении линии передачи.

$$\vec{E}_m(\vec{R}) = \sqrt{\frac{P_{прд}\, G_{прд}}{4\pi}}\, e^{j\varphi_A}\, \vec{F}_{прд}(\Theta,\varphi)\, \frac{e^{-j\beta R}}{R} \quad (1)$$

$$\vec{E}_m(\vec{R}) = \frac{\vec{E}_m(\vec{R})}{\sqrt{2Z_0}} \Rightarrow \Pi_{ср} = |\vec{E}_m|^2 = \frac{E_m^2}{2Z_0}$$ - плотность потока мощности в ДЗ.

$\Pi_{ср} = \Pi_i$

$$G_{прд} = \eta_{прд} D_{прд}$$

$$P_\Sigma = \eta_{прд} P_{прд}$$

$$\Pi_{ср} = \Pi_i = \frac{P_{прд}\, \eta_{прд}\, D_{прд}}{4\pi R^2} F^2_{прд}(\Theta,\varphi) \quad (2)$$

Ф-лу (2) можно получить непосредственно путем следующих рассуждений.

P_Σ - излучаемая передатчиком мощность.
тогда $\frac{P_\Sigma}{4\pi R^2}$ - плотность потока мощности ненаправленной системы на расст. R.
Для учета напр. св-в реальной антенны следует:
$\frac{P_\Sigma}{4\pi R^2}\cdot D_{прд}$ - плотность потока мощности в напр. max излуч. из излучения.
Для учета конкретного напр-я:
$\frac{P_\Sigma}{4\pi R^2} D_{прд} F^2_{прд}(\Theta,\varphi)$ - пл. пот. мощ-ти реальной антенны.

т.к. $P_\Sigma = \eta_{прд} P_{прд}$

то следовательно $П_{ср} = П_i = \frac{P_{прд}\,\eta_{прд}\,D_{прд}}{4\pi R^2} F^2_{прд}(\Theta,\varphi)$ (2).

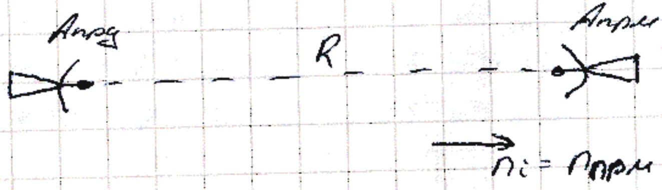
Активная мощность, выделяемая в нагрузке приемника.

$P_{прм} = П_{прм}\cdot A_{прм}$ } максимальная мощность, выделяемая в приемнике.

$$P_{прм} = П_{прм}\cdot A_{прм}\cdot \eta_{прм}\, F_{сог}\cdot F_p^2\, F^2_{прм}(\Theta,\varphi) \quad (3)$$

$$F_{сог} = 1-\rho_н^2$$

Уравнение системы радиосвязи в свободном пространстве.



В случае активной помехи в т-ке $A_{прд}$ находится САП, а в т-ке $A_{прм}$ – подавляемая РЛС.

Этой же схемой можно описать работу активной системы с активным ответом.

$$P_{прм} = П_{прм} A_{прм}\, \eta_{прм}\, F_{сог}\cdot F_p^2 \cdot F^2_{прм}(\Theta,\varphi)$$

Используя ур-е (2), получим:

$$P_{прм} = \frac{P_{прд}\,\eta_{прд}\,D_{прд}}{4\pi R^2} F^2_{прд}(\Theta,\varphi)\cdot \eta_{прм}\cdot F_{сог}\cdot F_p^2\cdot F^2_{прм}(\Theta,\varphi)\cdot A_{прм} =$$

$$= \frac{P_{прд}\,\eta_{прд}\,\eta_{прм}\,D_{прд}\,A_{прм}\,F^2_{прд}(\Theta,\varphi)\,F^2_{прм}(\Theta,\varphi)}{4\pi R^2} F_{сог}\cdot F_p^2 \quad (4)$$

$$A_{прм} = \frac{D_{прм}\,\lambda^2}{4\pi} \quad (5)$$

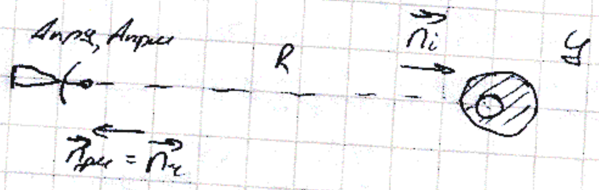
Тогда:

$$P_{прм} = \frac{P_{прд}\,\eta_{прд}\,\eta_{прм}\,D_{прд}\,D_{прм}\,\lambda^2 F^2_{прд}(\Theta,\varphi)\,F^2_{прм}(\Theta,\varphi)}{(4\pi R)^2}\cdot F_{сог}\cdot F_p^2 \quad (6)$$

Из ур-й (4) и (6) следует, что в случае радиосвязи:

$P_{прм} \sim \frac{1}{R^2}$ (R), т.к. в случае дальне распространенной антенны в ДЗ волна имеет сферич. х-р.

Уравнение радиолокации в свободном пространстве



Рассмотрим случай однопозиционной системы.

Из ф-лы (2):

$$П_i = \frac{P_{прд}\, \eta_{прд}\, Д_{прд}}{4\pi R^2} F^2_{прд}(\theta, \varphi) \quad (8)$$

Мощность, перехватываемая целью и рассеянная ею будет вычисляться как: $П_i \cdot \sigma = P_ц$

Тогда: $$П_{прм} = \frac{П_i\, \sigma}{4\pi R^2} \quad (9)$$

Далее по ф-ле (3):

$$P_{прм} = П_{прм}\, A_{прм}\, \eta_{прм}\, F_{ост}\, F_p^2\, F^2_{прм}(\theta, \varphi)$$

С учетом ф-л (8) и (9) получим:

$$P_{прм} = \frac{P_{прд}\, \eta_{прм}\, \eta_{прд}\, Д_{прд}\, A_{прм}\, \sigma}{(4\pi R^2)^2}$$

Листок