

Понятие параметрической чувствительности

Параметрическая х-ка (ПХ):

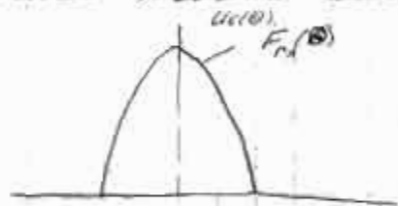
$$P(\theta) = \frac{U(\theta)}{U_{\max}}$$

т.к. $|F(\theta)| \leq 1$, $E_{\max} = 1 \Rightarrow U_{\max} = k E_{\max}$

формула:

$$P(\theta) = F(\theta)$$

Параметрическая чувствительность:



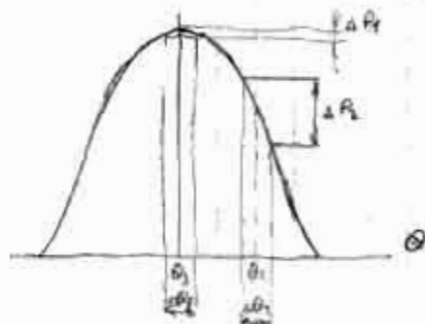
Параметрическая чувствительность - это мера того, насколько быстро меняется выходная мощность при изменении параметров системы.

абсолютная

Параметрическая чувствительность системы определяется по отношению к параметрам системы.

Параметрическая чувствительность системы определяется по отношению к параметрам системы:

$$S_{\theta} = \frac{dP(\theta)}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} \quad (3)$$



$$\Delta P_2 > \Delta P_1 \Rightarrow$$

При $\Delta \theta \rightarrow 0$ $d\theta = \Delta \theta$, тогда:

$$S_{\text{нх}} = \frac{\Delta P}{\Delta \theta} \quad (14)$$

$$\Delta P = S_{\text{нх}} \Delta \theta \quad (15)$$

Т.е. при увеличении крутизны повышается чувствительность в т.ч. к θ_2 чувствительности боллее, чем в т.ч. к θ_1 . При увеличении крутизны мы будем получать работнее на смостях Δx .

Сравним точность позиционирования при работе на разных крутизнах Δx .



Точность x -ся характеризуется абсолютной (абсолютной) величиной x истинному

$$\Delta \theta = \theta^* - \theta - \text{абсолютная погрешность измерения}$$

Рассмотрим θ -ю (14). В ней ΔP при малых углах, которые способны захватываются угловое устройство.

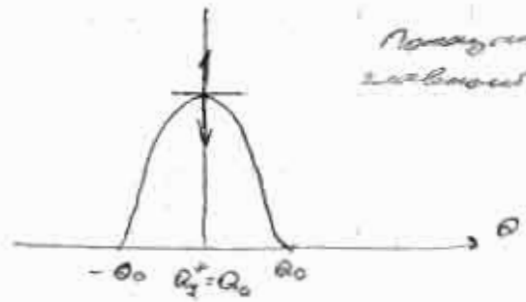
Т.е. чем боллее крутизна Δx тем меньше ΔP , которое может измерить угл. б.о., тем боллее точность ($\Delta \theta = \frac{\Delta P}{S_{\text{нх}}}$).

Т.е. чем боллее чувствительность, тем боллее точность измерения (меньше погрешность измерения)

В т.ч. к жесткости боллее чувствительность измерения, а тем боллее крутизна Δx , тем боллее точность. Поэтому для повышения точности следует использовать не жесткие

Переходим к методу максимума.

Показан график
зависимости

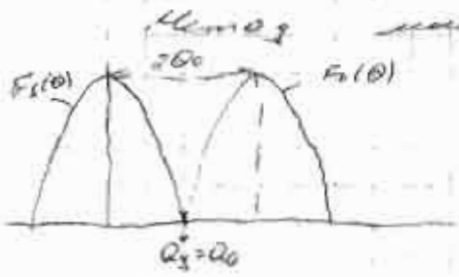


θ_0 - квадратный пробег
зависимости.

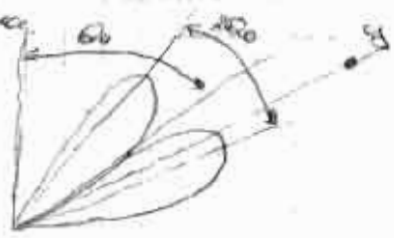
Т.е. при максимуме мы имеем значение максимума, $\theta = 0$ скорость стала нулевой

$$F(\theta_0^* = Q_0) = F_{max} = 1.$$

Т.е. $U_c(\theta) = U_{max}$ - короткое время зависимость
энергетически эффективна.

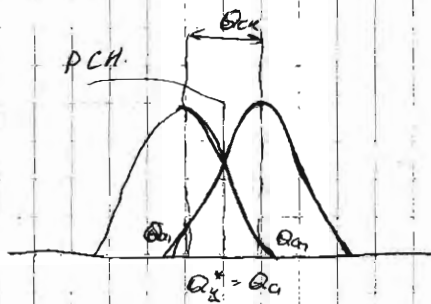


максимума.



Здесь мы видим на графике зависимость и формулы
измерения скорости (формулы куб. степеней скорости).
Кого интересует метод использования энергетически
эффективных для измерения скорости и формулы
использования измерения.

метод сравнения отбывающих
(метод сравнения, амплитудный).



$$\Delta Q_{01} < 200$$

$$|\bar{Q}_{01} - \bar{Q}_{02}| = \Delta Q_{01}$$

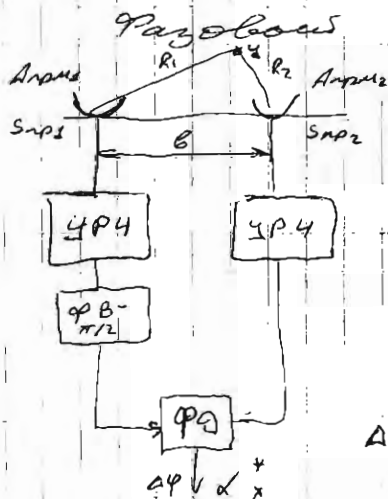
В этом методе объединяются достоинства двух
вышеизложенных методов.

(Намечать рисунок в чашечкой СК).

Здесь достаточно хорошая точность при хорошем
использовании термометрии.

(Таблица в реферате. Водит параллели и поперечника
горы, системы с космическим сканированием);

Структурная схема и принцип действия мини-
пультного пеленгатора с суммарно-раздельной
обработкой, нарисуйте соответственно для раздель-
ного отклонения).



$$\varphi_{p1m1} = \omega_0(b - r_1) + \varphi_0$$

$$\varphi_{p1m2} = \omega_0(b - r_2) + \varphi_0$$

В чем рассе. сигнал пассивной
локации.

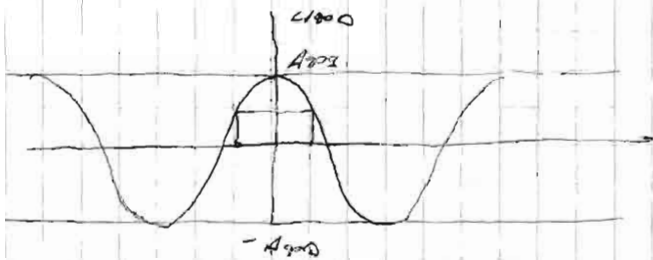
(Что изменится в случае активной
локации?).

$$\Delta\varphi = \varphi_{p1m2} - \varphi_{p1m1} = \omega_0 \Delta r = \left/ \frac{\Delta r = r_1 - r_2}{\Delta r = \frac{\Delta R}{2}} \right/ =$$

$$= \beta b \sin \theta; \quad \sin \theta = \cos \theta_2$$

$$U_{\text{ре}} = A_{\text{ре}} \cos \Delta \varphi (t)$$

Одним из способов как измерить фазовый сдвиг.



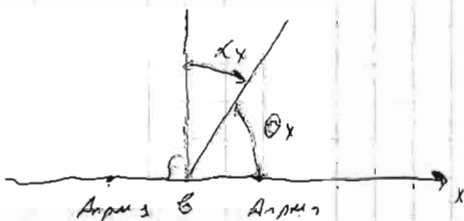
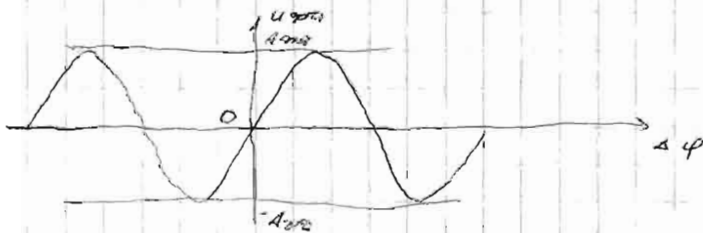
- Коэффициент
X-ки дан в
углах одного
сечения.

Периодичность
двухсторонней X-ки.

При малых амплитудах измерения производятся с
помощью осциллографа, т.е. как находится максимум
даты. X-ки

Для получения дисперсии. X-ки в один из
каналов добавляется генератор на $\pi/2$, т.е.:

$$U_{\text{ре}} = A_{\text{ре}} \sin \Delta \varphi (t)$$



В реальных системах
отсчет углов удобно вести
от нуля «β»:

$$X_x = \frac{\pi}{2} - \theta_x (1)$$

$$0 \leq \theta_x \leq \pi;$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq X_x \leq \frac{\pi}{2}.$$

$$P(dx) = \sin(\beta \sin dx) / \beta - \text{не является рациональной X-ки}$$

$\Delta \varphi = \beta \sin dx$ - разность фаз сигналов, принимаемых
в двух X-ках, разнесенных на β.

Самая х-ка производная и неоднородная.

Потребны, чтобы $|Δφ| ≤ π$, т.е.

$$βB ≤ π ⇒ \frac{β}{λ} ≤ \frac{1}{2} (6)$$

Разовой РП подобно разовой зависимости не обладает разжимающей способностью.

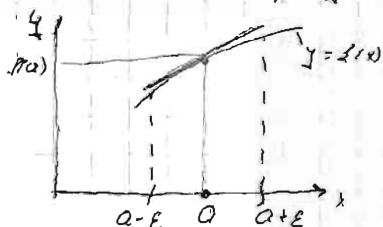
Точность измерения дельта разовой РП.

Легеня. Точность измерения разова.

$$σ_φ = \frac{1}{\sqrt{λ^2}} (7)$$

Δφ и Δx связаны нелинейно, найдем зависимость их от α:

Пусть $y = f(x)$ - зависимость двух СВ, пусть f - детерминир. т-ция.



- воспользуемся методом линеаризации.

т-я - касательная в т-ке $(a, f(a))$:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a) (8)$$

т.е. $y = f(a) + f'(a)(x - a)$

$$z ∈ (a - ε, a + ε) (10)$$

$$E(y) = f(a) + f'(a)(E(z) - a) (11), \text{ тогда}$$

$$σ_y^2 = E\{(y - E(y))^2\} = E\{[f'(a)]^2 (z - E(z))^2\} =$$

$$= [f'(a)]^2 σ_z^2 ⇒ σ_y = |f'(a)| σ_z (12) - связь отко нелинейных СВ.$$

Применяя т-ю (12) к т-ю (6), получим:

$$σ_φ = βB \cos λx σ_x$$

т. е. $\sigma_{\alpha x} = \frac{b\varphi}{\beta b \cos \alpha x} \quad (13)$

Значит само $\sigma_{\alpha x}$ будет максимальная точность:

$$\sigma_{\alpha x} = \frac{f}{\beta b \cos \alpha x \sqrt{g^2}}$$

Следствие из 8-го п. (13)

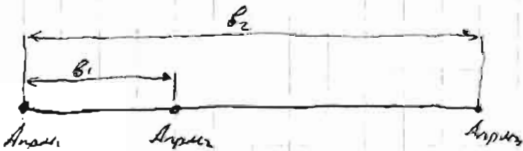
- максимальная точность измерений при $\alpha x = 0$;

$$\min \sigma_{\alpha} = \frac{b\varphi}{\beta b} \quad (14)$$

При $|\alpha x| \rightarrow \frac{\pi}{2}$, $\cos \alpha x \rightarrow 0 \Rightarrow$ мы уходим от нормали к базе поэтому точность измерений увеличивается. т. е. измеренная точка производится только в окрестности нормали.

- Точность измерений увеличивается при увеличении базиса βb , т. е. следует увеличивать отношение (12), что соответствует 8-му п. (6).

Для преодоления данного недостатка используют много базисные системы.



База b_1 выбирается из соотношения (5) при этом измерение становится неочень.

Самые производят измерения на базисной базе с большой точностью в узлах направления чашки перпендикулярно направлению.

Это из практических рекомендаций:

- многократных с разных сторонами:



Каждый раз измерение производится в центр или симметрично к нормали на данном отрезке тангенса.

ГТХ систем БА и ДЛ.

Гомогенные характеристики радиосистем.

- определяют возможность радиосистем и возможность функционального использования такой системы.

Техн. х-ки определяют св-ва радиосистем, входящих в систему (при при антеннах, согласующие линии передачи, при при трактах, оконечная нагрузка).

Существует 3 основных техн. х-ки:

1. Боевая приемчивость (х-ка бер-губоран. цепи (ВНЧ) W)
2. Помехозащищенность.
3. Надежность.

Также существует второстепенные техн. х-ки.

Понятие показателей качества.

- числовая х-ка радиосистемы, которая связана с ее качеством **эксплоатационной** зависимостью. (возрастающей или убывающей).

S_1, S_2 - радиосистемы.

φ - показатель качества.

Пусть система S_1 лучше в системе S_2 : $S_1 \stackrel{\varphi}{\succ} S_2 \Leftrightarrow$
 в смысле показателя φ .

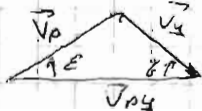
$$\Leftrightarrow \varphi_1 > \varphi_2.$$

Под φ могут понимать W, стоимость и т.д.

Здесь рассмотрим скалярную оптимальную задачу.

W - минимальное допустимое значение ВПЧ для заданного типа цепи

Также добавляются другие условия минимизации (стоимость и т.д.), параметры старостного треугольника.



, гранич. P и угол β по глубине фронта

Получаю защищенность радио системы.

Современные технологии позволяют обеспечить в условиях радио помех работу системы (РЛС), поэтому помехозащиту включает в себя помехозащитивность и скрытность.

Боевая задача заключается в том, чтобы обеспечить приемлемую помехозащитивность перед ней задач при этом должна быть обеспечена оптимальная помехозащитивность, а помехозащитивность x -задач при этом должна быть приемлемой перед ней задач при этом должна быть обеспечена оптимальная помехозащитивность. Приемлемый тип помехозащитивности (приемлемый или скрытность радиолокационная), их x -ни (интенсивность, ширина, тип модуляции).

Задача помехозащитивности - обеспечить приемлемую помехозащитивность (интенсивность, ширина, тип модуляции) радиосистемы, чтобы создать неэффективную помехозащитивность.

Приемлемость и скрытность помехозащитивности; они создаются различными способами (методами) (см. 1/1/1/2).

Скрытность - сложность обнаружения цели, измерений ее параметров и создания эффективной помехозащитивности.

Создание помехозащитивности перед ней задач, чем более известны параметры радиосистемы.

~~Различают помехозащитивность и скрытность радиосистемы.~~

Различают помехозащитивность и скрытность радиосистемы.

Потенци. поле. Угол. Оценивается в условиях дейст-
вия внешних полей естественного происхождения
и обоб. шума. Желания.

Реальная поле. Угол. при действии органи-
зованных полей (активных и пассивных).

Надежность.

- способность радиостанции выполнять свои
ф-ции с показателями не хуже указанных в
таблице заданного промежутка времени.

Это понятие надежности в широком смысле:
в него входит и понятие надежности.

Будем рассм. это понятие в узком смысле:
учет надежности происходит без учета потерь
связи безотказной работы, вер-то безотказной
работы в течение заданного интервала времени.

к числу параметров относят:

- надежность-налоговое ограничение;
- технич. надежность (затраты
на разработку, производство и эксплуатацию
изделия).

Технические характеристики.

1. Дальность действия.

- то максимальная дальность, при которой
система функционирует с показателями не хуже
заданных.

Гид. макс. сфер.

$$R_{max} = \sqrt{\frac{P_{\text{изл}} D_{\text{изл}}}{P_{\text{прн, min}}}} \cdot \frac{5 \text{ км}}{(4\pi)^2}$$

Дальность действия можно рассм. в двух
вариантах: обратном и прямой параметр
рав.

$$P_{\text{прн, min}} = K_p \cdot P_{\text{полн}}$$

K_p - коэффициент

Различают:

$$K_p^{обн.} = Q (6 \times 10^3)$$

$$K_p^{изм.} < K_p^{обн.} > K_p^{изм.}$$

$R_{max}^{изм.} < R_{max}^{обн.}$ - для одной и той же системы.

Задаются: мощность передатчика, параметры антенн, коэффициент КНД, уровень боковых лепестков. (Важно при оценке помехоустойчивости связи).

В ДА дается χ -ко. относительная к числу тактовых импульсов χ -к.

а) $P_{пр}$ - мощность передатчика

S и $R_{изм.}$ м²

б) параметры антенн:

2) $\Delta_{пр}$, $\Delta_{пр}$ (Апр) - КНД

3) $\Delta_{1/2}$, $\Delta_{3/2}$ - ширина главного лепестка.

е) уровень боковых лепестков.

г) - обеспечивается разн. способностью и точностью измерения угловых координат.

е) - зависит на помехоустойчивость

Виды помехового излучения:

- направленного;

- импульсного.

Вид помехового (манипуляционного)

Схема работы помехового излучения

Точность измерения РА координат.

(В ДА относятся к функциям χ -к. м. м.)

В ДА обеспечивается также связь и характер помеховых РА координат.

Точность работы системы.

- x - задан диапазон измерений в абсолютной или относительной значимости измерений координат или итерационных параметров.

Величина стандартного параметра:

$$\sigma = \alpha^* - \alpha \quad (2)$$

α^* - измеренное (фактическое) значение.

α - истинное значение.

В ошибки возникают в соответствии:

- случайная; (не поддаются точному учету);
- систематическая (детерминированная, постоянная) - в различных объектах измерения сохраняется того же знака значение или изменяется детерминированным образом. Она может быть устранена.

Основные источники погрешности геоидной системы:

- 1) Методические - связаны с методом измерения; (измерение параметров одной точкой земной поверхности угловым путем развешиванием приборов);
- 2) Ошибки распространения - в координатной системе но распр-е 2-м. Влияние в атмосфере существует значительное. При этом методология атмосферных измерений и ошибок.
- 3) Инструментальные ошибки - влияние аппаратуры, ошибок измерения, влияние погодных условий. При работе по методике измерения, результаты являются, действительными организационных помех.
- 4) Антропогенные ошибки - связаны с несовершенством инструментария аппаратуры.

Классический подход

Случайные помехи могут представляться СВ, Оценка $x^*(t)$ - всегда случайная величина, т.е. может быть всегда различным на поле действ. осей.

Для оптимального значения d^* существует два подхода:
- классический; - по критерию минимума, но неизвестной истинности;
- байесовский; - случайная величина со свей ПРВ $P(x)$

$\sigma_{d^*}^2 = E\{(d^* - E(d^*))^2\}$ (12) - Оценка с помощью СВ полагается оценить только случайную составляющую

$$\bar{\epsilon}_x^2 = E\{\epsilon_x^2\}, \text{ где } \epsilon_x^2 = x^* - d \quad (\epsilon_x \equiv \epsilon_d^*), \text{ тогда}$$

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_x^2 &= E\{(x^* - d)^2\} = E\{[(x^* - E(d^*)) + (E(d^*) - d)]^2\} = \\ &= E\{(x^* - E(d^*))^2\} + (E(d^*) - d)^2 \cdot E\{d^* - d\} \end{aligned}$$

$$\bar{\epsilon}_x^2 = \sigma_{d^*}^2 + \Delta^2_x \quad (13)$$

$\Delta_x = E(d^*) - d$ - смещение СВ x^* , для x - значит систематическую ошибку.

$$\text{РМБ: } \sqrt{\bar{\epsilon}_x^2} = \sqrt{\sigma_{d^*}^2 + \Delta_x^2} \quad (14)$$

Выбор функций волны разрабатываемой системы.

Их-системы обычно строятся по классической схеме. В качестве исходных z -волн могут использоваться созданные искусственно цели.

При выборе их можно учитывать различные факторы:

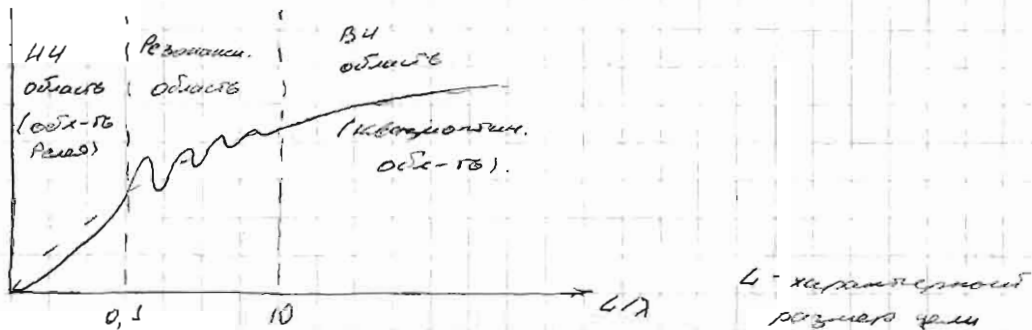
- радиально - числовое ограничение, возможность создания различных целей в данной фазовом,

Сложность конструктивных решений.
 Более подробно изучая раскл. свойства, зависимость
 интенсивности вторичного излучения от длины
 волны.

Эффект отнесен от цели часто интерпретируют
 как вторичное излучение.

Вторичное излучение χ -из величиной ЭПР.

$$\sigma = \sigma(\lambda)$$



В НЧ области $\frac{L}{\lambda} \ll 1$: $\sigma \sim \frac{L^6}{\lambda^6}$, т.е. как λ^{-6} , т.е. как λ^{-6} , т.е. как λ^{-6} , т.е. как λ^{-6} , т.е. как λ^{-6} .

В ВЧ области $\frac{L}{\lambda} \gg 1$: для сферы $\sigma_0 = \pi a^2 \left(\frac{L}{\lambda} \right)^2$ (а - радиус сферы).
 т.е. здесь ЭПР сферы точно совпадает с площадью
 круга большого сечения (поперечного сечения сферы).
 Здесь ЭПР не зависит от λ (для сферы), но это
 справедливо не для всех поверхностей.

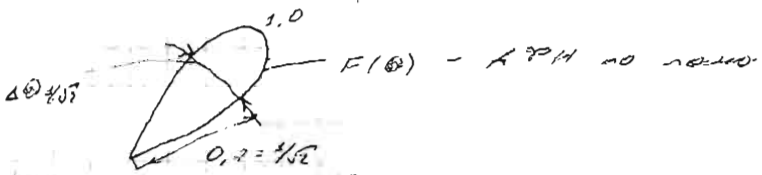
В ВЧ области наблюдается наибольшая отражае-
 лая способность, потому что в ВЧ используют
 диапазоны от метровых длин волн и меньшего
 диапазонов.

В ВЧ обычно используют симметричные и более
 короткие волны, т.е. где проявляется отражае-
 лая способность металлов.

Разрешающая способность и точность измерения
условиях координат.

в симметричной мере перекрестия.
Будем считать, что (θ, φ) или (θ_1, θ_2) .

$$\delta\theta = \min(\theta_1, \theta_2) \quad (2)$$



Иногда из опыта стр-я разрешающей способности
убеждаюсь, что разрешающая способность по углу
симметричной мере равна ширине ЛПН по углу θ, φ .

$$\delta\theta = \Delta\theta \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (10)$$

Из теории антенн: $\Delta\theta \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{L/\lambda}$ (11)

L - размер антенны линейной антенной
системы.

т.е. при фиксированной разрешающей способности
тем больше, тем выше ширина волны λ .

Поскольку в этой статье рассматриваются вопросы
оптического.

Точность измерения в координатах зависит
от ширины главного лепестка антенной системы
и от разрешения главного лепестка в опорной макс.
симметричного излучения. Чем уже лепесток, тем
выше точность измерения. т.е. и с этой
т-ки зрения каждая более узкая диафрагма
является оптимальной диафрагмой.

Для газовых методов перекрестия:

Разрешающая способность равна λ и не зависит
от ширины волны.

Для других методов:

$$\delta\theta \approx \frac{1}{L/\lambda}$$

т.е. при заданной длине волны
тем больше, тем выше точность измерения.

В газовой среде резонанс излучения обусловлен квадратом и квадратом для их производных (т.к. резонанс является как правило рассеивающим).

Разрешающая способность излучения газа.

$$\sigma_T = 70,5 (16), \text{ где } \text{плотность изл. - } \sigma_{0,5} = \sigma_u, \text{ т.е. } \delta\sigma = \sigma_u.$$

В настоящее время более короткими излучениями создаются в оптике квадранты. Т.е. в квант. оптике разрешающая способность в области зрения и по дальности наиболее лучше реализуется в оптике квадранта.

Потенциальная точность измерения дальности.

$$\sigma_r = \frac{l}{\sqrt{2} \Delta \tau} (14)$$

$\Delta \tau$ зависит от ширины спектра $\Delta = \frac{\nu}{\nu_0}$

Из (14) $\Rightarrow \sigma_r \sim \nu_0$, поэтому потенциальная точность измерения при меньшей длине изл. - сд, т.е. более коротковолновой оптической излучении,

$$(\sigma_r = \frac{c}{2} \sigma_r).$$

Разрешающая способность и точность измерения радиальной скорости

$$F_g = \frac{2\nu_k}{\lambda} \Rightarrow \nu_k = \frac{\lambda}{2} F_g, \text{ т.е. } \delta\nu_k = \frac{\lambda}{2} \delta F_g (16)$$

$$\delta\nu_k = \frac{\lambda}{2} \delta F_g (17)$$

Т.е. если предположить что дальность измерения 4-5 км, то для квадрантных излучений, то зависимость такая очевидна и разрешающая способность излучения индивидуальной системы будет от длины волны λ . Поэтому оптимальным квадрантом является инфракрасный.

Таким образом в одной форме, она может быть измерена в различных условиях работы, как в нормальном, так и в аварийном состоянии. Это позволяет определить возможность возникновения аварии.

Важные моменты:

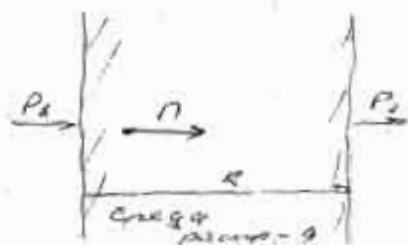
- для возникновения аварии (затухания) 2-х условий нет.

K_0 - коэффициент (уменьшение) затухания

Этот коэффициент два типа:

- коэффициент 2-х-мощ. перед воздушным каналом кабели;

- отношение 2-х-мощ. в том же воздушном канале и твердотельными (аэрозоль);



P_1 - мощность перед мощностью.

P_2 - мощность на выходе кабеля.

$$P_1 < P_2$$

K - в норме в увеличении от норм - в нормальном режиме работы и нормальном, и аварийном.

$$K_0 = \frac{10 \log \frac{P_1}{P_2}}{R} \left[\frac{95}{\text{км}} \right] \quad (18)$$

Получим по формуле затухания:

$$L_0 = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\text{из (18)} : \frac{P_1}{P_2} = 10^{0,05 \cdot K \cdot R} \quad (19)$$

т.е. $L_0 \geq 5$.

Рассчитаем значение затухания за счет влияния атмосферы:

$$K_{\text{ат}} = K_{\text{ат}0} \cdot 10^{-0,05 \cdot K \cdot R_{\text{ат}}}$$

$K_{\text{ат}0}$ - значение затухания в свободном пр-ве.

$$P_{\text{прм}} = P_{\text{пр}} \cdot \text{пр} \cdot \frac{5}{45R^2} \cdot \frac{A_{\text{прм}}}{45R^2} \quad (20)$$

$$\text{т.е.} \quad P_{\text{прм}} = \frac{k}{R^4}$$

γ_p - в (20) - частный случай более общо γ_p - ивд в
 треугольнике КТД $\gamma_{\text{пр}} = \gamma_{\text{пр}} = \gamma$. $F(\theta, \varphi) = F_{\text{прм}}(\theta, \varphi) = I_1$
 к-т согласования $\gamma_1 = 1 - \beta_{\text{пр}}^2$, $\beta_{\text{пр}}^2$ - и-т отнесенный в кату-
 зле. $\beta_{\text{пр}} = 0$ - режим волноводный; множитель под γ_p -
 зации $F_1 = I_1$ (полюсный при антенна согласована
 с порождающей радиацией γ -мат. волн).

$$R^4 = \frac{k}{P_{\text{прм}}} ; \text{ если } P_{\text{прм}} = P_{\text{прм, max}}, \text{ то } R = R_{\text{max}}$$

$$R_{\text{max}}^4 = \frac{k}{P_{\text{прм, min}}} \Rightarrow P_{\text{прм, min}} = \frac{k}{R_{\text{max}}^4} \quad (21) \quad \text{в абсолютном пр-ве.}$$

$$P_2 = \frac{P_1}{L_a}, \text{ т.е. } P_2(R) = P_1(R) / L_a(R) \quad (\text{к-т } L_a \text{ волновод пр.})$$

Принимая во внимание потерю в антенне γ и γ - т.е. L_a (сферическое излучение)
 в антенне L_a : $L_a = 10^{0,2} \text{ кд} \quad (22)$ - в антенне γ - т.е. L_a (сферическое излучение)

$$P_{\text{прм}}(R) = \frac{k}{R^4} \cdot \frac{1}{L_a} = \frac{k}{R^4 \cdot 10^{0,2} \text{ кд}} \quad (24)$$

$$P_{\text{прм, min}} = \frac{k}{R_{\text{max}}^4 \cdot 10^{0,2} \text{ кд}} \quad (25)$$

т.е. реальная кубическая - т.е. величина R_{max} по формулам (22) и (25) получим:

$$\frac{k}{R_{\text{max}}^4 \cdot 10^{0,2} \text{ кд}} = \frac{k}{R_{\text{max}}^4} \Rightarrow$$

$$R_{\text{max}} = R_{\text{max}} \cdot 10^{-0,05 \text{ кд}} \quad (26) \quad \text{Данное } \gamma_p \text{ - в границах антенны } R_{\text{max}}$$

При этом реальная кубическая - т.е. величина R_{max} по формулам (22) и (25) получим:
 приближенно. Оценку R_{max} можно получить в таблице ниже.

В Д1 величина антенны γ - т.е. $\lambda \leq 30 \text{ см}$.
 В Б1 величина антенны γ - т.е. $\lambda \leq 2 \text{ см}$.

Г.е. в СБЛ видение антенны следует учитывать
 только в миллиметровом диапазоне, МК и откликаем
 диапазон.

Поэтому оценки по точности и размер. антенны
 могут быть недооценены, т.к. ОСН резко 2×29
 шире.

Особенности приемлемых сигналов.

1) Сигнал на входе приемника зависит от много-
 масштабного параметра: $S(\beta, \alpha)$. ($\beta = M \alpha$)

2) В настоящее время приемлемый сигнал
 должен рассматриваться как пространственно-
 локализованный: $S(t, \vec{r}, \alpha)$

\vec{r} - описывает место и-ва, где существует
 поле возмущения антенны.

В координат t -ке антенны, задаваемой векто-
 ром \vec{r} , сигнал приемлемый и-ва волны
 имеет зависимость $E(\vec{r})$.

Поэтому желательно измерять все в РА коор-
 динатах.

3) Малая многомасштабность приемлемого сигнала
 по сравнению с излучателем.

$$P_{\text{пр}} = (P_{\text{пр}} P_{\text{пр}}) \frac{b}{4\pi R^2} \frac{A_{\text{пр}}}{4\pi R^2}$$

$$B_{\text{QA}} : R = 300 \text{ км} = 3 \cdot 10^5 \text{ м}, b = 1 \text{ м}^2, A_{\text{пр}} < 1 \text{ м}^2$$

$$P_{\text{пр}} \frac{A_{\text{пр}}}{4\pi R^2}$$

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пр}} \cdot Q_{\text{пр}}} < \frac{1}{(3 \cdot 10^5)^2 \cdot 8 \cdot 10^{20}} \approx \frac{1}{10^{24}}$$

$$10 \text{ Гг} \frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{пр}} \cdot Q_{\text{пр}}} = -240 \text{ Гб.}$$

Г.е. по индексам $Q_{\text{пр}}$ при малых $Q_{\text{пр}}$ совпадают с
 2π -мил и шумов антенны и $Q_{\text{пр}}$ совпадают с шумом антенны.

В БП осуществляется посылка параметров:

$$\Lambda = \frac{P_{\text{прп}}}{P_{\text{прп, min}}}$$

$$10 \text{ Кг } \Lambda = 30 \dots 120 \text{ дБ}$$

4) Случайный х-р реализации принимаемого сигнала.

Принимая случайного х-р:

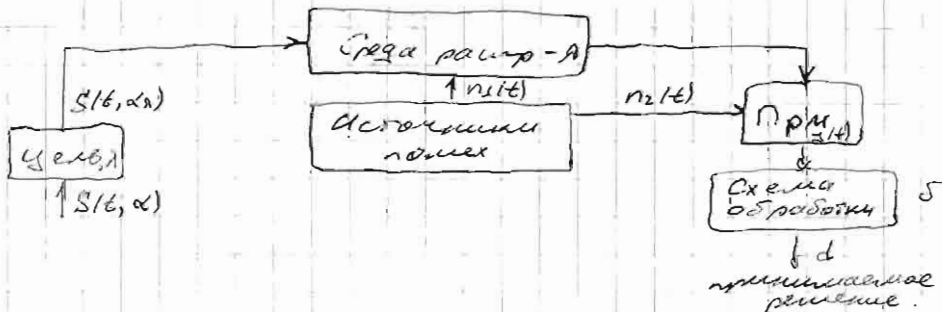
1. Сильная изрезанность ДОР (зависимость ДОР от углов зрения и облучения);
2. Сильная изрезанность в канальных системах.

При учете того, что ракурс цели относительно системы антенн, сигнал, отраженный от цели является случайным, причем сигнал является функцией во времени.

3. Наличие шумов антенны
4. Неоднородности среды распространения
5. Наличие мешающих отлучений от пороговой цели
6. Действие организованных помех (активных и пассивных).

Наличие активных и случайный х-р помехи сигнала приводит к тому, что сигнал отраженный от цели становится сложным с шумом, действующим в приемном тракте

Типовая структурная схема радиоканала излучения и приема



Теория статистических методов.



Y - множество всех возможных реализаций

$$Y = \{y(t)\}$$

Каждая реализация изображается в τ -м δ -канале

Q - множество всех возможных значений:

$$Q = \{d\}$$

Каждое значение d изображ. в τ -м δ -канале.

Анализом сигнала δ устанавливаем соответствие между каждой реализацией y и значением d .

$$d = \delta \{y(t)\} (B)$$

δ - к. $y(t)$ - СВ, но d - СВ.

Рассм. процесс имеет закон дельтафункции

$$y(t) = S(t) + n(t).$$

В системах связи процесс $y(t)$ может быть описан на основе одной единственной реализации сигнала в определенное время $t \in [0, T]$. В СВТ $T = 10^{-4} \cdot 10^2$ с.

δ - параметр дельтафункции

Закон дельтафункции на основании образцов сигнала реализации выбирается значение d так, как и дельтафункция δ в непрерывной точке $x = 0$.

$$\text{т.е. при } \delta = \begin{cases} 0, & \text{если нет (4)} \\ 1, & \text{если есть} \end{cases}$$

т.е. если y нет, то $y(t) = n(t)$, $\delta = 0$ (4)
 ; $y(t) = S(t) + n(t)$, $\delta = 1$ (5)

Тогда $y(t) = \Theta_s(t) + n(t)$.

В этом случае $\Theta = \{d_0, d_1\}$.

$d_0 : \Theta^* = 0$,

$d_1 : \Theta^* = 1$.

Т.к. сигнал ~~не~~ имеет помех случайного характера, то возможны два типа ошибок:

$F = P \{ \Theta^* = 1 | \Theta = 0 \}$ - вероятность ложной тревоги.

$D_0 = P \{ \Theta^* = 0 | \Theta = 1 \}$ - вероятность пропуска.

F, D_0 - рабочие χ -ки обнаружителя.

Задача измерения.

$\Theta = \Lambda = \{ \alpha \}$ - множество всех значений измерительного параметра

Тогда по принятой реализации вычисляется оценочное значение измерительного параметра.

$\hat{\alpha}^* = \delta \{ y(t) \}$.

Для определения кач-ва оценки применяется χ -критерий потерь $C(\hat{\alpha}^*, \alpha)$, которая оценивает ущерб, который причинит ~~вся~~ принимаемая система при принятом решении $\hat{\alpha}^*$, при условии, что истинным является значение α .

Классический χ -критерий потерь ($\delta \alpha$): $C = |\hat{\alpha}^* - \alpha|$.

Пять типов задач, решаемых при радионивелировании.
(без учета задачи СВ1).

1. Обнаружение.
2. Измерение параметров.
3. Фиксация
4. Разрешение цели (силосов).
5. Распознавание цели (силосов). (Классификация).

(1) - присутствует ли цель в исследуемой части
т-ва. (миним. значение ОСИ, максимум
к-т радионивелирования, тем во в-д задачи).

(2) - Решается при наличии элементов ОСИ.

Формирование задачи оптимального обнаружения.

Требуется по условиям реализации т-ва за время
сработки T с минимальными расходами по
сравн. критерию обнаружения выработать
решение о наличии или отсутствии цели в ис-
следуемой части т-ва.

Результатом решения этой задачи является
структура оптимального обнаружения и
значение работы K критерия F и Q .

Постановка задачи оптимального измерения.

По условиям реализации т-ва за время сраб. T
оптимальными способами (с мин. потерями) узнать
решение о значении интересующего параметра.

Оптимальность понимается в смысле миним.
значения оптимальности (как по тем. аспектам
этой сраб-ты или по мин. т-ва потерь).

Результат решения задачи - структура опти-
мального измерителя с потенциальной точностью
измерителя $\sigma_{\text{д}}^*$, $\sigma_{\text{в}}^*$.

В этой задаче $\alpha^* = \text{св.}$

(3) В отклике от задачи измерено

$$\forall t \in \mathcal{A} \quad \alpha = \alpha(t) - \text{с.р.}$$

— и, требуется с миним. потерями оценить какая реализация из заданного набора ра была принята.

(5) Имеется набор n -целей, потерял себя набор $S_1(t), \dots, S_n(t)$ элементарных сигналов.

В каждой реализации возможно появление только одной из целей.

$$y(t) = S_i(t) + n(t) \quad (i = 1, \dots, n)$$

P_i - вер-ть появления i -й цели, причем событие является несовместным событиями, образующие полную группу.

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1$$

— и, как требуется оценить какая именно цель находится в канал y -ва. Т.е. решается задача классификации цели.

(4) Для совокупности систем x -ро одновременно наличие нескольких целей в последовательн. y -ве. Причем цели близко расположены, т.е. их корр. негор. близки.

В этом случае события $S_1(t), \dots, S_n(t)$ не образуют полную группу, поэтому

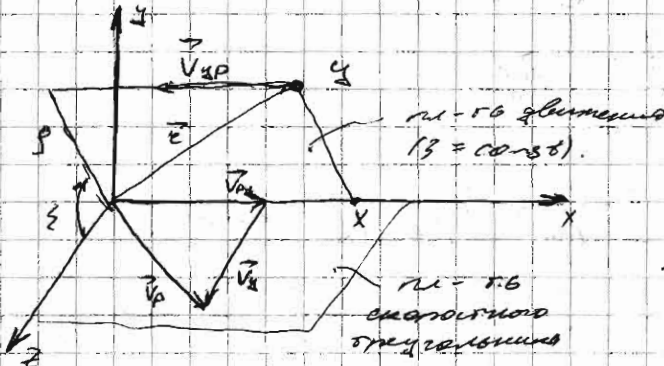
$$\sum_{i=1}^n P_i \neq 1$$

Требуется минимизировать оптимальное различ. y -ва, которое — и, обнаружено число и мест. целей и измерено их параметры.

На основании задач (4), (5) в методах радиоприема (сигнального y -ра, самонаводящая) решается задача селекции цели: из заданного множества цели выделить нужную.

Б

Основные понятия СБЛ.



$\mu = \gamma \delta$ элемент
 $(\beta = \text{const})$
 $\mu = \gamma \delta$
 элемент
 ступенчатый
 структурированный

Цилиндр СВ:

$R = \{x, \rho, z\}$

ρ - радиус

z - высота цилиндра

Тогда Вер-то параметризация цели (ВТУ) одной ракеты:

$w = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} G(x, \rho, z) f(x|\rho, z) \psi(\rho, z) dx d\rho dz (A)$

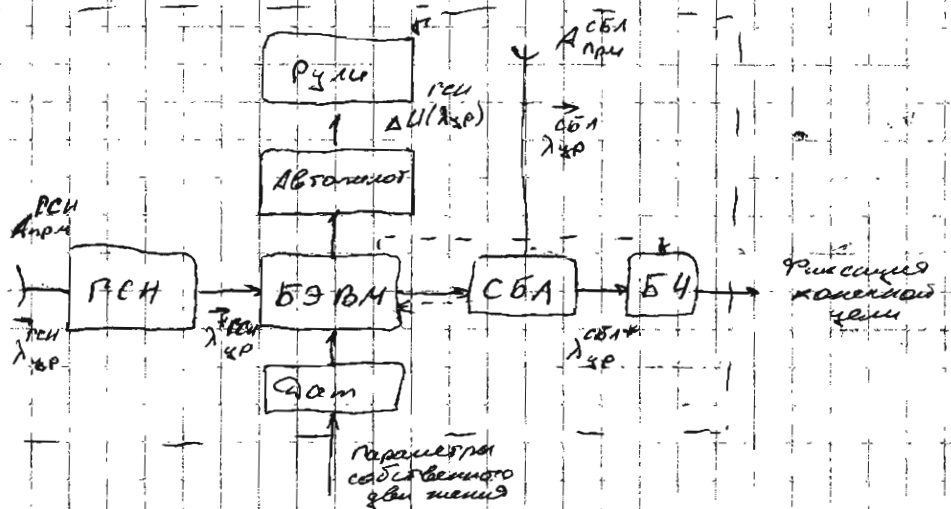
$G(x, \rho, z)$ - координатный закон паритета (КЗП) -
 чл. Вер-то параметризация цели, при условии, что
 поправ Боевой части произойти в t -ке с коорд
 (x, ρ, z) . ВВК x -зачет t -зчет БЧ.

$f(x|\rho, z)$ - условная ПРВ того, что СБЛ Вогд
 жемант на поправ БЧ в t -ке x на грани-
 тарии (ρ, z) . x -зчет СБЛ.

$\psi(\rho, z)$ - ПРВ паритета. x -ка система
 радиотуправления.

Ф.е. ВТУ зависит от того как будет
 структурирована БЧ, СБЛ и штепа радиотупр-?
 Поэтому ВТУ x -зчет эффективность кажеского
 комплекса в целом.

Место, занимаемое СБА в комплексе



Система управления ракетой состоит из: РСН, БЭВМ, Автомата, Ручной.

БЭВМ также называют системой формирования команд.

РСН решает задачи обнаружения, измерения параметров, селекцию целей (выращивание и распознавание), формирование угловов борьбы с целями.

$\lambda_{зр}$ - РЛ параметры цели относительно ракеты.

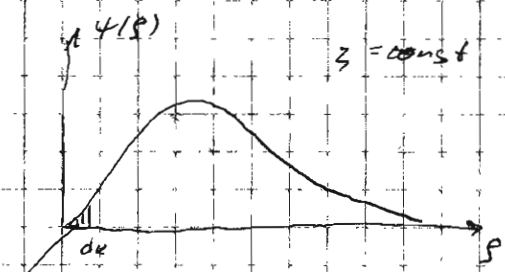
БЭВМ выполняет команды, которые поступают на Автомат, выходящий из меню - е расог-расованная $\Delta U(\lambda_{зр})$, управляющие углами ручей α .

В СБА может иметь собственную систему, при чем СБА может быть частью собственной вектор РЛ параметров.

СБА может обмениваться информацией с РСН.

Основная задача СБА в это время на этапе БЧ такое, чтобы маневрировать вер-го параметра W .

Рассм. $\psi(\rho, z)$



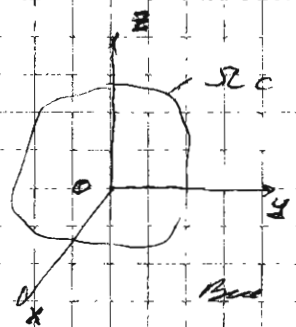
δ_k - характерный размер ракеты.

вер-го тупого параболы ($\rho_{max}(z)$)

Значит следует рассмотреть неконформный поправ, который не может описать область ГСН.

Иногда совмещают СВЛ и БЧ называют боевыми снаряжениями.

Податьте области срабатывания (ОС) и области поражения (ОП).



Γ - ко О находного в хитом - телом Γ - не ракеты (центр масс).

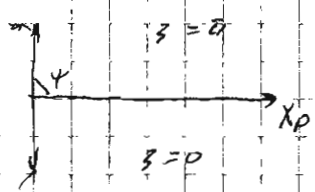
$$OS: \Omega_C = \{(x, y, z) : f(x, y, z) > 0\}$$

вне Ω_C вер-го срабатывания равно нулю.

$$OP: \Omega_P = \{(x, y, z) : G(x, y, z) > 0\}$$

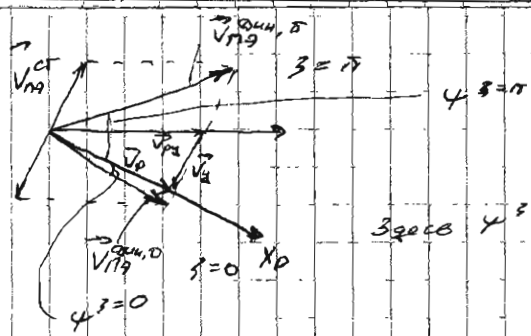
вне Ω_P вер-го поражения цели равно нулю.

Рассмотрим特殊情况 (special case):

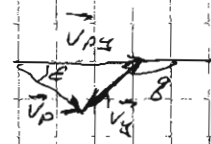


x_p - ось ракеты.

Осевсимметричная БЧ (оси симметрии равносильно распределены в не-го диска).



В замкнутом



Угол разлета $\psi_{ли} = \psi(r, V_{n0}^{CT}, V_{n2}, \epsilon, \delta, \text{соп. с воздухом, } \rho_{ли})$

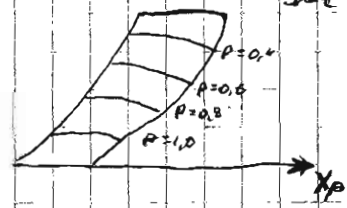
При изменении угла разлета $\psi_{ли}$ будет меняться от значения $\psi = 0$ до значения $\psi = \pi$.

При угле сопла α воздуха относительно OX вылетает r и угол его наклона будет изменяться.

Цель описывается в виде набора отсечков, в каждом из которых учитывается своя степень параллельности тем или иным параметрам траектории.

$$G(x, y, z)$$

где при $z = \text{const}$



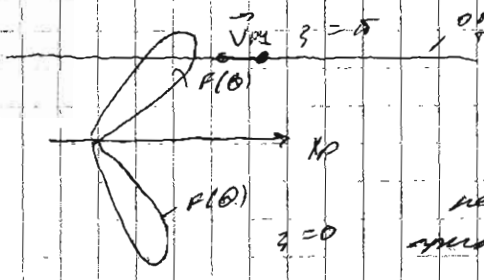
показаны вероятностные кривые

т.е. это степень параллельности OX при изменении n -го $z = \text{const}$.

Приведение задач области исследования.

I. Модель исследования инициальной СБЛ.

Исходной функцией: $F(x)$ не зависит от угла δ .



относительно траектории (S, X)

Считаем разучус земл параллельным

Результате боковых элементов не учитываются, т.к. углы по мощности прикидываются по ним ранее известны.

геличности.

При этом наше уравнение в условиях аксиальных нагрузок приводит к уравнению Бомановых стержней.

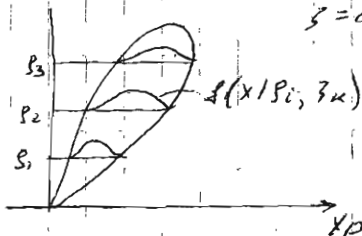
Сила на стержне тем больше возникает, только тогда, когда поперечная сила со скоростью \vec{V}_P пересекает главный центр масс диаграммы неградиентности.

Будем для простоты, что Q_H представляет собой тело, полученное вращением $Q_4 f(\theta)$ вокруг оси X_P .

Для поперечной силы можно считать, что область существования совпадает с Q_H .

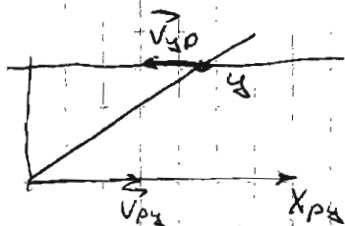
Построим сечение области существования

$$\xi = \text{const} = \xi_k$$



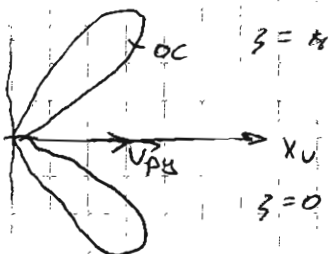
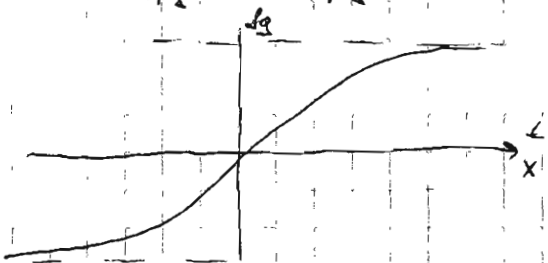
Определяют для фиксированных значений ξ_i, ξ_k П.В.

2. Рассмотрим домерованную СБЛ.



Домерованная СБЛ основана на монотонном увеличении n -го домера

Отсчет ведется от оси x_p



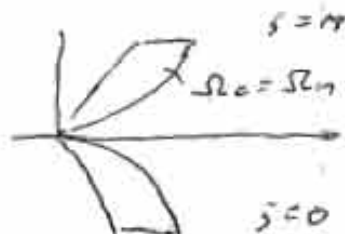
ОС симметрична относительно вектора \vec{V}_P , а

на оси x_p как в симплексном Г.е. и имеют место
разные замонамерности.

При изменении ξ в (Б) искомый симплекс
по ξ она, как правило, трансформируется в
Г.С.Н.

Г.е. выясним, что симплекс (Б) и Б4
получаются различными путями. Замонамерности
Г.С.Н. поэтому боковыми проблемами
согласованы области нормальности и области
сбалансированности.

Рассмотрим случай идеального согласования.

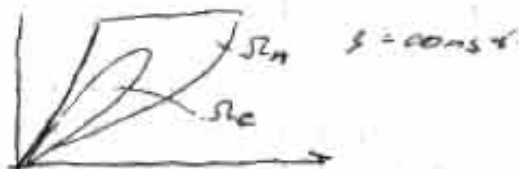


Обе области полностью
перекрываются.
($\forall \xi: R_c(\xi) = R_n(\xi)$).

Из γ -топ (А):

Вместо B в W введем вместо μ точки,
для которых $B(x, \xi, \xi) - f(x, \xi, \xi) > 0$. Поэтому,
если хотя бы для одной из множества μ
и ξ , но ξ область не входит в W .
Для данного случая таких точек нет.
Данный случай практически не реализуем.

Случай хорошего согласования.



Сбалансированность в модаль Г.е. по R_c вызывает
структурные изменения для данного ξ . При
этом Б4 искомый не реализуем, Г.е.
такая основополагающая не согласована с объектом
срабат.

Случай медленного согласования



$\xi = 10^{-3}$

Там же сказано в общем
кривой в част. б. в.

Для управления потоком вводом в виде замедления
или T . Однако в общем случае $\xi = \xi(\Omega, \xi, V, \dots)$, т.е.
нужно иметь информацию о ξ , которая
нам неизвестна. Поэтому вводим усреднен-
ную задержку, что приводит к погрешности в W

Случай "быстрого" согласования



$\xi = 10^{-6}$

Ввод в W нулевой.

Сравнительный анализ систем БЛ и ДЛ.

СДЛ

СБЛ

1) Особенности управления	циркуляционная
1.1. Характер	увеличения разности
Криволинейная, неравномерная	Прямаялинейное, равномерное ($V_{012} = \text{const}$)
1.2. Дальность действия	
$R_{max} \gg L$	$R_{max} \sim L$
L - характ. размер зам	Дальность действия сопоставима с L
1.3. Режим работы	
Стационарный	Нестационарный (переходной)
1.4. Время воздействия на разность	с целью
После наемки, минут	Десятих, сотни зам
	секунд

2) Свойства земли как объектов земледелия.

2.1. Зависимость ~~свойств~~ ЭПР от влажности θ

не зависит

Зависит от влажности

2.2. Степень облучения земли антенной земли θ

Хотя ширина главного лепестка θ составляет градус и угол градус земля полностью облучается

В случае узких диаграмм ширина луча $\Delta \theta_{\text{дл}} \approx 10^\circ$ земля на малых площадях будет полностью облучаться

В радиоволнах СВЧ диаграмма достаточно широкая, поэтому весь земля облучается полностью

2.3. Угловой размер земли

Составляет земель и сама форма градуса

По мере приближения земли угловой размер значительно измеряется (от градуса до десятиков градусов) - непрерывно увеличивается

3) Видение препятствий распространения

вид.

не видит при $\lambda > 30 \text{ см}$

не видит при $\lambda > 2 \text{ см}$

4) Свойство применяемого сигнала

4.1. Время обработки

см. табл.

14.

Как правило меньше время возможность свой (воз. помех).

4.2. Диапазон радиоволн частот

Угловые размеры земли небольшие и $f_{\text{ср}}$ изменяется в небольшом диапазоне, не касаясь

$f_{\text{ср}} = \frac{2V_{\text{эф}}}{\lambda}$, т.е. зависит от относит. скорости и длины волны, о длине или углового размера земли 2.3.

4.3. Характер стационарности сигнала (уменьшение интерференции параметров)

Стационарной СП

Нестационарной СП.

Амплитуда $A(R) \sim 1/R^2$,
и т.д. $F_{\text{ср}}$

5) Свойства волнового фронта

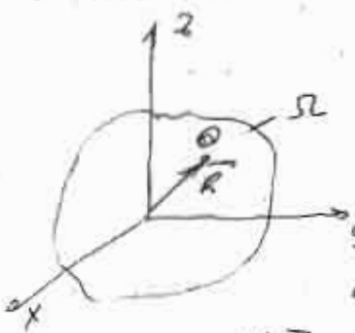
Кривизна плоская в-волн
волна

Волновая транс-криво-
линейности

Дифференциальные основы

Ближней локация

Показание скалярного и векторного полей



$$\Theta(\vec{R}) \in \Omega$$

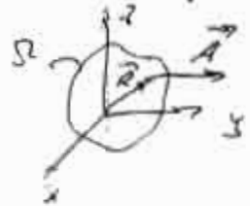
$\vec{R} = (x, y, z)$ - радиус-вектор

В τ -ме Θ , известен радиус-вектор \vec{R} , принадлежность объ-emu Ω , определено скалярное поле φ .

$$\forall \vec{R} \in \Omega \Rightarrow \varphi, \text{ т.е. } \varphi = \varphi(\vec{R}).$$

Пример: температура неравномерной изогной тела; скалярное поле.

Для случая векторного поля:



$$\forall \vec{R} \in \Omega \Rightarrow \vec{A},$$

$$\vec{A} = \vec{A}(\vec{R}).$$

При переходе от одной τ -ме Θ к другой вектор \vec{A} меняется по некоторому заданному закону.

Если \vec{A} не зависит от времени t - то это статическое поле.

Аналогично динамическим полям $\vec{A} = \vec{A}(t, \vec{R})$ - пространственно-временная τ -мед.

Система уравнений Максвелла и ее физическая интерпретация

(I) $\text{rot } \vec{H} = \sigma \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}_{\text{ext}}$ 2-й закон Максвелла (векторное уравнение в объеме)

- закон полного тока в дифференциальной форме.

Источником магнитного поля может быть:

- ток проводимости $\vec{J}_{\text{пр}} = \sigma \vec{E}$ - закон Ома в $\vec{J}_{\text{пр}} \parallel \vec{E}$; здесь ток

- ток смещения $\vec{J}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ - связано изменением вектора напряж. электрич. индукции.

- ток поверхностный $\vec{J}_{\text{поп}}$.

(II) $\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

- закон электромагнитной индукции Фарадея в диф. форме.

Первая возможная причина возникновения \vec{H} -поля может являться изменением магнитной индукции \vec{B} .

(III) $\text{div } \vec{D} = \rho$

- закон Гаусса (Кулона) в диф. форме.

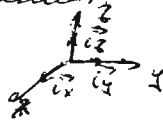
Второй возможной причиной возникновения \vec{D} -поля является наличие зарядов.

Вектор 3.

$\frac{\partial}{\partial t}$ - символический оператор дифференцирования

∇ - оператор Грама (символ. оператор векторного дифференцирования)

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{i}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{i}_z \quad (1)$$



Оператор Грама действует в-поле и вектора, и операторы дифференцирования.

$$\nabla = \nabla_x \vec{i}_x + \nabla_y \vec{i}_y + \nabla_z \vec{i}_z \quad (2)$$

$\vec{a} = \vec{a}(\vec{r}) = \vec{a}(x, y, z) = a_x(\vec{r}) \vec{i}_x + a_y(\vec{r}) \vec{i}_y + a_z(\vec{r}) \vec{i}_z \quad (3)$ - развинутое описание векторного поля \vec{a} в r -ке θ , заданной радиус-вектором \vec{r} .

Оператор Грама производит элементально элементные величины для скалярных и векторных величин. Ответ:

$$\text{коэф } \vec{a} = \nabla \chi \vec{a}, \text{ или } \vec{a} = \vec{a}(\vec{r}), \vec{r} = (x, y, z).$$

$$\text{Пусть } \vec{a} = (a_x, a_y, a_z) \\ \vec{b} = (b_x, b_y, b_z), \text{ тогда } \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} =$$

$$= (a_y b_z - a_z b_y) \vec{i}_x - (a_x b_z - a_z b_x) \vec{i}_y + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{i}_z \quad (4)$$

$$\nabla \chi \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial a_y}{\partial y} - \frac{\partial a_x}{\partial z} \right) \vec{i}_x - \left(\frac{\partial a_x}{\partial x} - \frac{\partial a_z}{\partial z} \right) \vec{i}_y + \left(\frac{\partial a_z}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} \right) \vec{i}_z \quad (5)$$

$\nabla \chi \vec{a}$ = вектор, т.к. векторное ∇ -ие двух векторов есть вектор

Обозначим: $\text{div } \vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$ (9), причем $\vec{a} = \vec{a}(\vec{r}) = \vec{a}(x, y, z)$.

$$\text{div } \vec{a} = \nabla \cdot \vec{a} \quad (7),$$

т.к. $\vec{e} = a_x \vec{e}_x + a_y \vec{e}_y + a_z \vec{e}_z$ / 8,

$$\nabla \cdot \vec{a} = \text{скаляр} \quad (9)$$

Пример: $\varphi = \varphi(\vec{r}) = \varphi(x, y, z)$ - скалярное поле.

$$\text{grad } \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i}_x + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{i}_y + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{i}_z \quad (10).$$

$$\text{grad } \varphi = \nabla \varphi \quad (11)$$

$$d\vec{a} = (da_x, da_y, da_z) = (da_x) \vec{i}_x + (da_y) \vec{i}_y + (da_z) \vec{i}_z \quad (12)$$

Для скалярного поля: $\nabla \varphi \neq \varphi \nabla$ (14).

$$\nabla \varphi = (\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z) \varphi = \nabla_x \varphi + \nabla_y \varphi + \nabla_z \varphi \quad (15)$$

$$\nabla \varphi = \text{вектор} \quad (16).$$

Ламбда оператор:

$$\Delta = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (17)$$

р. то векторы $\vec{i}_x, \vec{i}_y, \vec{i}_z$ с числами $|\vec{i}_x| = |\vec{i}_y| = |\vec{i}_z| = 1$,
 $\vec{i}_x \perp \vec{i}_y, \vec{i}_x \perp \vec{i}_z, \vec{i}_y \perp \vec{i}_z$.

$$\nabla \cdot \nabla = \text{скаляр} \quad (18).$$

Пример:

$$\Delta \vec{a} = (\Delta a_x) \vec{i}_x + (\Delta a_y) \vec{i}_y + (\Delta a_z) \vec{i}_z. \quad (19)$$

Описание электромагнитных волн.

$$f(ct - z) \quad (20)$$

c - скорость

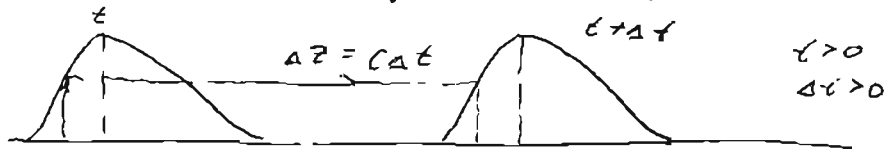
t - время

z - линейная координата.

t - единый пространственный - Векторный аргумент.



Тогда рассм. f -функция (20) введ. моменты времени,



$$f [c(t + \Delta t) - (z + \Delta z)] \quad (21)$$

$$ct - z = c(t + \Delta t) - (z + \Delta z)$$

$$c\Delta t = \Delta z \quad (22)$$

Перемещение прямоугольника с постоянной скоростью.

$$v = \frac{\Delta z}{\Delta t} = c$$

Г. е. f -ин (20) описывает волну или периодическое поле, привнес с течением времени волна не изменяет своей формы и распространяется в сторону увеличения коорд z со скоростью c .

Для указанной коор.-я распростран. я вводит индекс $f_+(ct - z)$.

Аналогично, что $f_-(ct + z)$ (23) описывает z -мгн. волну, которая распространяется в сторону уменьш. коорд. z .

Покажем, что γ -уравн (20) эквив. волновому уравн:

$$\nabla^2 f - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \quad (24)$$

В нашем случае $\Delta = \frac{\partial}{\partial z}$, т.е. следует доказать:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0.$$

Обозначим $ct - z = \omega$, тогда:

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial z} = - \frac{\partial f}{\partial \omega}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial \omega^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial \omega} c ; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial \omega^2} c^2$$

Подставляя полученные результаты в γ -уравн (24), доказано, что γ -уравн (20) эквивалентно волновому уравн.

Гармоническая одномерная волна.

$$F(ct - z) = F\left[c\left(t - \frac{z}{c}\right)\right] = f\left(t - \frac{z}{c}\right) \quad (25)$$

- можно рассматривать ось t как аргумента.

$$u(t, z) = u_m \cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{c}\right) + \varphi_0\right] = u_m (\omega t - \beta z + \varphi_0) \quad (26), \text{ где}$$

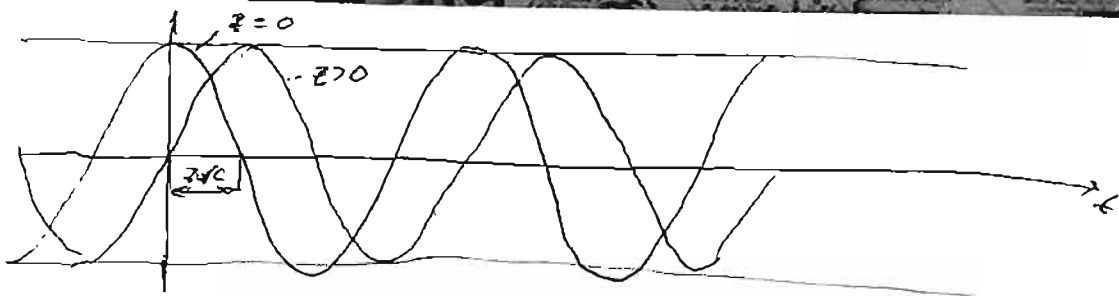
$$\frac{\omega z}{c} = \frac{2\pi f}{c} z = \frac{2\pi}{\lambda} z, \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad \text{Волновое число.}$$

Рассм.

$\omega t - \beta z + \varphi_0$ при $z = \text{const} = z_0$; $\varphi_0 = 0$, т.е. заданы условия $t = 0$ и $z = z_0$.

$$u_+(t, z) = u_m \cos(\omega t - \beta z_0)$$

т.е. исследуем временную структуру колебания.



1) $z_0 = 0$; $U_+(t, z) = U_m \cos(\omega t)$.

2) $z_0 > 0$; $U_+(t, z_0) = U_m \cos\left[\omega\left(t - \frac{\beta z_0}{\omega}\right)\right]$; $\frac{\beta z_0}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi f} z_0 = \frac{z_0}{c}$.

Для-тб, что $v = \frac{f}{\lambda}$; $f = \frac{\omega}{2\pi}$ с учетом, что $\tau_{\text{пол}} = 2\pi$.

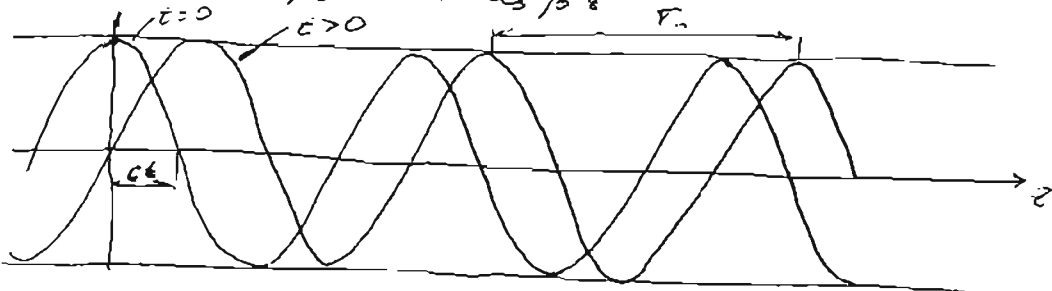
В каждой функции t и z по мере времени изменяется по гармоническому закону.

Используем простоту выбора начала отсчета времени гармонического колебания.

$U_+(t, z) = U_m \cos(\beta z - \omega t)$, $\varphi_0 = 0$. (2?)

начальное $t = \text{const}$.

1) $t = 0$; $U_+(0, z) = U_m \cos \beta z$; τ_0



2) $t > 0$; $U_+(t_0, z) = U_m \cos\left[\beta z - \frac{\omega t_0}{\beta}\right]$; $\frac{\omega t_0}{\beta} = \frac{2\pi f t_0 \lambda}{2\pi} = c \cdot t_0$

Для-тб, что $\tau_0 = \lambda$

т.е. λ - также расстояние между двумя волнами, при котором фаза $\varphi(t, z) = \beta z - \omega t + \varphi_0$ изменяется на 2π , т.е. значение колебания повторяется.

Задача 4.

Из. $\varphi(t, z) = \omega t - \beta z + \varphi_0$:

$\omega = \frac{d\varphi}{dt} (z)$ - скорость изменения фазы во времени.

$\frac{d\varphi}{dz} = \beta (z)$ - скорость изменения фазы в пространстве и расстояние - z .

$\Delta\varphi|_{t=const} = \varphi(z+\Delta z) - \varphi(z) = \beta \Delta z (z)$, т.е. β - к-т

пропорциональности между изменением расстояния Δz и фазы $\Delta\varphi$.

$u(t, z) = \text{Am} \cos(\omega t - \beta z + \varphi_0) (1)$ - ~~уравнение~~ уравнение плоской волны.

$\varphi(t, z) = \omega t - \beta z + \varphi_0 (2)$ - фаза колебания

Известно направление пов. фаз (волновое направление) следовательно место точек, в которых:

$\varphi(t, z) = \text{const} = C\varphi (const + \varphi) (3)$

Пусть $z = C_z$

$\omega C_t - \beta C_z + \varphi_0 = C\varphi$, тогда:

$z = \frac{1}{\beta} (\omega C_t + \varphi_0 - C\varphi) (4)$,

т.е. $z = \text{const}$.

Поэтому можно найти соответствующее место точек (x, y, z_0) в декартовой СК, z - координата x, y - произвольная, а z_0 - фиксированная.

Это - н. ф. ; первая функция равна 0 z_0 и проецируется, через β - ky z_0 .

Г.к. Волновой пакет плоский, но и слабо изогнутого плоской.

По всем трем координатам амплитуда не зависит от них, поэтому можно п. 76 будет пов. это равенств амплитуду (вплотную волновой пакет) (здесь не указывается фазы затухания).

Комплексное описание гармонического колебания.

$$\dot{u}(t, z) = \dot{u}_m e^{i(\omega t - \beta z)} \quad (2)$$

$\dot{u}(t, z) = \dot{u}_m(z) e^{i\omega t}$ (3) - здесь выделены только временной осциллирующей множитель

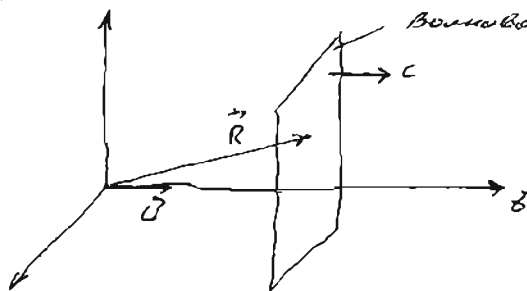
$\dot{u}_m(z) = \dot{u}_m e^{-i\beta z}$ (4) - пространственной осциллирующей множитель.

$u_m = \dot{u}_m e^{i\varphi_0}$ - комплексная амплитуда.

Связь между амплитуд. и физич. сигналами:

$$u(t, z) = \text{Re} \{ \dot{u}(t, z) \}$$

Альтернативное векторное описание эрмитова пространства: единичной \vec{u} -функции (1).



Волновой пакет $(\varphi(t, z))_{z=\text{const}} = (c)$

\vec{u} - напр. e

ракурс - β

(в случае $\beta = 0$ - (1)

совпадает с z)

$$|\vec{u}| = 1.$$

Волновой вектор.

$$\vec{\beta} = \beta \vec{u} \quad (6)$$

$$|\vec{\beta}| = \beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\vec{R} \cdot \vec{a} = (\alpha \vec{i}_x + \beta \vec{i}_y + \gamma \vec{i}_z) \cdot \vec{i}_z = \gamma \quad (7)$$

$$\vec{R} \cdot \vec{\beta} = \beta (\vec{R} \cdot \vec{a}) = \beta \gamma$$

$U(t, \vec{R}) = U_m \cos(\omega t - \beta \vec{R} + \varphi_0)$ (8) — ~~как~~ ~~здесь~~ ~~мы~~ ~~сделаем~~ в векторной форме аргумента колебания.

Векторное описание гармонического колебания.

$\vec{a}(t, \vec{R}) = U_m \cos(\omega t - \beta \vec{R} + \varphi_0) \cdot \vec{i}_x$ — проекция скалярного поля.

$$\vec{a} = \vec{i}_x$$

$$\vec{a}(t, \vec{R}) = U_m \cos(\omega t - \beta x + \varphi_0) \vec{i}_x \quad (9)$$

$\forall t: \vec{a}(t, \vec{R}) \parallel \vec{i}_x$ — координата вдоль \vec{i}_x .

т.е. колебание в любой момент времени будет происходить в направлении \vec{i}_x .
Такие колебания — линейно поляризованное колебание.

$$\frac{\partial U(t, \vec{R})}{\partial x} = 0.$$

Здесь $\frac{\partial U(t, \vec{R})}{\partial x} = 0$, т.е. колебание $\vec{a}(t, \vec{R})$

происходит только вдоль направления $\vec{i}_x(t, \vec{R})$.

т.е. координаты x, y — постоянные.

координата z — произвольная координата.

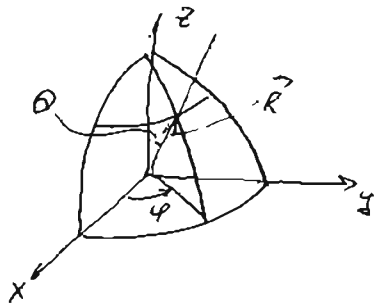
Рассмотрим теперь волны описываемые формулой (8) из двух основных типов волн.

Сферические волны.

Модель сферической волны.

$$U(t, R) = \frac{U}{R} \cos(\omega t - \beta R + \varphi_{00}) \quad (10)$$

Замечание: в плоской волне $\vec{e} \cdot \vec{R}$ - скалярное произведение \vec{e} , здесь βR - \vec{e} в двух случаях.



$$\vec{R} = (R, \theta, \varphi).$$

$R = |\vec{R}|$ - радиус координат

θ, φ - угловые координаты

$R = \text{const}$ - сфера с радиусом R

$\theta = \text{const}$ - конус с вершиной в начале координат

$\varphi = \text{const}$ - меридианальная линия

$$0 \leq R < +\infty$$

$$0 \leq \theta \leq \pi$$

$$0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

~~Сфера~~



Найти радиус волны λ ;

$$\varphi(t, R) = (\omega t - \beta R + \varphi_{00}) - \text{сфера}$$

$$\varphi(t, R)|_{t=\text{const}} = C\varphi - \text{сфера с радиусом в начале координат}$$

Найти \vec{e} в $\vec{e} \cdot \vec{R}$ плоскостях сферической волны.

Плоская волна "плоский фронт" из начала координат и радиусом R сферической волны.

Здесь предполагается, что источник излучения находится в начале координат.

Допустим, что $\varphi(r, t, R) = \frac{U}{R} \cos(\omega t + \beta R + \varphi_{00})$ - уравнение сходящейся сферической волны.

Комплексная форма сферической волны.

$$U_s(t, R) = \frac{\text{Im}}{R} e^{i(\omega t + \beta R)} \quad (11)$$
 - это волны также удовлетворяют волновому уравнению $\Delta \varphi = 0$, т.е. описывают волну.

Покажем зависимость скорости плоской волны.

$$\varphi(t, z) = \omega t - \beta z + \varphi_{00}(z)$$

$$\varphi(t, z)|_{t=0, z} = C\varphi$$

Зафиксируем некоторое значение z и будем измерять время.

$$\omega t - \beta z + \varphi_{00} = C\varphi \quad (12)$$

Фазовая скорость называется скоростью движения волны вдоль z -и r -и.

$$z = \frac{1}{\beta} (\omega t - C\varphi + \varphi_{00}) \quad (13)$$

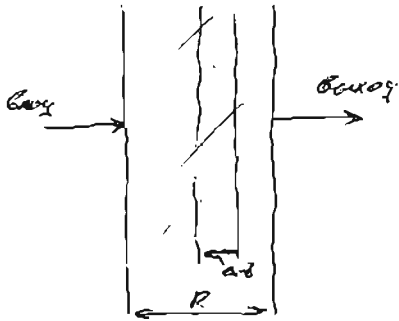
Фазовая скорость v_{φ} всегда совпадает со скоростью r -и волны.

$$v_{\varphi} = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} \quad (14)$$

v_{φ} - не величина: $v_{\varphi}, \omega, \beta$ только что являются независимыми.

В свободном пространстве $v_{\varphi} = c$

Затухание в среде.



без учета затухания.

$$U(t, z) = U_m \cos(\omega t - \beta z + \varphi_{01}) \quad (14)$$

$$U_m(z) = U_m e^{-\alpha z} \quad (15)$$

где α - κ - γ ослабления (затухания)

При рисун. вопросов затухания следует учитывать где находится источник и куда волна распространяется.



Если затухание. слай функцией Δz , то можно или от его постоянства величина затухания будет зависеть только от величины слай.

Среды - неоднородности изотропная, т. е. κ - γ α - постоянна.

$$U(z + \Delta z) = U_m e^{-\alpha(z + \Delta z)}$$

$$\frac{U(z + \Delta z)}{U(z)} = \frac{U_m e^{-\alpha(z + \Delta z)}}{U_m e^{-\alpha z}} = e^{-\alpha \Delta z}$$

Понятие κ - γ распространения

$$U(t, z) = U_m e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z + \varphi_{01})} \quad (17)$$

$$U(t, z) = U_m e^{-(\alpha + j\beta)z} e^{j\omega t}$$

Введем новую величину $\gamma = \alpha + j\beta$ (18) - κ - γ

распр-н в свободном пр-ве.

Он определяет интенсивность об отражении волн. и κ - γ фазы.

$$\text{IV. } \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

- отсутствие магнитных зарядов (словесно или математически можно ввести замкнутые и непрерывные).

Ир и \vec{J} , \vec{D} - материальные ЧР-ы:

$$\text{V. } \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$$

ϵ_0 - абсолютная диэлектрическая проницаемость (ди-к-ва) вакуума.

$$\text{VI. } \vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

μ_0 - абсолютная магнитная проницаемость.

Записав ЧР-ы Максвелла в операторной форме:

$$\text{I. } \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J}_{\text{ext}}$$

$$\text{II. } \nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\text{III. } \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{IV. } \operatorname{div} \vec{H} = 0$$

Здесь предполагается, что среда однородна и изотропна.

В дальнейшем интерес представляет только значение поля, значение парамитров, следовательно за период вычисления χ -ов, комплексное представление.

$$I. \nabla \times \vec{H}(\vec{R}, t) = \sigma \vec{E}(\vec{R}, t) + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(\vec{R}, t)}{\partial t} + \vec{J}_{cr}(\vec{R}, t)$$

$$II. \nabla \times \vec{E}(\vec{R}, t) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}(\vec{R}, t)}{\partial t}$$

$$III. \nabla \cdot \vec{E}(\vec{R}, t) = \frac{\rho(\vec{R}, t)}{\epsilon_0}$$

$$IV. \nabla \cdot \vec{H}(\vec{R}, t) = 0$$

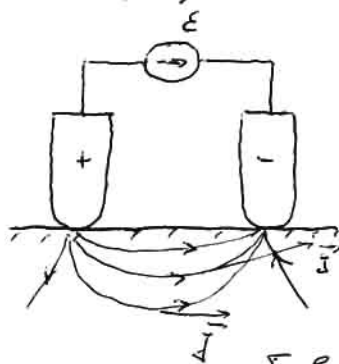
$\nabla \times$

Зависимость от \vec{R} и t в преобразованном пространстве \vec{r} и τ уменьшается по убыванию.

Все представленные системы уравнений Максвелла в дифференциальной форме, т.е. они все зависят от \vec{r} -ки, заданной \vec{R} и в фиксированном моменте времени t .

т.е. величины \vec{H} и \vec{E} определены в каждой \vec{r} -ке $\vec{R} \in \Omega$.

Вспомним, почему плотность тока является вектором.



Вектор \vec{J} направлен по касательной к шлонам шлонов, а его модуль пропорционален скорости шлонов.

проводящая среда

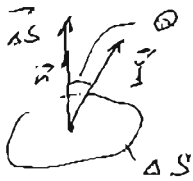
т.е. из рисунка видно, что \vec{J} является вектором, который \propto сдвигу и модулю. Напряж - сдвигу свободных зарядов. Модуль - интенсивность шлонов шлонов.

$\vec{J}_0 = \sigma \vec{E}$ (1) - закон Ома в дифференциальной форме.

- σ - это тоже вектор \vec{r} -ке пропорциональный напряженности поля в этой же \vec{r} -ке.

σ - удельная проводимость.

Плотность потока вектора \vec{J} .



ΔS - элементарная поверхность
 \vec{n} - нормаль к ΔS (единичный вектор).

$$\Delta \vec{S} = \Delta S \cdot \vec{n} \quad (2)$$

Ток через поверхность ΔS .

$$I = \vec{J} \cdot \Delta \vec{S} \quad (3)$$

$$I = J_n \Delta S \quad (3.a)$$

J_n - проекция вектора \vec{J} на нормаль.

$$a) I = J \cdot \Delta S_{\perp} \quad (3.b)$$

$\Delta S_{\perp} = \Delta S \cdot \cos \theta$ - проекция поверхности ΔS на плоскость, перпендикулярную направлению вектора \vec{J} .

Важные.

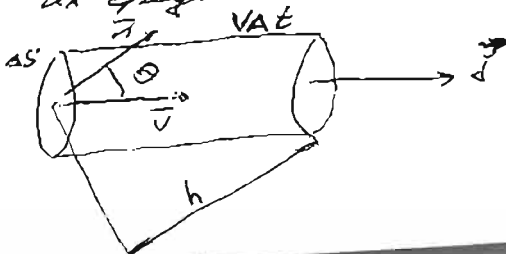
ΔS_{\perp} - в теории антенн называется "апертурой" поверхности с направл-я θ , θ отсчитывается от нормали.

$$\vec{J}_{\text{пр}} = J \vec{J} \quad (4)$$

J - объемный плотность тока (входит в J и Максвелла).

\vec{J} - средняя скорость движения свободных носителей.

т.е. напр-е движения зарядов определяет их среднюю скорость.



Центр ΔS падает ток, со скоростью v в направлении \vec{J} .

Выведем, какой заряд q протекает через площадку ΔS за время Δt .

Здесь изображен косой цилиндр с основанием ΔS и высотой h .

$$\Delta V = \Delta S \cdot h, \quad h = v \Delta t \cos \theta \Rightarrow \Delta V = \Delta S v \Delta t \cos \theta \quad (5)$$

Объем цилиндра представляется массой m движущейся массы, т.е. в нем содержится некоторое кол-во свободных зарядов, поэтому можно считать ρ — плотность положительной массы ρ .

$$\text{Тогда: } \Delta q = \rho \cdot \Delta V \quad (6)$$

$$\Delta q = \rho \cdot \Delta S v \Delta t \cos \theta$$

$$\text{Поэтому } \vec{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \rho \vec{v} \cdot \Delta \vec{S} \quad (\text{т.к. } \vec{v} \cdot \Delta \vec{S} = v \Delta S \cos \theta).$$

$$\vec{I} = (\rho \vec{v}) \cdot \Delta \vec{S} \quad (8).$$

Этот вектор \vec{I} — ток (4) зарядов представляется направлением. Для фиксированного заряда

$$\vec{I} = N q v \vec{J} \quad (9)$$

N — концентрация зарядов

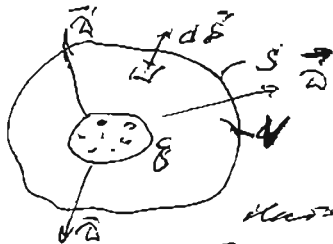
q — электрический заряд.

Разные части объема могут изменяться.

$$\text{II. } \text{div } \vec{E} = \rho$$

Получим n -ую Гаусса в трехмерном пространстве.

$\text{div } \vec{E} dV = \rho dV$ (10) в пределах dV величина скалярного произведения постоянна.



Объем V ограничен пов-ью S , которая заключает заряд q .

Каждый элемент объема V по правилу Ньютона действует на элемент dV , получим:

$$\int dV \vec{E} dV = \int \rho dV \quad (11)$$

$$\vec{E} = \int \rho dV$$

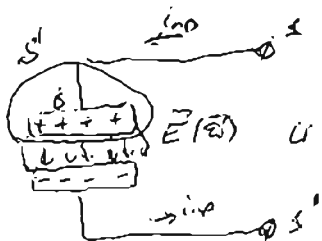
$$\int \text{div } \vec{E} dV = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} (= \Phi_{\vec{E}}) - \text{поток вектора } \vec{E}.$$

Получим:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = q(V) - \text{Закон Гаусса в трехмерном пространстве.}$$

Поток вектора \vec{E} через замкнутую пов-ью S , окружающую объем V , равен заряду q внутри этого объема.

В пространстве между двумя параллельными пластинами электрическое поле однородно.

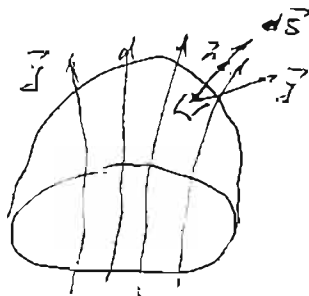


Каждый заряд действует в том же направлении между двумя параллельными пластинами которого

Определим ток из амплитуды пов-го \vec{E} и применим
 р. 14 (14).

т.к. $i = \frac{dQ}{dt}$, то проинтегрируем обе части ур. (14)
 по t .

$$\oint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = i \left(\frac{dQ}{dt} \right) \quad (14)$$



$$i = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad (13)$$

Используя (13) по всем
 элементарным площадкам dS получим ток
 ток, протекающий через пов-сть S .

$$i = \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad (15) = (92)$$

Сравним т-ты (14) и (15):

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j} \quad (16) \quad \text{— закон ток получил из-за-}$$

враще тока смещения.

т.е. тот процесс, который характеризует ток
 проводимости в конденсаторе, является ток
 смещения.

Илино Глобуляр силу:

$\nabla \times \vec{H} = \vec{j}$ (или $\vec{j}_p = 0, \vec{j}_s = 0$) — токот Глобу
 источник магнитного поля (тоже токот Глобу, ток
 и ток проводимости).

Видим, почему ток проводимости и ток
 смещения в ток смещения.

Закон сохранения заряда в дифференциальной
 интегральной форме.

$$\nabla \cdot \vec{H} = \vec{j}_p + \vec{j}_s \quad (\vec{j}_s = 0)$$

Применим операцию дивергенции по всем членам

Этого равенства.

$$\nabla \cdot \nabla \times \vec{H} = \nabla \cdot (\vec{j}_{np} + \vec{j}_{cu}) \quad (17) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c} - \text{штриховое пр } \epsilon,$$

\times - вектор объема параллелепипеда.
Если $\vec{a} = \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c} = 0$, т.е. параллелепипед вырождается.

Тогда:

$$\nabla \cdot \nabla \times \vec{H} = 0 \quad (\text{div rot } \vec{H} = 0).$$

$$\text{т.е. } \text{div}(\vec{j}_{np} + \vec{j}_{cu}) = 0 \quad (18) \quad \text{т.е.}$$

- Свойства Алюминия имеют большое значение (проводимость, смещение) будут замкнутыми (неправильными). Т.е. на границе между диэлектриком и проводящей средой ток проводимости преобразуется в ток смещения.

Закон сохранения заряда:

$$\text{Плотность в } (18) \quad \vec{j}_{cu} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{div}(\vec{j}_{np} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) = 0.$$

т.е. div - непрерывность первого порядка по времени, поэтому можно раскрыть скобки.

$$\text{div} \vec{j}_{np} + \text{div} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0 \quad (19)$$

$$\text{div} \vec{j}_{np} + \frac{\partial \text{div} \vec{D}}{\partial t} = 0 \quad (20)$$

Тогда:

$$\text{div} \vec{j}_{np} + \frac{\partial \rho_f}{\partial t} = 0 \quad (20)$$

- Закон сохранения заряда в дифференциальной форме.

Законом сохранения заряда в инвариант. форме.
 Рассмотрим (20) на dV и интегрируем.

$$\int_V \operatorname{div} \vec{I}_{np} dV = - \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \quad (21)$$

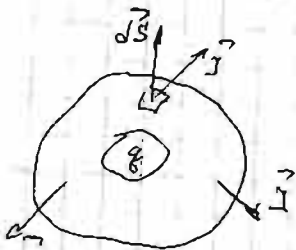
$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = - \frac{\partial \rho}{\partial t} (\text{п.к. } \int \rho = \rho \int dV)$$

Тогда:

$$\int_V \operatorname{div} \vec{I}_{np} dV = \oint_S \vec{I}_{np} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{I}_{np} \cdot d\vec{S} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (22)$$

$\rho \downarrow / \Delta t < 0$



$\rho \uparrow / \Delta t > 0$



Затяжки не возникают и не уничтожаются.
 В любом процессе, связанном с движением и превращением заряда его количество по началу равно его количеству после окончания процесса.

Уменьшение заряда внутри пов-ти S может происходить только из-за его истечения из пов-ти по следствию вектора тока \vec{I}

Если $d\rho < 0$, но $\frac{d\rho}{dt} < 0$, при этом заряды исчезают, т.е. \vec{I} должен выходить из объема, отн. пов-ти S . Тогда $\vec{I} \cdot d\vec{S} = |\vec{I}| |d\vec{S}| \cos \theta > 0$ (п.к. $0 \leq \theta \leq \pi/2$). Следовательно наименее \vec{I} зам. положительным. Тогда обобщенно можно сказать слова "и."

Если $dq > 0$, то $d\phi/dt > 0$. Увеличение заряда
 может происходить только за счет притока заряда
 извне либо наоборот.

В этом случае $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$, что приводит к
 отрицательности дивергенции.

Первый рейтинг.

Покажем математическую векторную

амплитуду.



$$\vec{U}(\vec{r}, t) = U_m \cos(\omega t - \beta z + \varphi_{0u}) \vec{e}_x \quad (1)$$

Примем вещественную часть (обозначим
 комплексный сигнал:

$$\vec{U}(t, \vec{r}) = U_m e^{j(\omega t - \beta z)} \vec{e}_x \quad (2)$$

$$\text{где } \dot{U}_m = U_m e^{j\varphi_{0u}} \quad (3)$$

$$\vec{U}(t, \vec{r}) = \vec{U}_m(\vec{r}) e^{j\omega t} \quad (4)$$

$$\text{где: } \vec{U}_m(\vec{r}) = U_m e^{-j\beta z} \vec{e}_x \quad (5) - \text{ комплексная векторная амплитуда (КВА).}$$

$$\vec{U}_m(\vec{r}) = \vec{U}_m \cdot e^{-j\beta z} \quad (6)$$

$$\text{где: } \vec{U}_m = U_m \vec{e}_x \quad (7)$$

Это самый простой случай плоскостной
 однородной волны.

т.к. порядок компонентов в векторе не имеет значения, то

$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_m(\vec{r}) e^{j\omega t} \quad (8)$ - здесь разделили \vec{E} на
 зависящие от координат и от времени

$$\vec{E}_m(\vec{r}) = \vec{E}_m e^{-j\beta \vec{r}} \quad (9) \quad (\beta = \beta \vec{u}, \vec{u} = \text{орт})$$

$$\vec{E}_m = E_{mx} \vec{e}_x + E_{my} \vec{e}_y + E_{mz} \vec{e}_z \quad (10)$$

$$E_{m\alpha} = E_{m\alpha} e^{j\varphi_{0\alpha}} \quad (\alpha = x, y, z)$$

$$\vec{E}_m(\vec{R}) = E_{mx} e^{-j\vec{\beta} \cdot \vec{R}} \cdot \vec{i}_x + E_{my} e^{-j\vec{\beta} \cdot \vec{R}} \cdot \vec{i}_y + E_{mz} e^{-j\vec{\beta} \cdot \vec{R}} \cdot \vec{i}_z \quad (11)$$

Тогда с учетом (8):

$$\vec{E}(\vec{R}, t) = (E_{mx} e^{-j\vec{\beta} \cdot \vec{R}} \cdot \vec{i}_x + E_{my} e^{-j\vec{\beta} \cdot \vec{R}} \cdot \vec{i}_y + E_{mz} e^{-j\vec{\beta} \cdot \vec{R}} \cdot \vec{i}_z) e^{j\omega t} \quad (18)$$

Т.е. (10) и (11) описывают шестьмерный вектор, т.к. здесь три пространственных оттока соответствующих по ~~три~~ ^{одной} ~~компоненте~~ ^{амплитуде} ~~амплитуде~~, содержа. по два вещественных числа

Вещественный сигнал соотв. комплексному.

$$\vec{E}(\vec{R}, t) = \text{Re} \left\{ \vec{E}(\vec{R}, t) \right\} = E_{mx} \cos(\omega t - \vec{\beta} \cdot \vec{R} + \varphi_{0x}) \vec{i}_x + E_{my} \cos(\omega t - \vec{\beta} \cdot \vec{R} + \varphi_{0y}) \vec{i}_y + E_{mz} \cos(\omega t - \vec{\beta} \cdot \vec{R} + \varphi_{0z}) \vec{i}_z \quad (12)$$

А два компонента описывают одну колебание в разных измерениях, т.к. здесь один пространственный элемент $(\omega t - \vec{\beta} \cdot \vec{R})$, отличие только в начальной фазе.

Система уравнений Максвелла в комплексном виде.

Рассм считаем (18) в форме (10), и перепишем её в комплексном виде.

$$\text{rot } \vec{H}(\vec{R}, t) = \sigma \vec{E}(\vec{R}, t) + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(\vec{R}, t)}{\partial t} + \vec{j}_{cr}(\vec{R}, t)$$

$$\text{rot } \vec{E}(\vec{R}, t) = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}(\vec{R}, t)}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{E}(\vec{R}, t) = \frac{1}{\epsilon_0} \rho(\vec{R}, t)$$

$$\text{div } \vec{H}(\vec{R}, t) = 0$$

т.к. $\vec{E}(\vec{R}, t) = \vec{E}_m(\vec{R}) e^{j\omega t}$, $\vec{j}_{cr}(\vec{R}, t) = \vec{j}_{cr}(\vec{R}) e^{j\omega t}$
 $\vec{H}(\vec{R}, t) = \vec{H}_m(\vec{R}) e^{j\omega t}$, $\rho(\vec{R}, t) = \rho_m(\vec{R}) e^{j\omega t} \quad (13)$

$$\text{rot } \vec{H}(\vec{R}, t) = e^{j\omega t} \cdot \text{rot } \vec{H}_m(\vec{R})$$

$$\text{rot } \vec{E}(\vec{R}, t) = e^{j\omega t} \cdot \text{rot } \vec{E}_m(\vec{R})$$

$$\frac{\partial \vec{E}(\vec{R}, t)}{\partial t} = \vec{E}_m(\vec{R}) \frac{\partial}{\partial t} (e^{j\omega t}) = j\omega \cdot \vec{E}_m(\vec{R}) e^{j\omega t}$$

$$\text{div } \vec{E}(\vec{R}, t) = e^{j\omega t} \text{div } \vec{E}_m(\vec{R})$$

т.е. нам нужно получить решение. Пусть $e^{j\omega t}$ не равен нулю и на него можно разделить.

Тогда:

$$(I) \text{rot } \vec{H}_m(\vec{R}) = \sigma \cdot \vec{E}_m(\vec{R}) + j\omega \epsilon_0 \vec{E}_m(\vec{R}) + \vec{j}_{m, \text{св}}(\vec{R})$$

$$(II) \text{rot } \vec{E}_m(\vec{R}) = -j\omega \mu_0 \vec{H}_m(\vec{R})$$

$$(III) \text{div } \vec{E}_m(\vec{R}) = \frac{1}{\epsilon_0} \vec{j}_m(\vec{R})$$

$$(IV) \text{div } \vec{H}_m(\vec{R}) = 0$$

- Это система уравнений Максвелла в комплексной форме. (В этой форме нет зависимости от времени t).

В гальваническом аргумент \vec{R} понимается по умолчанию (будем его опускать).

Понятие комплексной дифференциальной проводимости.

$$\text{rot } \vec{H}_m = \sigma \vec{E}_m + j\omega \epsilon_0 \vec{E}_m + \vec{j}_{m, \text{св}} = j\omega \epsilon_0 \vec{E}_m + \vec{j}_m, \text{св.}$$

$\epsilon_0 \hat{\epsilon} = \epsilon_0 - j \frac{\sigma}{\omega}$ (14) - комплексная диэлектрическая проницаемость, обозначает информацию о диэлектрических и проводящих свойствах среды.

Свободное электромагнитное поле.
 Однородное уравнение Гельмгольца.
 Поле свободное, если $\vec{J}_{ext} = 0$ и $\rho = 0$.

Тогда: I) $\text{rot } \vec{H}_m = \sqrt{\omega \epsilon_0} \vec{E}_m$

II) $\text{rot } \vec{E}_m = -j\omega \mu_0 \vec{H}_m$

III) $\text{div } \vec{E}_m = 0$

~~Итого~~

необходимо найти все возможные векторы \vec{E}_m и \vec{H}_m .

Выразим вектор \vec{E}_m через \vec{H}_m . Из I) - II) (I):

$$\text{rot } \text{rot } \vec{E}_m = -j\omega \mu_0 \cdot \text{rot } \vec{H}_m \stackrel{I)}{=} \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \vec{E}_m$$

$$\text{rot } \text{rot } \vec{E}_m = \nabla \times \nabla \times \vec{E}_m$$

$$\vec{a} \times \vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{b} & \vec{c} \\ \vec{a} \cdot \vec{b} & \vec{a} \cdot \vec{c} \end{vmatrix} = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c}, \text{ тогда.}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E}_m = \begin{vmatrix} \nabla & \vec{E}_m \\ \nabla \cdot \nabla & \nabla \cdot \vec{E}_m \end{vmatrix} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}_m) - \nabla^2 \vec{E}_m \stackrel{III)}{=} \text{grad}(\text{div } \vec{E}_m) - \nabla^2 \vec{E}_m$$

$$\nabla^2 = \nabla_x^2 + \nabla_y^2 + \nabla_z^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \text{оператор Лапласа.}$$

$$\text{Из (I)} \Rightarrow \text{div } \vec{E}_m = 0 \Rightarrow \text{grad}(\text{div } \vec{E}_m) = 0.$$

$$+\nabla^2 \vec{E}_m + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \vec{E}_m = 0 \quad (15)$$

Обозначим $k^2 = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0$ (16) - к-ф распространения

Тогда $\nabla^2 \vec{E}_m - k^2 \vec{E}_m = 0$ (17) - векторное однородное уравнение Гельмгольца.

т.е. ур. е с нулевой правой частью.