МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК 3D ОБЪЕКТОВ В ОДНОПОЗИЦИОННОЙ СИСТЕМЕ ОПТИЧЕСКОЙ ЛОКАЦИИ. Л. В. Лабунец

Представлены методика и алгоритмы цифрового моделирования переходной характеристики 3D объекта в однопозиционной системе оптической локации. Показано, что переходная характеристика содержит информацию о энергетических свойствах целей, ее размерах и форме. Корректность расчетного метода подтверждена на основе сопоставления результатов математического и физического моделирования.

введение.

В лазерной локации для оценки отражательных свойств в дальней зоне, когда размеры поперечного сечения зондирующего пучка превышают размеры объекта, применяют понятие эффективной площади рассеяния (ЭПР) цели. Проведение натурных измерений указанной характеристики заметности для отдельных целей даже при небольшом числе случаев их ориентации относительно направления визирования представляет собой дорогостоящую, а в ряде случаев технически не реализуемую задачу. В последнее время широкое распространение получили взаимно дополняющие друг друга методы физического и математического моделирования отражательных свойств объектов. В цикле работ Непогодина [1, 2], Родионова [3, 4], Сочинского [5], Тымкула [6], Холопова и Шубы [7, 8] представлены методы, аппаратура и обширные теоретические и экспериментальные результаты исследований пространственно - временных отражательных характеристик масштабных моделей ряда космических, воздушных и наземных целей в оптической локации. Однако исследование импульсных условий облучения в лабораторных условиях является также технически сложным, так как при интегральном способе измерения требует уменьшения длительности зондирующего импульса порядка 10 - 20 нс пропорционально масштабу фотометрической модели порядка 1:100. При дифференциальном способе требуется измерение двумерной функции яркости цели и отвечающей ей матрицы временных задержек отраженных импульсов с последующим их пересчетом на компьютере. Указанных недостатков, в значительной степени, лишены расчетные методы.

Наряду с ЭПР объекта в лазерной локации для оценки отражающих свойств целей в дальней зоне используют понятие переходной характеристики цели (**IIX**). Под переходной характеристикой обычно понимают сигнал, отраженный объектом при его облучении функцией включения (функцией Хевисайда). Указанная характеристика содержит информацию об энергетических свойствах цели, ее размерах и форме и поэтому весьма полезна для решения ряда задач заметности и классификации объектов.

1. МЕТОДИКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.

В оптическом диапазоне длин волн расчёт сигнала, отражённого целью, как правило, выполняется методами геометрической оптики, поскольку минимальные радиусы кривизны поверхности объекта значительно превышают длину волны оптического излучения. В частности, применяется принцип суперпозиции относительно потока лучистой энергии по множеству дифференциально малых участков поверхности цели. Геометрическая схема однопозиционной локации представлена на **рис. 1**. Ориентацию целевой системы координат $O_t X_t Y_t Z_t$, начало которой совмещено с условным центром объекта O_t , удобно выбрать такой, чтобы координатные плоскости $X_t O_t Y_t$, $X_t O_t Z_t$ и $Z_t O_t Y_t$ являлись плоскостями тангажа, курса и крена соответственно. Лучевая система координат $O_t XYZ$, ось $O_t X$ которой направлена на источник, может быть получена из целевой при ее последовательных поворотах вокруг осей Y_t и Z_t на углы α (азимутальный) и β (полярный), задающие ракурс цели. Источник оптического излучения и приемник совмещены в пространстве и находятся в точке O_s.



Рис. 1. Геометрическая схема однопозиционной локации.

При некогерентном приеме в приближении малых углов, когда объект облучается полностью, а его размеры значительно меньше расстояния до источника и приемника L_0 , переходная характеристика имеет вид [2]:

$$\mathbf{\hat{K}}(t|\alpha,\beta) = \int_{-R}^{R} \int_{-R}^{R} \delta(y,z) U\left\{t - 2\frac{L_0 - x(y,z)}{c}\right\} \zeta_{\lambda}(\psi|y,z) \cos\psi dy dz, \qquad (1)$$

где R - наибольший полярный радиус проекции цели на картинную плоскость YO_tZ ; $\delta(y,z)$ - индикаторная функция, равная единице, если точка картинной плоскости с координатами (y,z) принадлежит проекции цели, и нулю в противном случае; U(t) - временной профиль функции включения: U(t)=0 для t < 0; U(t)=1 для $t \ge 0$; x(y,z) - абсцисса облученного элемента поверхности цели $dS = dydz/\cos\psi$, имеющего в картинной плоскости координаты (y,z); ψ - угол падения излучения на элемент dS; $\zeta_{\lambda}(\psi|y,z)$ - коэффициент яркости элемента dS при отражении назад; с - скорость света.

Цифровое моделирование ПХ объекта с помощью выражения (1) предполагает на первом этапе определение параметров кусочно-аналитической модели геометрического образа цели, представленной в работе [9]. Модель ориентирована на подробное описание пространственной конфигурации объекта. Например, для аппроксимации внешней поверхности аэрокосмического корабля Space Shuttle потребовалось 20 плоскостей и 25 поверхностей второго порядка. Геометрический образ корабля Space Shuttle представлен на рис. 1. Соответствующая система геометрического моделирования обеспечивает преобразование геометрического образа цели в лучевую (повернутую) систему координат, связанную с направлением локации (α , β), и расчёт абсцисс точек облучаемой поверхности как однозначной функции x(y,z), удовлетворяющей условию соs $\psi > 0$.

В отличии от известных систем геометрического моделирования (AUTOCAD, BECAD, CATIA, Pro/ENGINEER, 3D STUDIO MAX) данная система в большей степени удовлетворяет специфическим требованиям, предъявляемым задачами цифрового моделирования оптических и радиолокационных полей рассеяния антропогенных объектов. Эти требования связаны, прежде всего, с ограничениями оперативной памяти, резервируемой для хранения геометрического образа и времени его обработки в соответствии с основными процедурами быстрых топологических преобразований. Кроме того, система должна формировать удобный геометрический базис для идентификации положения локальных областей интенсивного рассеяния на поверхности цели, а также генерации адаптивных сеток численного интегрирования источников дифракционных полей рассеяния на гладкой части объекта, его острыми гранями и переотражающими вогнутыми структурами.

В системе реализован способ конструктивно - геометрического моделирования (**КГМ**) твердых тел, основанный на конечном множестве примитивов и конструкторе - бинарном дереве построения модели из примитивов с использованием теоретико-множественных операций. Множество примитивов вклю-

4

чает в себя базовые пространственные элементы (БПЭ) трех типов. Первые два типа БПЭ - суть участки плоскостей. Плоские БПЭ первого типа ограничены выпуклыми многоугольниками с числом вершин не более пяти. Второй тип плоских БПЭ включает в качестве одной (или только одной) из сторон ограничивающего контура кривую второго порядка. Третий тип БПЭ - суть участки поверхностей второго порядка, проекции которых на одну из координатных плоскостей системы главных осей ограничены выпуклыми четырехугольниками. Каждый БПЭ модели может находиться в двух состояниях - реальном и экранирующем. В первом случае элемент описывает действительный участок поверхности цели, во втором - изымает участок поверхности, формируя, таким образом, на объекте выемки (отверстия) сложной конфигурации.

Принцип граничного представления (ГП) в системе реализован в виде явного математического описания множества БПЭ модели, связанных отношениями инцидентности в определенный граф смежности. Переход от КГМ к ГП трехмерного объекта осуществляется с помощью объектно-ориентированной библиотеки геометрического моделирования. Ее процедуры и процедуры-функции (написанные на языке высокого уровня C/C++ или FORTRAN) выполняют все необходимые топологические преобразования над БПЭ. В итоге у разработчика имеется возможность программировать геометрическую модель цели на языке высокого уровня. Результатом компиляции, компоновки и выполнения соответствующего программного модуля является текстовый файл, формат записей которого содержит параметры модели. Помимо библиотеки геометрического моделирования программное обеспечение системы включает в себя набор алгоритмов анализа затенений - маскировки точек на поверхности объекта локации, поиска и идентификации параметров геометрических мест точек в виде действительных ребер, вершин и многогранных вогнутых структур цели, а также ее визуализации с любого наперед заданного ракурса. Последнее позволяет разработчику в интерактивном режиме добавлять или удалять БПЭ модели и корректировать их параметры.

Второй этап цифрового моделирования переходной характеристики связан с необходимостью аналитического описания индикатрис коэффициентов яркости покрытий объекта в заданном спектральном диапазоне. Экспериментальные измерения показали [10-16], что направленная составляющая индикатрисы формируется в значительной степени за счет отражения излучения случайно ориентированными зеркальными микрогранями шероховатой поверхности покрытия и, т.е. может быть описана моделью Бугера. Рассеяние излучения в приповерхностном слое покрытия учитывается добавлением к направленной диффузной составляющей, подчиняющейся закону Ламберта. Такая двухкомпонентная модель коэффициента яркости, представленная в работе [17], весьма удобна при расчетах на компьютере. Для однопозиционной локации она имеет вид:

$$\zeta_{\lambda}(\psi)\cos\psi = f(\psi|k_{B},k_{R})G(\psi) + k_{D}\cos\psi; \ f(\psi|k_{B},k_{R}) = \frac{k_{B}k_{R}^{2}}{1 + (k_{R}^{2} - 1)\cos^{2}\psi}, (2)$$

~

где $G(\psi)$ - функция, учитывающая влияние затенения луча микро-гранями шероховатой поверхности. Ее оценка, основанная на решении специальной задачи теории выбросов случайных процессов, получена в работе [18]; $f(\psi|k_B,k_R)$ - функция распределения площадей микро-граней, случайно ориентированных в пространстве. Эта функция аппроксимирована эллипсоидом вращения, степень сжатия которого относительно глобальной нормали к поверхности управляется параметром k_R . По критерию вычислительных затрат данная модель более экономична по сравнению с экспоненциальной моделью, предложенной в работе [19]; k_B,k_D,k_R - числовые значения параметров, приводящие модель (2) в соответствие с экспериментом [20].

Заключительным этапом цифрового моделирования ПХ является численное интегрирование по облученной поверхности цели. Исследование объектов локации с зеркальными покрытиями и сложной конфигурацией, геометрические образы которых содержат до сотни пространственных элементов, приводит к необходимости применения адаптивного кубатурного алгоритма вычисления выражения (1).

2. АДАПТИВНЫЙ КУБАТУРНЫЙ АЛГОРИТМ.

Подынтегральная функция в (1) зависит от времени. Поэтому сетка интегрирования, в общем случае, также зависит от момента времени, для которого выполняется расчет значения ПХ объекта. Однако учет указанной зависимости значительно усложняет процедуру численного интегрирования. Адаптивную сетку рационально формировать для подынтегрального выражения в (1), соответствующего значению ЭПР при стационарном облучении объекта:

$$A(\alpha,\beta) = \Re(T|\alpha,\beta) = \int_{-R}^{R} \int_{-R}^{R} \delta(y,z) \zeta_{\lambda}(\psi|y,z) \cos \psi \, dy \, dz , \qquad (3)$$

т.е. величине, равной площади равномерно, диффузно и без потерь отражающего щита, установленного перпендикулярно падающему потоку и создающего в точке приёма в направлении обратного отражения ту же облучённость приёмника, что и цель. В формуле (3)

$$T = T(\alpha, \beta) = 2\left\{x_{\max}(y, z) - x_{\min}(y, z)\right\} / c$$
(4)

- выраженный в единицах времени, размер объекта с фиксированного ракурса.

Адаптивная процедура интегрирования реализована на основе методов, изложенных в [21]. Эта процедура, подобно алгоритму Варнока, автоматически выбирает сетку интегрирования различных размеров, грубую там, где подынтегральная функция $f(y,z) = \delta(y,z)\zeta_{\lambda}(\psi|y,z)\cos\psi$ в выражении (3) меняется медленно, и мелкую в областях ее быстрого изменения. В процессе вычислений квадратная область интегрирования, полученная на более раннем этапе вычислений, делится на четыре равные частные области. Когда на частной области достигается заданная точность интегрирования, деление этой области в дальнейшем не производится и выполняется переход к следующей частной области. Ясно, что результирующее значение интеграла можно представить суммой значений интегралов по частным областям

$$A = \sum_{i=1}^{N} A_{i} = \sum_{i=1}^{N} \int_{z_{i}^{(0)} - \frac{\Delta_{i}}{2}}^{z_{i}^{(0)} + \frac{\Delta_{i}}{2}} \int_{y_{i}^{(0)} - \frac{\Delta_{i}}{2}}^{y_{i}^{(0)} + \frac{\Delta_{i}}{2}} f(y, z) dy,$$
(5)

где $y_i^{(0)}, z_i^{(0)}$ - координаты центра i - ой частной области интегрирования (**рис. 2**), Δ_i - размер стороны частной области интегрирования, N - количество частных областей интегрирования.



Рис. 2. Формирование адаптивной сетки интегрирования.

Используя кубатурную формулу Симпсона, полученную двукратным применением соответствующей квадратурной формулы, вычислим приближение к интегралу на частной области двумя разными способами: с шагом $\Delta_i/2$ (рис. 2.а) и с шагом $\Delta_i/4$ (рис. 2.б). В первом случае получим

$$P_{i} = \frac{\Delta_{i}^{2}}{36} \sum_{j=-1}^{1} \sum_{k=-1}^{1} c_{jk} f(y_{i}^{(2j)}, z_{i}^{(2k)}); \quad ||c_{jk}|| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}; \quad y_{i}^{(2j)} = y_{i}^{(0)} + 2j\Delta_{i}/4, \quad (6)$$

Второе, более точное приближение к интегралу, получается делением частной области интегрирования на четыре части и применением формулы (6) к каждой из полученных областей (рис. 2.б)

$$Q_{i} = \sum_{m=0}^{1} \sum_{n=0}^{1} \frac{\Delta_{i}^{2}}{144} \sum_{j=-1}^{1} \sum_{k=-1}^{1} c_{jk} f(y_{i}^{(2m-1+j)}, z_{i}^{(2n-1+k)}); \quad \begin{array}{l} y_{i}^{(2m-1+j)} = y_{i}^{(0)} + (2m-1+j)\Delta_{i}/4\\ z_{i}^{(2n-1+k)} = z_{i}^{(0)} + (2n-1+k)\Delta_{i}/4 \end{array}.$$
(7)

Первая формула получена для одного элементарного участка области интегрирования (рис. 2.а) и требует 9-ти значений подынтегральной функции. Вторая - охватывает четыре элементарных участка (рис. 2.б) и необходимо выполнить 16 дополнительных вычислений подынтегрального выражения по отношению к значениям, реализуемых в первой формуле.

3. КРИТЕРИИ СХОДИМОСТИ АЛГОРИТМА.

Сравнивая два приближения, можно получить оценку точности приближения Q_i . Пусть f(y,z) имеет производные, непрерывные до второго порядка включительно. Тогда, раскладывая подынтегральную функцию в двукратный ряд Тейлора относительно середины частной области ($y_i^{(0)}, z_i^{(0)}$), и ограничиваясь членами второго порядка, получим, что интеграл A_i по частной области равен

$$A_{i} = \Delta_{i}^{2} f(y_{i}^{(0)}, z_{i}^{(0)}) + \Delta_{i}^{2} \{ f_{yy}^{"}(y_{i}^{(0)}, z_{i}^{(0)}) + f_{zz}^{"}(y_{i}^{(0)}, z_{i}^{(0)}) \} / 24 + \dots,$$
(8)

а приближение к интегралу суть

$$\mathbf{P}_{i} = \Delta_{i}^{2} \mathbf{f}_{i}(\mathbf{y}_{i}^{(0)}, \mathbf{z}_{i}^{(0)}) + \Delta_{i}^{4} \{ \mathbf{f}_{yy}^{"}(\mathbf{y}_{i}^{(0)}, \mathbf{z}_{i}^{(0)}) + \mathbf{f}_{zz}^{"}(\mathbf{y}_{i}^{(0)}, \mathbf{z}_{i}^{(0)}) \} / 72 + \dots$$
(9)

Из (8) и (9) следует, что ошибка первого приближения равна

$$P_{i} - A_{i} = -\Delta_{i}^{4} \{ f_{yy}^{(0)}(y_{i}^{(0)}, z_{i}^{(0)}) + f_{zz}^{''}(y_{i}^{(0)}, z_{i}^{(0)}) \} / 36 + \dots$$
(10)

Поскольку приближение Q_i получено четырёхкратным применением формулы (6), то, используя (10), получим

$$A_{i} - Q_{i} = \frac{\Delta_{i}^{4}}{576} \sum_{m=0}^{1} \sum_{n=0}^{1} \left\{ f_{yy}''(y_{i}^{(2m-1)}, z_{i}^{(2n-1)}) + f_{zz}''(y_{i}^{(2m-1)}, z_{i}^{(2n-1)}) \right\} + \dots,$$
(11)

где $y_i^{(2m-1)} = y_i^{(0)} + (2m-1)\Delta_i/4$, $z_i^{(2n-1)} = z_i^{(0)} + (2n-1)\Delta_i/4$. При достаточно гладкой второй производной имеем

$$\sum_{m=0}^{1} \sum_{n=0}^{1} \{ f_{yy}''(y_i^{(2m-1)}, z_i^{(2n-1)}) + f_{zz}''(y_i^{(2m-1)}, z_i^{(2n-1)}) \} \approx 4 \{ f_{yy}''(y_i^{(0)}, z_i^{(0)}) + f_{zz}''(y_i^{(0)}, z_i^{(0)}) \}.$$

Тогда из (10) и (11) следует, что ошибка ($Q_i - A_i$) более точного приближения Q_i связана с разностью ($P_i - Q_i$) соотношением $Q_i - A_i \approx (P_i - Q_i)/3$. Поскольку

результирующее значение интеграла представляет собой сумму значений интегралов по частным областям, то ошибка на частной области будет приемлемой, если выполняется условие

$$|\mathbf{P}_{i} - \mathbf{Q}_{i}|/3 \le \Delta_{i}^{2} \mathbf{E}_{a \delta c} / (4 \mathbf{R}^{2}),$$
 (12)

где E_{абс} - заданная абсолютная ошибка интегрирования по всей области. В этом случае приближение Q_i принимается в качестве значения интеграла A_i. В противном случае частная область разбивается на четыре части и описанная процедура применяется последовательно к каждой из полученных частей. При этом используются значения подынтегральной функции, полученные на предыдущем этапе вычислений.

Критерий (12) достижения заданной точности интегрирования получен в предположении непрерывности производных первого и второго порядка от интегрируемой функции. Подынтегральное выражение в (3) для сложных геометрических моделей, как правило, не удовлетворяет этому требованию. Поэтому на границах разрыва производных следует ограничивать процесс деления области интегрирования, устанавливая в адаптивной программе нижнюю границу для размера Δ_i частной области интегрирования.

Условие (12) использует значение допустимой абсолютной ошибки интегрирования E_{абс}. Если задана граница для относительной точности интегрирования E_{отн}, то рационально использовать критерий вида

$$|\mathbf{P}_{i} - \mathbf{Q}_{i}|/3 \le \Delta_{i}^{2} \mathbf{E}_{oth} \{\mathbf{Q}_{0} + \sum_{q=1}^{i} (\mathbf{Q}_{q} - \mathbf{P}_{q})\} / (4\mathbf{R}^{2}), \qquad (13)$$

где сумма в правой части представляет собой текущую оценку интеграла, полученную на основе предыдущих вычислений. Эта оценка постоянно уточняется в процессе интегрирования.

Поскольку начальные оценки интеграла в (13) являются довольно грубыми, в адаптивной программе следует предусматривать принудительное деление области интегрирования, обеспечивающее интегрирование с шагом, не превышающим заданную верхнюю границу. Проведённые расчёты показали, что критерий сходимости (13) в ряде случаев не обеспечивает интегрирование с заданной точностью. Поэтому условие (13) целесообразно дополнить критерием вида $|P_i - Q_i|/3 \le E_{oth}Q_i$, выравнивающим, в конечном итоге, распределение ошибки по области интегрирования.

4. ОЦЕНИВАНИЕ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ.

Адаптивная процедура численного интегрирования весьма эффективна при расчёте ПХ объекта, поскольку в автоматическом режиме позволяет идентифицировать на поверхности цели локальные области интенсивного отражения. Применение формул численного интегрирования (5) - (7) к (1), дает:

$$\mathbf{k}(t \mid \alpha, \beta) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta_{i}^{2}}{144} \sum_{m=0}^{1} \sum_{n=0}^{1} \sum_{j=-1}^{1} \sum_{k=-1}^{1} c_{jk} U \left[t - 2 \frac{L_{0} - x(y_{i}^{(2m-1+j)}, z_{i}^{(2n-1+k)})}{c} \right] \times f(y_{i}^{(2m-1+j)}, z_{i}^{(2n-1+k)}).$$

В разработанном программном обеспечении данная формула применялась к частным областям, полученным при интегрировании функции f(y,z), соответствующей стационарным условиям облучения объекта. Шаг расчёта ПХ по времени выбирался фиксированным и равным 4R / (500c), что обеспечивало разрешение по дальности (цели с габаритами 2R) равное 2R / 500.

ПХ объекта содержит в себе информацию об энергетических свойствах цели, ее размерах и форме. Энергетические свойства описывает пространственная диаграммой ЭПР для условий стационарного облучения объекта, а их количественная оценка определяется выражением (3). Размеры цели для различных ракурсов определяет пространственная диаграмма, заданная выражением (4). Таким образом, информацию о форме объекта содержит нормированная ПХ вида:

$$h(\tau | \alpha, \beta) = \Re(t | \alpha, \beta) / A(\alpha, \beta); \quad \tau = t / T(\alpha, \beta).$$
(14)

Отметим, что как аргумент τ , так и сама функция $h(\tau | \alpha, \beta)$ варьируются в стандартном интервале [0,1]. В качестве примера на **рис. 3.а** представлена мо-

дельная нормированная ПХ истребителя МИГ-23 со штатным камуфлирующим лакокрасочным покрытием для условий облучения $\alpha = 16^{\circ}$; $\beta = 16^{\circ}$.



Рис. 3.а. Нормированная ПХ (кривая 1) истребителя МИГ-23.

С этого ракурса ЭПР объекта $A(\alpha,\beta)$ и его размер $T(\alpha,\beta)$ принимают значения 1,883 м² и 88,32 нс. Рисунок **3.6**, на котором приведено изображение, синтезированное для указанного ракурса цели, позволяет лучше интерпретировать расчетные данные.

Интеграл Дюамеля относительно ПХ объекта и зондирующего импульса $i_s(t)$, заданной формы и конечной длительности t_s , формирует временной профиль импульса, отраженного с заданного ракурса $i_R(t|\alpha,\beta)$. При нестационарном облучении цели, когда $t_s < T(\alpha,\beta)$, получим

$$i_{R}(t|\alpha,\beta) = \int_{V_{\min}(t)}^{V_{\max}(t)} i_{S}(t-v)d\{\mathcal{K}(v|\alpha,\beta)\},$$
(15)

где интеграл понимается в смысле Стильтьеса [22], а пределы интегрирования варьируются в зависимости от значения временного отсчета



Рис. 3.б. Синтезированное изображение истребителя МИГ-23 со штатным камуфляжем.

Результаты цифрового моделирования показывают (рис. 3.а), что переходная характеристика объекта представляет собой, в общем случае, сумму двух функций $\mathbf{\hat{R}}(t|\alpha,\beta) = \mathbf{\hat{R}}_{CONT}(t|\alpha,\beta) + \mathbf{\hat{R}}_{DISC}(t|\alpha,\beta)$. Первая представляет собой непрерывную дифференцируемую компоненту. Ее производная по времени - суть импульсная характеристика объекта $\mathbf{\hat{R}}_{CONT}(t|\alpha,\beta) = d \{\mathbf{\hat{R}}_{CONT}(t|\alpha,\beta)\}/dt$, то есть его реакция на зондирующий импульс в виде дельта функции. Вторая составляющая - суть исключительно разрывная функция, состоящая из последовательности упорядоченных по времени $T_1^{(S)}(\alpha,\beta) < T_2^{(S)}(\alpha,\beta) < < T_{N(\alpha,\beta)}^{(S)}(\alpha,\beta)$ скачков $A_n^{(S)}(\alpha,\beta)$ ПХ

$$\mathscr{W}_{\text{DISC}}(t|\alpha,\beta) = \sum_{n=1}^{N(\alpha,\beta)} A_n^{(S)}(\alpha,\beta) U\{(t-T_n^{(S)}(\alpha,\beta)\}.$$

Физически $A_n^{(S)}(\alpha,\beta)$ представляет собой ЭПР локального участка интенсивного отражения (Shield) поверхности цели, расположенного на относительном удалении $cT_n^{(S)}(\alpha,\beta)/2$ для заданного ракурса (α,β). Иными словами выражение (15) приобретает вид

$$i_{R}(t|\alpha,\beta) = \int_{V_{min}(t)}^{V_{max}(t)} (v|\alpha,\beta) i_{S}(t-v) dv + \sum_{n=1}^{N(\alpha,\beta)} A_{n}^{(S)}(\alpha,\beta) \cdot i_{S}\{t-T_{n}^{(S)}(\alpha,\beta)\}.$$
(16)

Ясно, что при стационарном облучении цели, когда $t_s \ge T(\alpha, \beta)$, отраженный импульс с точностью до значения ЭПР совпадает с зондирующим, то есть $i_R(t|\alpha,\beta) = A(\alpha,\beta)i_s(t)$.

5. ИНТЕГРАЛЬНЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ОТРАЖЕННЫХ ИМПУЛЬСОВ.

Явное выражение для временного профиля импульса, отраженного объектом локации с заданного ракурса i_R(t|α,β) получим в соответствии с формулами (1), (16) и фильтрующим свойством дельта функции

$$i_{R}(t|\alpha,\beta) = \int_{-R}^{R} \int_{-R}^{R} f_{CONT}(y,z) dy dz + \sum_{n=1}^{N(\alpha,\beta)} A_{n}^{(S)}(\alpha,\beta) \cdot i_{S}\{t - T_{n}^{(S)}(\alpha,\beta)\};$$
(17)
$$f_{CONT}(y,z) = \left[\delta(y,z)i_{S}\{t - 2\frac{L_{0} - x(y,z)}{c}\}\zeta_{\lambda}(\psi|y,z)\cos\psi\right]_{CONT},$$

где интегрируется регулярная часть двумерной функции яркости, в которой отсутствуют ее скачки. Пусть зондирующий импульс конечной длительности t_s удовлетворяет дополнительному условию нормировки $\max_t \{i_s(t)\} = 1$. В этом случае при стационарном облучении цели справедливо равенство $\max_t \{i_R(t|\alpha,\beta)\} = A(\alpha,\beta) \max_t \{i_s(t)\} = A(\alpha,\beta)$. Иными словами временные отсчеты отраженного импульса $i_R(t|\alpha,\beta)$ имеют размерность m^2 , а его амплитуда (наибольшее значение) - суть ЭПР. Отражательную характеристику (17) для указанного правила нормировки будем называть импульсной ЭПР объекта и обозначать $A_{t_s}(t|\alpha,\beta)$. В качестве примера на **рис. 4** представлены временные профили импульсной ЭПР аэрокосмического корабля Space Shuttle, облучаемого



направлении $\alpha = 0^{\circ}$; $\beta = 11,25^{\circ}$.

гауссовскими нормированными импульсами $i_s(t)$ различной длительности t_s в



г) $t_s = 200 \text{ нс}$



С этого ракурса ЭПР для стационарного облучения $A(\alpha,\beta)$ принимает значение $32,585 \text{ M}^2$. Моделирование проводилось для гипотетического диффузного покрытия с коэффициентом преломления $n_{\lambda} = 1,57$ и параметрами модели коэффициента яркости (2) $k_B = 0$; $k_D = 0,93$; $k_R = 0$ - для верхней части корабля и $k_B = 0$; $k_D = 0,2$; $k_R = 0$ - для его нижней части. Глубина деления адаптивной сетки интегрирования двумерной функции яркости по координатам у и z картинной плоскости задавалась равной 4 и 5. Результаты расчетов сведены в **таблицу 1**.

t _s [hc]	20	50	100	200
$A_{t_{S}}^{(max)}[M^{2}]$	5,96	10,7	13,636	17,833
Е _{отн} [%]	5,24	5,24	4,926	4,926
Вычислений функции	601	601	1497	1497
Областей интегрирования	28	28	70	70

Таблица 1. Результаты моделирования импульсной ЭПР.

Соответствующие сечения пространственной диаграммы импульсной ЭПР $A_{t_s}^{(max)}(\alpha,\beta) \times 10^{-1}$ аэрокосмического корабля плоскостями тангажа ($\alpha = 0^\circ$; $-180^\circ < \beta \le 180^\circ$), курса ($0^\circ < \alpha \le 180^\circ$; $\beta = 0^\circ$) и крена ($\alpha = 90^\circ$; $-90^\circ < \beta \le 90^\circ$) для длительности зондирующего импульса t_s = 20 нс (кривая 1) и стационарных условий облучения (кривая 2) представлены на **рис. 5**.







б)



Рис. 5. ЭПР корабля Space Shuttle $A_{t_s}^{(max)}(\alpha.\beta) \times 0,1$ в плоскостях: тангажа - а), курса - б) и крена - в) для диффузного покрытия.

Рисунки 6.а - 6.г иллюстрируют существенную зависимость импульсной ЭПР корабля от характера рассеяния оптического излучения его покрытием. Здесь представлены временные профили $A_{t_s}(t|\alpha,\beta)$ для ярко выраженного направленно - рассеивающего гипотетического покрытия и $t_s = 20$; 50; 100 и 200 нс. Индикатрисы коэффициентов яркости задавались в этом случае значениями параметров $k_B = 8$; $k_D = 0.83$; $k_R = 0.02$ - для верхней части цели и $k_B = 2$; $k_D = 0.2$; $k_R = 0.02$ - для ее нижней части.





 Γ) t_s = 200 нс

Рис. 6. Импульсная ЭПР корабля Space Shuttle для "зеркального" покрытия.

Соответствующие сечения пространственной диаграммы импульсной ЭПР $A_{t_s}^{(max)}(\alpha,\beta) \times 10^{-1}$ объекта плоскостями тангажа, курса и крена представлены на **рис. 7**. Видно, что при отражении короткого импульса от протяженной цели его временной профиль существенно искажается. Это приводит к уменьшению наибольшего значения импульсной ЭПР в три - четыре раза по сравнению со стационарными условиями облучения объекта. Переход от диффузных к направленно - рассеивающим покрытиям увеличивает диапазон изменения ЭПР и ее наибольшее значение более чем в два раза.

В ряде случаев построение моделей реального времени ЭПР цели рационально осуществлять на основе интегрального метода анализа импульсов [23]. В этой связи, практический интерес представляет исследование обобщенной амплитуды $a_{t_s}(\alpha,\beta) = v_2/v_1$ и длительности $\tau_{t_s}(\alpha,\beta) = v_1^2/v_2$ импульсной ЭПР. Здесь $v_n = v_n(\alpha,\beta) = \int_0^{T(\alpha,\beta)+t_s} A_{t_s}^n(t|\alpha,\beta)dt$, (n =1,2) начальные моменты n - ого порядка отражательной характеристики. Упрощение состоит, очевидно, в замене сложного временного профиля $A_{t_s}(t|\alpha,\beta)$ эквивалентным прямоугольным с амплитудой $a_{t_s}(\alpha,\beta)$ и длительностью $\tau_{t_s}(\alpha,\beta)$.



Рис. 7. ЭПР корабля Space Shuttle $A_{t_s}^{(max)}(\alpha,\beta) \times 0,1$ в плоскостях: тангажа - а), курса - б) и крена - в) для "зеркального" покрытия.

Критерии эквивалентности обеспечивают равенство площадей $v_1 = a_{t_s}(\alpha,\beta)\tau_{t_s}(\alpha,\beta)$ и энергий $v_2 = a_{t_s}^2(\alpha,\beta)\tau_{t_s}(\alpha,\beta)$ реального и модельного импульсов. Первый критерий целесообразно представить в форме

$$v_1 = a_{t_s}(\alpha,\beta)\tau_{t_s}(\alpha,\beta) = \int_0^{T(\alpha,\beta)+t_s} A_{t_s}(t|\alpha,\beta)dt = A(\alpha,\beta)\int_0^{t_s} i_s(t)dt,$$

удобной для дальнейшего анализа. Следствием этого равенства является, прежде всего, функциональная нелинейная зависимость

$$\tau_{t_{S}}(\alpha,\beta) = A(\alpha,\beta) \int_{0}^{t_{S}} i_{S}(t) dt / a_{t_{S}}(\alpha,\beta).$$
(18)

Последняя показывает, что построение интегральной модели реального времени импульсной ЭПР объекта локации сводится к исследованию статистических характеристик системы двух случайных величин A(α,β) и a_t(α,β).

6. УСТАНОВКА ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.

В оптической локации условия дальней зоны выполняются по параметрам шероховатости покрытия цели. Поэтому для физического моделирования ПХ объектов необходимо соблюдать принцип дифракционного подобия полей, рассеянных объектом и его масштабной моделью. Указанный принцип обуславливает требования, предъявляемые к оптическим характеристикам моделирующей установки и модели цели. Установка должна обеспечивать идентичность углов облучения и приема по сравнению с локатором. Это условие характерно для дифференциального способа измерения ПХ объекта, при котором осуществляется последовательно - параллельное сканирование модели объекта узким лучом лазера. В сканирующих установках [**3**, **4**], построенных по безбазовой схеме, имеет место однопозиционный прием отраженных сигналов в близких к реальным апертурном угле и угле поля зрения. Расходимость диаграммы направленности излучателя установки близка к расходимости локатора. Второй характерной особенностью дифференциального способа является наличие равносигнальной зоны, то есть такого участка в общей области полей излучения и приема установки, в котором измеряемый сигнал инвариантен к расстоянию от излучателя и приемника до точки отражения.

Требования к оптическим характеристикам модели цели заключаются в достаточно подробном воспроизведении в масштабе копи объекта локации и имитации характеристик рассеяния его покрытия. Известно, что для фотометрических моделей целей, имеющих диффузные и направленно - рассеивающие покрытия, условия дальней зоны состоят в выполнении неравенства $\psi/\theta_{0.5} << 4\pi$, где у - угол падения излучения на дифференциально малый участок модели, а θ_{0.5} - угловая ширина индикатрисы коэффициента яркости покрытия при отражении назад по половинному уровню. Оптическая схема сканирующей установки представлена рис. 8. Луч лазера, пройдя телескопическую насадку 2, служащую для формирования необходимых пространственных характеристик излучения, направляется зеркалом 3 на плоскопараллельную стеклянную пластину 4. Эта пластина является светоделителем, необходимым для создания безбазовой оптической схемы. Излучение, прошедшее светоделитель, попадает на фотометрическую модель цели. Часть излучения, рассеянного объектом исследования в направлении "назад", отражается от поверхности светоделителя и попадает на приемный объектив 6, в фокусе которого расположена диафрагма 7. Приемником излучения 9 основного канала служит фотоумножитель, перед которым установлен интерференционный фильтр 8. Лазер оснащен опорным каналом. Последний обеспечивает возможность текущего контроля нестабильности мощности зондирующего излучения. В состав опорного канала входят фотодиод и усилитель переменного тока. Для визуализации пучка подсвета использовался лазерный дальномер 12, оптическая ось которого с помощью плоскопараллельной пластины 13 совмещалась с оптической осью основного излучателя. Технические характеристики оптической сканирующей установки представлены в таблице 2.



Рис. 8. Оптическая схема сканирующей установки.

№ п/п	Наименование характеристики	Размер ность	Значение
1	Максимальный размер кадра	М	1,5x1
2	Максимальное число элементов в кадре	-	60´40
3	Расходимость излучения	рад	0,001
4	Апертура луча лазера	М	0,15×10 ⁻⁷
5	Угол приема излучения	рад	0,119×10 ⁻¹
6	Начало равносигнальной зоны	М	1,5
7	Конец равносигнальной зоны	М	3,585
8	Динамический диапазон измерений	дБ	60
9	Диапазон коэффициентов яркости	-	10 ⁻³ , 10 ⁻⁵
10	Погрешность измерений	%	7

Таблица 2. Технические характеристики установки.

7. ФОТОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА.

В качестве фотометрической модели цели исследовалась копия аэрокосмического корабля Space Shuttle, выполненная в масштабе 1:100 (M=100). Общий вид модели корабля представлен на **фото 1**.



Фото. 1. Фотометрическая модель корабля Space Shuttle в масштабе 1:100.

Угломерное устройство обеспечивало возможность поворота модели относительно направления подсвета на углы тангажа, курса и крена. Штатные теплозащитные покрытия (**T3II**) корабля имитировались лакокрасочными покрытиями (**ЛКII**) с оптическими свойствами на длине волны 1,06 мкм, подобными реальным. Белая эмаль воспроизводила "белые" плитки и гибкое ТЗП объекта (**LRSI** и **FRSI** в соответствии с обозначениями работы [**24**]). Смесь белой и черной эмалей имитировала углерод (**RCC**) и "черные" плитки (**HRSI**) ТПЗ. В **таблице 3** для указанных выше покрытий приведены значения направленно-полусферического коэффициента отражения $A_{\lambda 0}$ на длине волны 1,06 мкм; коэффициента яркости при нормальном облучении $\varsigma_{\lambda 0} = \varsigma_{\lambda}(0|y,z)$; угла половинной яркости $\theta_{0.5}$, а также значения параметров $k_{\rm B}$, $k_{\rm D}$, $k_{\rm R}$ двухкомпонентной модели (2), аппроксимирующей индикатрису коэффициента яркости покрытия при отражении назад. Из таблицы видно, что ЛКП достаточно хорошо воспроизводят характеристики рассеяния оптического излучения на длине

волны 1,06 мкм штатных ТПЗ корабля и, кроме того, удовлетворяют условию дальней зоны.

Покрытия	$A_{\lambda 0}$	$\varsigma_{\lambda 0}$	$\theta_{0,5}$	k _B	k _D	k _R
Размерность	-	-	град	-	-	-
Штатные						
FRSI (гибкое ТЗП)	0,89	0,92	>90	0,06	0,89	0,3946
LRSI (белая плитка)	0,94	0,95	>90	0	0,94	0
HRSI (черная плика)	0,225	0,31	>90	0,1	0,2	0,2373
RCC (углерод)	0,14	0,14	>90	0	0,14	0
Оптические аналоги						
Эмаль (белая)	0,92	0,95	>90	0	0,92	0
Эмаль (белая)+(черная)	0,20	0,20	>90	0	0,20	0

Таблица 3. Отражательные характеристики покрытий.

8. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ.

В соответствии с принципом дифракционного подобия на сканирующей установке проводились исследования ПХ транспортного аэрокосмического корабля Space Shuttle на длине волны 1,06 мкм.

На первом этапе осуществлялась дискретизация отражающей поверхности цели и анализ границы проекции фотометрической модели объекта на картинную плоскость. Визуализация границы выполнялась с помощью видимого излучения лазерного дальномера. Путем последовательно - параллельного сканирования луча видимого излучения в декартовой системе координат YOZ картинной плоскости считывались номера начала и конца строк n и столбцов m дифференциально малых участков поверхности модели. Пространственный шаг дискретизации выбирался равным диаметру пятна основного излучения $D_s = 0,025$ м, а элемент растра имел форму квадрата со стороной D_s . В результате предварительных измерений в пределах кадра установки формировались массивы $\delta_{nm} = \delta(y_n, z_m)$ и $x_{nm} = x(y_n, z_m)$. Первый представлял собой множество дискретных значений индикаторной функции. Массив x_{nm} содержал дискретные отсчеты абсцисс отражающей поверхности для фиксированного ракурса объекта.

На втором этапе экспериментальных исследований на предварительно полученном ортогональном растре измерялись дискретные отсчеты двумерной функции яркости при отражении назад $\zeta_{nm} = \zeta_{\lambda}(\psi_{nm} | y_n, z_m) \cos \psi_{nm}$ элементов поверхности модели цели в пределах его проекции на картинную плоскость. Измерения проводились методом сравнения с эталоном, в качестве которого применялось молочное стекло МС-20 с направленно-полусферическим коэф-фициентом отражения на длине волны 1,06 мкм $\rho_{3T} = 0,898$. Эталон располагался перпендикулярно направлению подсвета.

При сканировании на краях объекта пятно подсвета в некоторых случаях не вписывалось полностью в проекцию модели. В результате часть излучения рассеивалась поглощающим экраном, расположенным за объектом исследования и эталоном. Величина фонового отражения для каждого пятна, расположенного на границе проекции цели, - суть $u_{3KP}\{1-4\Delta S_{nm}/(\pi D_S^2)\}$. Здесь u_{3KP} - значение напряжения на выходе фотоприемного устройства, пропорционального яркости экрана, ориентированного перпендикулярно направлению подсвета и облученного пятном диаметра D_S ; ΔS_{nm} - площадь поперечного сечения части пятна, лежащей в пределах проекции модели. В соответствии с методом сравнения с эталоном яркость при отражении назад дифференциально малого участка поверхности модели с координатами в картинной плоскости { y_n, z_m } рассиять про формуле

$$\varsigma_{nm} = \frac{\rho_{\Im T}}{u_{\Im T}} \cdot \frac{u_{\Im T}^{(O\Pi)}}{u_{nm}^{(O\Pi)}} \left\{ u_{nm} - u_{\Im KP} \left(1 - \frac{4\Delta S_{nm}}{\pi D_s^2} \right) \right\},$$
(19)

где $u_{\Im T}^{(O\Pi)}$ и $u_{nm}^{(O\Pi)}$ - значения напряжений, пропорциональных мощности опорного канала установки при измерении яркости эталона и текущего элемента

поверхности модели; u_{эт} и u_{nm} - значения напряжений, пропорциональных яркости эталона и текущего элемента поверхности модели.

На заключительном этапе двумерная функция яркости модели объекта восстанавливалась по ее дискретным отсчетам. Полагая, что шаг дискретизации D_s достаточно мал для того, чтобы пространственный спектр Фурье функции $\varsigma_{\lambda}(\psi|y,z)\cos\psi$ был ограничен квадратной областью со стороной $2\pi/D_s$, следуя двумерной теореме отсчетов [25], получим

$$\varsigma_{\lambda}(\psi|y,z)\cos\psi = \sum_{n,m} \delta_{nm} \varsigma_{nm} \sin c \{d_{S}(y-nD_{S})\} \sin c \{d_{S}(z-mD_{S})\},\$$

где $\sin c(x) = \sin(x)/x$ и $d_s = \pi/D_s$, а суммирование осуществляется по элементам растра в пределах кадра установки. Интегрирование последнего выражения в соответствии с определениями ПХ объекта (1) и его ЭПР при стационарном облучении (3) дает

$$\mathbf{k}_{MOZ}(t) = D_{S}^{2} \sum_{n,m} \delta_{nm} \varsigma_{nm} U\{t + 2x_{nm}/c\}; A_{MOZ} = D_{S}^{2} \sum_{n,m} \delta_{nm} \varsigma_{nm}.$$

С учетом равенства масштабирования A = M²A_{мод} и выражения (19) расчетные формулы принимает следующий окончательно вид

$$\mathbf{\hat{R}}_{\mathcal{H}KC}(t) = (MD_{S})^{2}R_{\mathcal{H}T} \frac{\rho_{\mathcal{H}T}}{\mathbf{\hat{R}}_{O\Pi}} \sum_{n,m} \delta_{nm} \{u_{nm} - u_{\mathcal{H}KP}(1 - \frac{4\Delta S_{nm}}{\pi D_{S}^{2}})\} U\{t - \frac{2x_{nm}}{c}\};$$
(20.a)

$$A_{\Im KC} = (MD_{S})^{2} R_{\Im T} \frac{\rho_{\Im T}}{\mathcal{B}_{O\Pi}} \sum_{n,m} \delta_{nm} \{ u_{nm} - u_{\Im KP} (1 - \frac{4\Delta S_{nm}}{\pi D_{S}^{2}}) \}.$$
(20.6)

Здесь R_{эт} = $\langle u_{9T}^{(OII)}/u_{9T} \rangle$ - коэффициент привязки к эталону, равный отношению напряжений опорного и измерительного каналов, усредненному по нескольким измерениям яркости эталона; $\mathcal{L}_{OII} = \langle u_{nm}^{(OII)} \rangle$ - значение величины напряжения опорного канала, усредненное по нескольким измерениям яркости модели объекта.

9. СОПОСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ.

В соответствии с изложенной выше методикой на сканирующей установке исследовались ПХ аэрокосмического корабля Space Shuttle в плоскостях тангажа

и курса. Результаты измерений ЭПР, пересчитанные по формуле (20.6) с учетом масштабного коэффициента для реальных размеров объекта, сведены в **таблицу 4**.

Плоскость тангажа (α = 0)					
β[град]	$A_{\Im KC}$ [m ²]	A_{PAC} [m ²]	E [%]		
0	15,5	14,9	4		
30	97	94,6	2,5		
60	250	214	14,4		
90	256	248	3,1		
120	214	198	7,5		
150	89	87,6	1,6		
180	17	17,2	1,2		
210	24	28	15,4		
240	36	54	40		
270	72	76	5,6		
300	33	48	37		
330	22	30	31		
Плоскость курса (β = 0)					
α [град]	A_{3KC} [m ²]	$A_{PAC}[\mathbf{m}^2]$	E [%]		
0	15,2	14,9	1,7		
30	42	54,1	25		
60	93	103	10,2		
90	138	134	2,9		
120	100	102	2		
150	59	42,3	33		
180	17	17,2	1,2		

Таблица 4. Результаты моделирования ЭПР объекта.

Там же для сопоставления приведены значения A_{PAC} ЭПР корабля, полученные расчетным путем. Анализ относительной невязки $E = 100\% \cdot |A_{3KC} - A_{PAC}| / \sqrt{A_{3KC} \cdot A_{PAC}}$ расчетных и экспериментальных значений ЭПР цели показывает удовлетворительное согласие методов физического и ма-

тематического моделирования ЭПР аэрокосмического корабля Space Shuttle на длине волн 1,06 мкм. На **рис. 9** представлены экспериментально измеренная (2) и расчетная (1) нормированная переходная характеристика $h(\tau | \alpha, \beta)$ (14) корабля для ракурса объекта $\alpha = 90^{\circ}$ и $\beta = 45^{\circ}$.



Рис. 9. Нормированные ПХ Space Shuttle: (1) - расчетная, (2) - экспериментальная.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

В случае некогерентного приема адаптивные алгоритмы численного интегрирования по облучаемой и видимой поверхности 3D объекта идентифицируют локальные области интенсивного отражения оптического излучения на поверхности цели с минимальными вычислительными затратами. ПХ антропогенного объекта содержит информацию о его энергетических свойствах, размерах и форме. Отражение короткого импульса от протяженной цели приводит к уменьшению наибольшего значения импульсной ЭПР в три - четыре раза по сравнению со стационарными условиями облучения. Характер рассеяния оптического излучения существенно влияет на отражательные свойства целей/ Переход от диффузных к направленно - рассеивающим покрытиям увеличивает диапазон изменения ЭПР, а также ее наибольшего значений более чем в два раза. Экспериментальные исследования характеристик заметности антропогенных объектов со сложной электрофизической структурой и формой подтвердили корректность воспроизведения имитационной цифровой моделью физических закономерностей рассеяния волн в оптическом диапазоне спектра. Результаты лабораторных измерений на сканирующей установке ПХ и сечений ЭПР фотометрической модели аэрокосмического корабля Space Shuttle на длине волны 1,06 мкм демонстрируют хорошее согласие с расчетными данными. Относительная невязка данных, усредненная по ракурсам объекта не превысила 7%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

- 1. Матшин Р. М. Муртазин К. А., Непогодин И. А., Курочкина Е. Я. // Импульсная фотометрия. - Л. : Машиностроение, 1984. - Вып. 8. - С. 29-32.
- Непогодин И. А. // Импульсная фотометрия. Л. : Машиностроение, 1981. -Вып. 7. - С. 124-130.
- Samarsky A. A., Rodionov I. D., Knizhnikov M. Yu., Ponomaryov A. N. // Proceedings of the SPIE. - 1993. - V. 2107. - P. 476-494.
- Rodionov I. D., Rodionov A. I., Shilov I. B. // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. - 2001, A15043. - V. 471. - № 1-2. - P. 239-243.
- Сочинский В. П. // Оптико механическая промышленность. 1986. № 12. -С. 4-5.
- 6. Тымкул Л. В., Шуба Ю. А. // Оптико механическая промышленность. 1978.
 № 11. С. 11-13.
- Холопов Г. К. // Оптико механическая промышленность. 1982. № 3. С.
 7-10.
- Холопов Г. К., Шуба Ю. А. // Импульсная фотометрия. Л. : Машиностроение, 1984. - Вып. 8. - С. 26-28.
- Лабунец Л. В., Мусьяков М. П. и др. // Справочно-информационный бюллетень об алгоритмах и программах САПР. Информационный фонд ОФАП САПР Министерства машиностроения. М. : 1988.- Вып. 36.- Программа № 17208 СТУ.
- Гуревич М. М., Середенко М. М. // Оптико механическая промышленность. - 1975. - № 2. - С. 31-37.
- Лабунец Л. В., Мусьяков М. П., Решетко А. Д. // Вопросы специального машиностроения. - 1982. - Сер. 4. - Вып. 5(101). - С. 19-26.
- 12. Мазуренко М. М., Скрелин А. Л., Топорец А. С. // Оптико механическая промышленность. 1977. № 6. С. 26-33.
- Непогодин И. А., Мальчонок К. И., Тиранов Д. Т., Невзоров В. А. // Оптико механическая промышленность. - 1984. - № 3. - С. 19-24.

- 14. Топорец А. С. Исследование отражения света шероховатыми поверхностями и светорассеивающими средами. Доклад по опубл. работам, представленный на соискание ученой степени доктора физ. мат. наук. Л. : ГОИ, 1970. 54с.
- Топорец А. С. // Оптико механическая промышленность. 1979. № 1. С.
 34-46.
- 16. Torrance K. E., Sparrow E. M., Birkebak R. C. // JOSA. 1966. V. 56. № 7. P. 916-925.
- 17. Лабунец Л. В., Мусьяков М. П., Решетко А. Д. // Вопросы специального машиностроения. 1983. Сер. 4.- Вып. 1(109). С. 12-20.
- Лабунец Л. В. // Радиотехника и электроника. 2001.- Т. 46. № 4. С. 464-470.
- 19. Torrance K. E., Sparrow E. M. // JOSA. 1967. V. 57. № 9. P. 1105-1114.
- Лабунец Л. В. // Вопросы специального машиностроения. 1983.- Сер. 4.-Вып. 4(112). - С. 5-18.
- Forsythe G. E., Malcolm M. A., Moler C. B. Computer Methods for Mathematical Computations. - New York : Prentice Hall. - 1977.
- 22. Гливенко В.И. Интеграл Стильтьеса, М.-Л.: ОНТИ НКТП СССР. 1936. 216 с.
- Срязнов М. И. Интегральный метод измерения импульсов. М. : Сов. радио, 1975. - 280 с.
- 24. Cooper P. A., Holloway P. F. // Astronautics and Aeronautics. 1981. V. 19. №
 1. P. 24-34.
- Dudgeon D. E., Mersereau R. M., Multidimensional Digital Signal Processing. -New York : Prentice Hall, 1984.