$u_x(t) = u_x + \dot u_x t$
$u_y(t) = u_y + \dot u_y t$

$R = R(0)$, $\dot R = \dot R(0)$. — в начальн. мом-т интервала обр-ки.

Аналогично:

$u_x = u_x(0)$, $\dot u_x = \dot u_x(0)$
$u_y = u_y(0)$, $\dot u_y = \dot u_y(0)$.

Тогда ф-ла 15) принимает следующ. вид:

$$\cancel{\dot B(t)\, \dot A_E(t - \tau_\rho) \exp[\omega_0 (t - \frac{R_\rho}{c})]}$$

$$\underbrace{\dot B(t)\, \dot A_E(t-\tau_\rho)\, e^{-j\omega_0 \frac{R_\rho}{c}}}_{\text{комплексн. огибающ.}}\ \underbrace{e^{j\omega_0 t}}_{\text{осциллирующ. множитель}}$$

КО: $\dot B(t)\, \dot A_E(t-\tau_\rho)\, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[\dot R t + (u_x+\dot u_x t)x + (u_y+\dot u_y t)y]} =$
$= \dot B(t)\, \dot A_E(t-\tau_\rho)\, e^{j2\pi[F_g t + (u_x+\dot u_x t)\nu_x + (u_y + \dot u_y t)\nu_x]}$ =

$$F_g = -\frac{\dot R}{\lambda} \qquad (8)$$

$\nu_x = \frac{x}{\lambda}$; $\nu_y = \frac{y}{\lambda}$
угловые пространств. частоты или нормиров. по λ координата

Т.о. компл. огиб. сигн. в мом-т времени t и т. ρ апертуры имеет вид (8).

Т.к. $\dot B(t)$ — СП $\Rightarrow e^{-j\omega_0 R}$ можно не учитывать

Учитыв-ся только информ. пар-ры

Ф-ла (8) пок-т, что полезн. сигнал содержит инф-ию о полном шестимерн. информативн. векторе:

$\bar{\alpha} = (\tau_p, F_g; u_x, u_y, \dot{u}_x, \dot{u}_y)$

– их можно измерить.

При временной обр-ке можно измерить только 2 первых пар-ра.

Замечание. Учитыв-ся только скалярн. случай поляризации - главн. поляриз. в составл. обр-ся сигнал, поэтому в центр т. апертуры.

$$\dot{B}(t)\,\dot{A}(t-\tau_p)\,e^{j2\pi[F_g t + (u_x + \dot{u}_x t)V_x + (u_y + \dot{u}_y t)V_y]}$$

комплекс. огибающ. сигнала 1 элем. на вх. приём. ант. точечной

Тогда сигнал на вых апертуры - ант., с учётом АФР, имеет вид:

$$S_E(t, \bar{\beta}, \bar{\alpha}) = \dot{J}(V_x, V_y)\,\dot{B}(t)\,\dot{A}_E(t-\tau_p)\cdot e^{j2\pi[F_g t + (u_x + \dot{u}_x t)V_x + (u_y + \dot{u}_y t)V_y]} \quad (2)$$

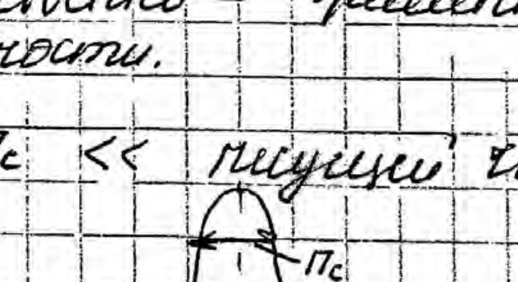
$\dot{J}(V_x, V_y)$ – АФР $\left(V_x = \frac{x}{\lambda},\ V_y = \frac{y}{\lambda}\right)$

Условие пространственно-временной узкополосности.

Усл-ие узкополосн-ти:

Если спектр сигнала Π_c << несущей част f_0

$$\frac{f_0}{\Pi_c} \gg 1 \quad (3)$$



Усл-ие пространств - временн. уз.

$$\frac{L}{c} \ll \tau_u \quad (4)$$

L – характерный размер апертуры

$\frac{L}{c}$ - время прохождения апертуры было бы намного меньше времени корреляции

$\tau_и$ - длит-ть импульса в случае простых импульсов

Для простых сигналов: $\tau_и \cong \frac{1}{П_c}$

$$\underbrace{\left\{ \frac{L}{c} \ll \frac{1}{П_c} \right\}}\quad (4')$$

Умножим обе части (4') на f_0, получим:

$$\frac{L f_0}{c} \ll \frac{f_0}{П_c} \qquad \left| \frac{c}{f_0} = \lambda \right|$$

$$\underbrace{\left\{ 1 \ll \frac{L}{\lambda} \ll \frac{f_0}{П_c} \right\}}_{\text{равносильн-ть } (4)} \quad (5)$$

Пример: $L = 0{,}3$ м ; $\tau_и = 50 \cdot 10^{-9}$ с

$$\frac{0{,}3}{3 \cdot 10^8} = 0{,}1 \cdot 10^{-8} = 1 нс$$

1 нс $\ll$ 50 нс.

З бортовых сист ф-ла (4) или (5) $\Rightarrow$ можно пренебречь различием во временах запаздывания и считать $\tau_\rho \cong \tau$

$(\cdot)\ \bar{\rho} \in \Omega$

Тогда ф-ла (2) принимает вид ф-лы (6)

$$\dot{S}_E(t,\bar{\beta},\bar{\alpha}) = \bar{J}(V_x,V_y)\dot{B}(t)\,\dot{A}_E(t-\tau)\,e^{j2\pi[F_g t \ldots\ldots]} \quad (6$$

вектор $\to$ $\bar{\alpha} = (\tau, F_g, u_x, u_y, \dot{u}_x, u_y)$. (7)
информатив пар-ов

Ф-ла (6) описывает сигнал, сформируемый целью. Сигнал принимаемый ант. имеет вид

$$\dot{Y}_E(t,\bar{\rho}) = \dot{S}_E(t,\bar{\rho},\bar{\alpha}) + \dot{N}_E(t,\bar{\rho}) \quad (8)$$

комплекс. огиб. напряж электр поля при сигн – случ. процесс, вкл.: полезный сигнал от цели (случайный или детерминированный)

$\dot{N}_E(t,\bar{\rho})$ – комплекс огиб напр электр поля для помехового сигнала – СП

Помеховый сигнал содержит как внешние помехи, так и внутренние шумы прм.
Обл-ть применения этой теории для ФАР для которых хар-не большой уровень внутренних шумов.

При этом внешними шумами можно пренебречь, поэтому в дальнейшем учит-ся только внутренний шум, а помеховой сигнал будет – простр.-врем. СП (поле) с равномерной спектральн пл-тью мощности, как в обл-ти пространств, так и временных частот, т.е. помеха – пространств-временной БШ. Замечание

$$\dot{Y}_E(t,\bar{\rho}) = \dot{S}_E(t,\bar{\rho},\bar{\alpha}) + \dot{N}_E(t,\bar{\rho}) \quad (8)$$

Ранее рассм:
принятая реализация $y(t) = s(t) + n(t)$ (9)
Расм при в виде СФ временной БШ

$$y(t) \longrightarrow \boxed{СФ}_{\,h_c(t)} \longrightarrow z \qquad z = \int_0^t y(x)\, h_c(t-x)\, dx \quad (10)$$

ИХ, которого: $h_c(t)$

$$h_c(t) = kS(t_0 - t) \quad (11)$$

Фильтр согласован, т.к.:
ИХ согласов с прин сигналом + фильтр оптимален по критерию max ОСШ на вых фильтра.

Теория оптимальной обр-ки распростр-ся на случай пространств-временных сигналов: как следует из (8) аналогично (9), только в (8) вместо временных знач-й фигурируют комплексн огибающ и простр-временн сигналы, а в (9) только временные и временн зн-ия сигналов. Но эта аналогия — в решении 1-ой и той же модели ⇒ схема принятий решений одинакова, но необходим дополн аппарат:

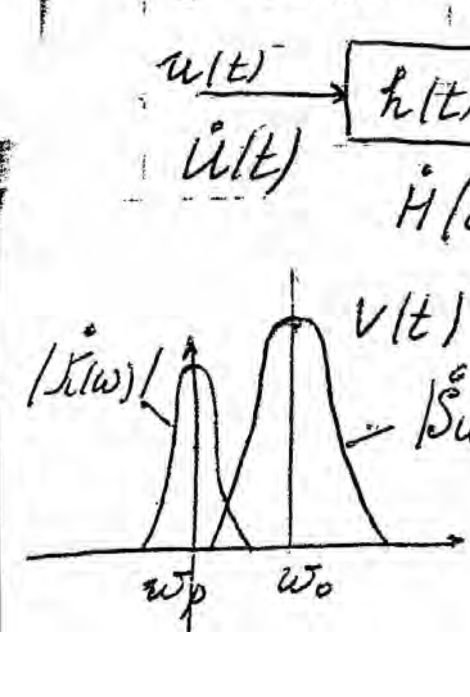
Рассм: Как наши комп. огиб. знач ИХ

$$u(t) = U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_u(t)]$$

$$\underset{\dot U(t)}{u(t)} \longrightarrow \underset{\dot H(t)}{\boxed{h(t)}} \longrightarrow \underset{\dot V(t)}{v(t)}$$

$$h(t) = H(t) \cos[\omega_p t \pm \varphi_h(t)]$$

$$v(t) = V(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_v(t)]$$



$\dot K(\omega)$ — АЧХ ИХ $h(t)$

$\dot S_u(\omega)$ — модуль спектра вх сигн.

На вх узкополосн фильтра поступает узкополосн сигнал : фильтр , АЧХ и т.д. удобн усл-ия узкополосности.

Аналитич сигнал:
распишем комплекс огибающие

$$\begin{cases} \dot{u}(t) = \overset{\circ}{U}(t)\, e^{j\omega_0 t} \\ \overset{\circ}{h}(t) = \overset{\circ}{H}(t)\, e^{j\omega_p t} \\ \dot{v}(t) = \overset{\circ}{V}(t)\, e^{j\omega_0 t} \end{cases}$$

и док-ть:

$$\overset{\circ}{V}(t) \cong \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \overset{\circ}{U}(x)\, \overset{\circ}{H}(t-x)\, e^{-j\Delta\omega(t-x)}\, dx \quad (12)$$

$$\Delta\omega = \omega_0 - \omega_p \quad (13)$$

резонанс частота узкополосн фильтра, соотв макс модуля АЧХ

Выр-ие для комплексной огибающей (КО) оптимального фильтра

СПИ: $h_c(t) = k\,u(t_0 - t)$ (14)

$$\overset{\circ}{H}_c(t) = \overset{\circ}{k}\, \overset{\circ}{U}^*(t_0 - t)\, e^{-j\omega_0 t_0} \quad (15)$$

прав. составл => получим (15')

Док-ие (15) при условии, что $\omega_p = \omega_0$, т.е. ($\Delta\omega = 0$) расстройки.

Ф-ла (12) упрощ-ся:

$$\overset{\circ}{V}(t) \cong \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \overset{\circ}{U}(x)\, \overset{\circ}{H}(t-x)\, dx \quad (12')$$

$$\overset{\circ}{H}_c(t) = \overset{\circ}{k}\, \overset{\circ}{U}^*(t_0 - t) \quad (15')$$

Сигнал на вых простр-времен. оптим при отсюда Оптимальн обр-ка врем. сигналов сможет применяться к простр -

$$\dot V(t) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \dot U(x)\, \dot H(t-x)\, e^{j\Delta\omega(t-x)}\, dx \quad (12)$$ – выходн.

$\Delta\omega = \omega_0 - \omega_p$ (13) – расстройка ч-ты.

ω_p – резонансная ч-та узкополосного фильтра.
ω_0 – несущая ч-та

Найдем комплексную огибающую оптимального фильтра.

$$h_c(t) = k\, u(t_0 - t) \quad (14)$$

$$\dot H_c(t) = k\, \dot U^*(t_0 - t)\, e^{-j\omega_0 t_0} \quad (15)$$

Нужно док-ть ф-лу (15) при условии $\omega_p = \omega_0$, т.е. $\Delta\omega = 0$

Тогда ф-ла (13) принимает вид: $\dot V(t) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \dot U(x)\, \dot H(t-x)\, dx$ (13').

т.к. k – произв. пост., то $e^{-j\omega_0 t_0}$ можно внести в константу, то:

$$\dot H_c(t) = k\, \dot U^*(t_0 - t) \quad (15')$$

Сигнал на выходе пространственно-временного оптимального приемника.
Оптимальная обраб. может быть записана в простр. времен. сигналах следующим образом:

$$\dot z(\vec\alpha, \vec\alpha_0) = \frac{k}{2}\iiint \dot y_E(t, \vec\rho)\, \dot S_E^*(t, \vec\rho, \vec\alpha_0)\, dx\, dy\, dt \quad (16) \qquad \vec\rho = (x, y, 0).$$

Интеграл по временной переменной переходит в трехмерный интеграл по 3-м переменным.
Здесь применена ф-ла для вых. сигнала оптимального фильтра.
Второй сомножитель к-згт имп-ную х-ку простр.-временного фильтра, которая должна быть комплексно-сопряженной.
$\vec\alpha_0$ – опорные (ожидаемые) параметры.

$$\vec\alpha_0 = (\tau^0, F_g^0, u_x^0, u_y^0, \dot u_x^0, \dot u_y^0)$$

$\vec\alpha$ – истинные параметры.

Замечание.

Т.о., оптимальная простр-времен обработка предполагает не только согласование по форме с полезным сигналом, но и настройку на опорное значение информативных параметров, т.е. параметров, подлежащих измерению. Поэтому пространств оптимальный фильтр имеет многоканальную структуру, т.к. значения измеряемых параметров не известны.

Изучаем функции

Тогда:

$$\dot{z}(\vec{\alpha}, \vec{\alpha}_0) = \dot{z}_s(\vec{\alpha}, \vec{\alpha}_0) + \dot{z}_n(\vec{\alpha}_0) \quad (18)$$

где $\dot{z}_s(\vec{\alpha}, \vec{\alpha}_0) = \frac{k}{2} \iiint \dot{S}_E(t, \vec{\xi}, \vec{\alpha}) \dot{S}_E^*(t, \vec{\xi}, \vec{\alpha}_0)\, dx\, dy\, dt$ (19) –

сигнальная составляющая.

$$\dot{z}_n(\vec{\alpha}, \vec{\alpha}_0) = \frac{k}{2} \iiint \dot{N}_E(t, \vec{\xi}) \dot{S}_E^*(t, \vec{\xi}, \vec{\alpha}_0)\, dx\, dy\, dt \quad (20)$$ –

шумовая составляющая

Сигнальная составляющая в развернутом виде:

$$\dot{z}_s(\vec{\alpha}, \vec{\alpha}_0) = \frac{k}{2} \iiint \dot{J}(V_x, V_y) B(t) \dot{A}_E(t-\tau) e^{j2\pi[f_g t + (u_x + \dot{u}_x t) V_x + (u_y + \dot{u}_y t) V_y]} \cdot$$

$$\cdot \dot{J}^*(V_x, V_y) \dot{A}_E^*(t-\tau^0) e^{-j2\pi[f_g^0 t + (u_x^0 + \dot{u}_x^0 t) V_x + (u_y^0 + \dot{u}_y^0 t) V_y]}\, dV_x\, dV_y\, dt \quad (21)$$

Дальнейшее рассуждение проводим для случая $B(t) = const$, и её выносим в к-т k. Этого достаточно для учета св-в самих зондир. сигналов и построения оптимальных простр.-времен. фильтров.

Положим, что сигнальная составл. коррелят. зависит не от абсолютных α и α_0, а только от их разности:

$$\dot{z}_0(\vec{\alpha}, \vec{\alpha}_0) = \dot{z}_s(\Delta\vec{\alpha}) \quad (22)$$

$$\Delta\vec{\alpha} = \vec{\alpha} - \vec{\alpha}_0 \quad (23).$$

Перепишем ф-лу (23): $= \dot{A}(t)$ $= \dot{A}^*(t-\Delta\tau)$.

$$\dot{z}_s(\vec{\alpha},\vec{\alpha}_0) = \frac{k}{2}\iiint |\dot{g}(V_x,V_y)|\,\dot{A}(t-\tau)\,\dot{A}^*(t-\tau_0)\cdot$$

$$\cdot e^{j2\pi[\Delta F_g t + (\Delta u_x + \Delta\dot{u}_x t)V_x + (\Delta u_y + \Delta\dot{u}_y t)V_y]}\,dV_x\,dV_y\,dt \quad (24),$$

где $\Delta\tau = \tau_0^0 - \tau$

$\Delta u_{x,y} = u_{x,y} - u^0_{x,y}$

$\Delta\dot{u}_{x,y} = \dot{u}_{x,y} - \dot{u}^0_{x,y}$

$\Delta F_g = F_g - F_g^0$;

$\Delta\vec{\alpha} = (\Delta\tau, \Delta F_g, \Delta u_x, \Delta u_y, \Delta\dot{u}_x, \Delta\dot{u}_y)$

Поэтому корреляц интеграл — ф-ция рассогласования.

Наличие: $\Delta\dot{u}_x t$ и $\Delta\dot{u}_y t$ в общем случае необходимо проводить совместную простр. и временную обработку.

Но в случае, если: $\Delta\dot{R}\cdot T < \frac{\lambda}{8}$ (25)

T — время обработки;

$\Delta\dot{R}$ — приращение скорости за время обработки

Тогда: $\dot{u}_x = \dot{u}_y = 0$ и ф-ла (24) упрощается:

$$\dot{z}_s(\vec{\alpha},\vec{\alpha}_0) = \frac{k}{2}\iiint |\dot{g}(V_x,V_y)|\,\dot{A}(t)\,\dot{A}_0^*(t-\Delta\tau)\cdot$$

$$\cdot e^{j2\pi[\Delta F_g t + (\Delta u_x V_x + \Delta u_y V_y)]}\,dV_x\,dV_y\,dt \quad (26).$$

В этом случае возможно разделение переменных:

$$z_s(\Delta\tau, \Delta F_g, \Delta u_x, \Delta u_y) = \dot{z}_B(\Delta\tau, \Delta F_g)\cdot\dot{z}_n(\Delta u_x, \Delta u_y), \quad (27)$$

где $\dot{z}_0(\Delta\tau, \Delta F_g) = \frac{1}{2}\int \dot{A}(t)\,\dot{A}^*(t-\Delta\tau)\,e^{j2\pi\Delta F_g t}\,dt$ — временная составл.

$$\dot{z}_n(\Delta u_x, \Delta u_y) = k\iint |\dot{g}(V_x,V_y)|^2\,e^{j2\pi(\Delta u_x\cdot V_x + \Delta u_y\cdot V_y)}\,dV_x\,dV_y \quad (28)$$ — пространств. составл.