

Мейерс моделирование СБЛ.

Лабунец Леонид Витальевич.

8.09.05. 1 лекция.

Моделирование вихринок вихре-
стбиль СБЛ.

1. построение шимпансионных
цифр. мер. см-нов, отражен-
ных от объектов со сложной
геометрической и эрм. структурой
и форма. Пампковые (напурные)
цифровки, центральные.

Моделируем физические
процессы отражением
локал - то изменение от
объектов.

Этот шимпансионный мер-л
- создаем мат. модель
пространственной корр-ции
3D объекта (применение
систем геометрического
моделирования)

- воспроизведение в волеис-
тельном эксперименте
закономерностей, связанных
отражением (физ. теория
дифракции мерпор. координат
разностей во вращенной и
частотной областях для реи-л
ур-ий Максвелла и методов
конечных элементов (методы
норм. уравнения)

Методы теорет. фотометрии
для лазерной оптики.

В темновой диафрагме:
модели направленной спек-
тральной энергии «свето-
объекта» (отличие от объекта от
абсолютно черного тела)

- симметрирование по
циркуляции пов-ти объекта,

⇒ адекватное алгоритма
циркуляции симметрирования -
пространственная связь
сиг-л с переменными шагами.

адекват. алгоритм позволяет
участки равномерной обра-
жения симметрировать
с большими шагами, а
зеркальное (симметричное
ображение) с маленькими
шагами.

- моделирование фона или
подстилающей поверхности

⇒ разработка модели
отражения от подстилаю-
щей поверхности:
спектральной модели
многочисленных спектральных
полей ⇒ метод сглаз.
моделирование для
создания алгоритма,
позволяющего рассчитать
существенное поле с заданными
вероятностно-спектральными
свойствами.

Имит. морем-морем 1-го
уровня (эталонное морем)
полностью имитирует
проводит не обязательно
⇒ не является морем
реального времени.

Основное достоинство:
позволяет в вох-он эскер-те
имитировать предметы-то
смакстиву локальных
сигналов.

Надежная стат-ка необходима
для построения морем
второго уровня-морем
"реального" времени.

2. Распр. морем реального времени
1. Методом (F)-методом
статистического моремрования

Задача: воспроизв-ие сущ.
процесса, стат-ки которого
архивированы исторически
данными

2. Методом - упрощение
фигур. морем отражения
(морем дискретизация отража-
емой - пример - для
описания РН кар - к 3D
объектов)

↓
конечное число амплитудных
и фазовых ...

Рабочая морем - морем
"реального" времени.

Основные
теории

полимедиа
дискретизации.

Для передачи в аналоговом процессе (сигнала) для передачи через цифровую канал, должен быть этап преобразования дискретизации.

Дискр.: непрерывный процесс → дискретная модель.

(д. моменты времени, пространств точек)
временная ред-дискр. сигнал.
Цифровое кодир-е - пример дискр. двумерного аналогового сигнала.

Параметры структуры
процессу дискр.:

- интервал дискретизации

Сущ. два противоречивых друг другу условия дискретизации:

1. обеспечить гарантированную точность воспроизведения аналогового сигнала по его дискретной модели.

2. обеспечить минимального объема памяти (увеличить скорость передачи) сигнала.

Задача восстановления
(реконструкции) непрерывного
сигнала по его дискр.
модели.

Теореме, при которой
ошибка воспроизв-ния
минимальна (нулевая).

Анализированный способ
построения модели -
методом дискрети-
зации непрерывного сигнала.

Задача интерполяции -
воспроизведение значения
непрерывного сигнала
максимально близко, не
совпадающее с моментами
дискретизации.

Интер-ция изображения -
расчет его интенсивности
в точке пространства,
несовпадающей с узлами
решетки.

Спектральная модель -
анализ Фурье - преобразование
(опишущее в частотной
области - спектр)
(нахождение на основе
с нужной частотой)

Модель нелинейной динамичес-
ких систем - позволяет
поставить в соответствие
местной динамике сигнал
уравнения.

+ теория динамич. хаоса.

Модели узкополосности процессов - это колебания (не обязательно периодичности) с медленно меняющейся амплитудой (обобщает) и медленно меняющейся фазой.

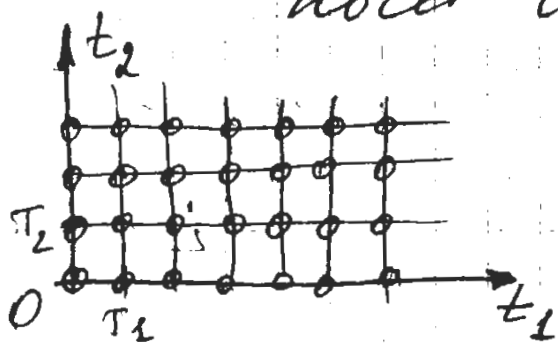
Методы спектрального анализа - рациональные алгоритмы - это матрицы и...

Методы анализа вейвлет преобразования (вейвлет)

Основной понятие теории дискретизации.

Иерархическая дискретизация на промежуточных растре.

$X_a(t_1, t_2)$ - непрерывный двумерный сигнал (аналоговый)



Ортогональный растр (сетка)
 T_1 и T_2 - периоды дискретизации

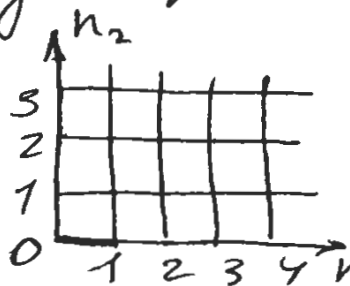
Дискретная модель имеет вид:

$$x(n_1, n_2) = x_a(n_1 T_1, n_2 T_2)$$

n_1 и n_2 - целочисл. индексы узлов раstra.

⇒ имеет два пространства:

- непрерывное n_r - во (t_1, t_2)
- дискретное (целочисленное) (n_1, n_2)



Конкр-ные раstra в исходном n_r - ве может быть 4.

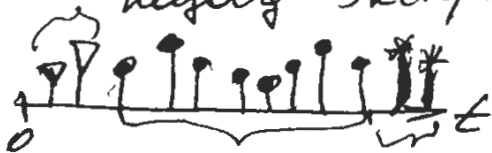
В целочисленном n_r - ве растр всегда ортогонален и имеет постоянный шаг, = 1.

Задача: реконструкция (интерполяция) непрерывного сигнала по дискретным значениям.

Задача (прогнозирование) экстраполяции. Т.к. область значений конечна.

Свернется к восстановлению сигнала за пределами опорной области экспериментальных измерений.

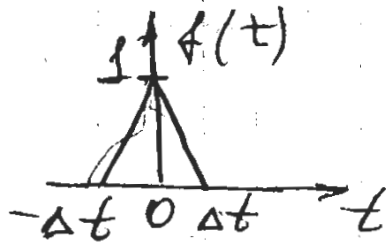
прогнозирование
назад - экстраполяция



экстраполяция
(прогнозирование вперед)

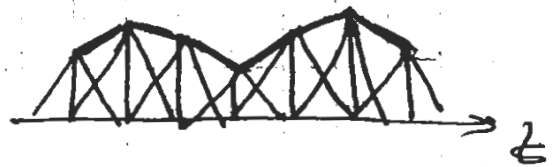
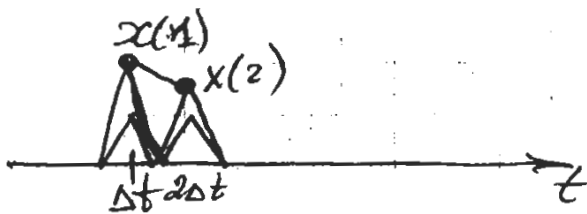
Мультиязычные модели (привлекательны) принцип наименьшего взаимодействия

В основе кусочно-линейной интерполяции лежит интеграл - а ф-ция треугольного вида.

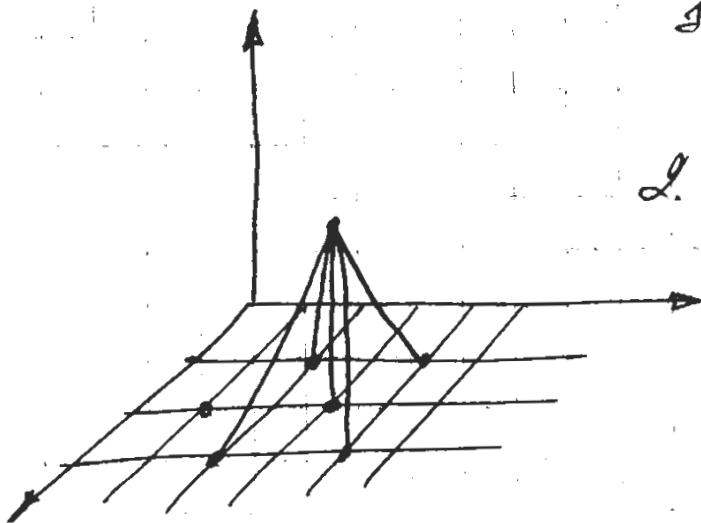
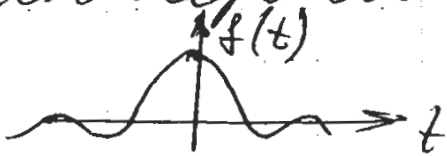


$$x_a(n\Delta t) = x(n)$$

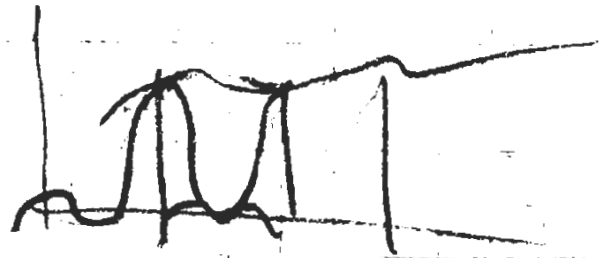
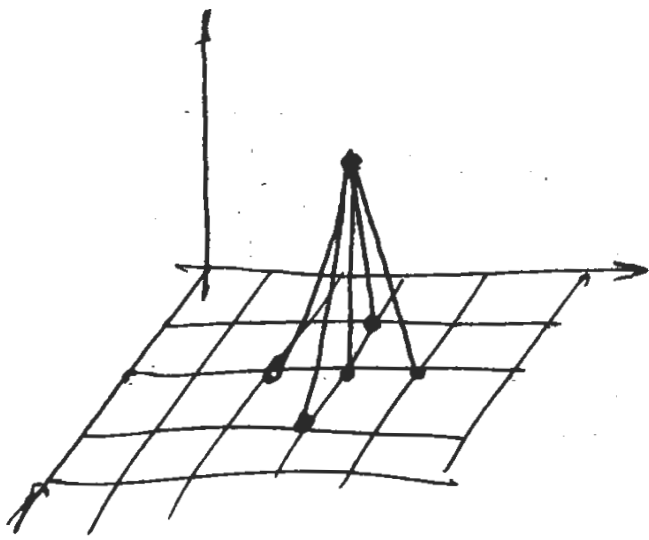
$$\sum_n x(n) * f(t - n\Delta t) \approx x_a(t)$$



В теории отсчетов интерполятор - а ф-ция $\frac{\sin \pi x}{x}$



1. Нужна дискретизация?
2. Вид интерполирующей ф-ции?



15.09.05. Лекция.

График. интерес представляют две задачи:

1. Какими образом связана спектр Фурье непрерывной сигнала и его дискретной модели.

2. Какими образом реконструировать непрерывной сигнал по его дискретной модели (как выбрать интервал дискретизации и интерполирующую функцию).

Задача 1:

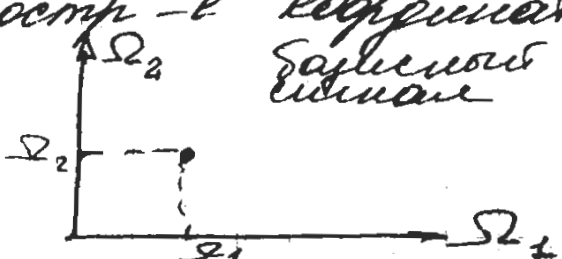
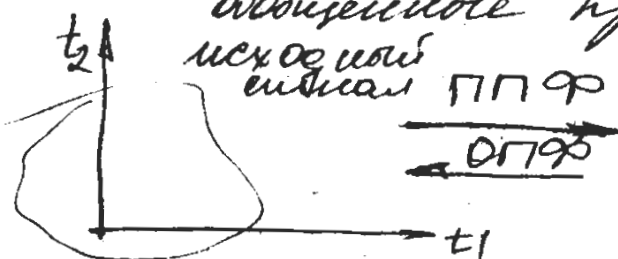
дискр. модель сообщения

$$x(n_1, n_2) = x_a(n_1 T_1, n_2 T_2)$$

Рассмотрим пару преобр. Фурье непрерывного сигнала.

$$x_a(t_1, t_2) \leftrightarrow \exp(-j\Omega_1 t_1 - j\Omega_2 t_2)$$

двухмерное пространство координат базисной сигнала



$$X_a(\Omega_1, \Omega_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} x_a(t_1, t_2) \exp(-j\Omega_1 t_1 - j\Omega_2 t_2) dt_1 dt_2$$

↑ взаимное преобразование Фурье (преобразование сигнала в частотной области)

ППФ

$$\text{ОПФ } x_a(t_1, t_2) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} X_a(\Omega_1, \Omega_2) \exp(j\Omega_1 t_1 + j\Omega_2 t_2) d\Omega_1 d\Omega_2$$

элементы монументов $d\Omega_1 d\Omega_2$
размерность фазы

Применим к ОПФ правило равномерной дискретизации.

$$\begin{aligned} x(n_1, n_2) &= x_a(n_1 T_1, n_2 T_2) = \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} X_a(\Omega_1, \Omega_2) \exp(j\Omega_1 T_1 n_1 + j\Omega_2 T_2 n_2) d\Omega_1 d\Omega_2 \end{aligned}$$

Реализуем подстановку:

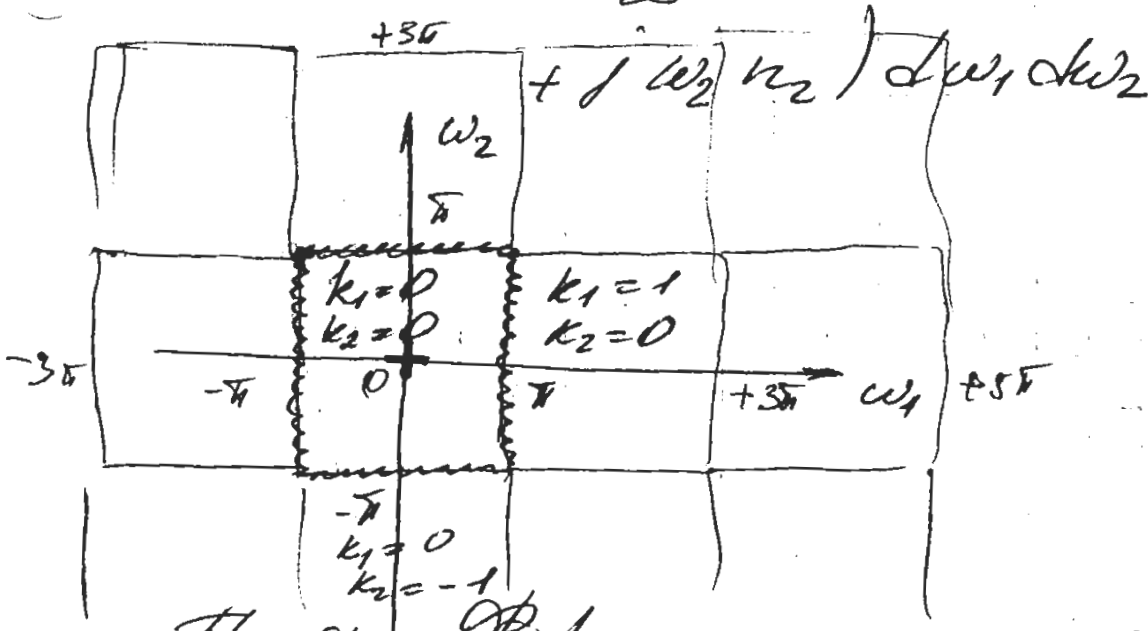
$$\omega_1 = \Omega_1 T_1; \quad \omega_2 = \Omega_2 T_2$$

$$\Rightarrow x_a(n_1, n_2) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} X_a(\Omega_1, \Omega_2) \exp(j\omega_1 n_1 + j\omega_2 n_2) d\Omega_1 d\Omega_2$$

При перестановке в многократ-е
интервалов не забыть эквивалент
преобразования:

$$J(\omega_1, \omega_2) = \begin{vmatrix} \frac{\partial \Omega_1}{\partial \omega_1} & \frac{\partial \Omega_1}{\partial \omega_2} \\ \frac{\partial \Omega_2}{\partial \omega_1} & \frac{\partial \Omega_2}{\partial \omega_2} \end{vmatrix} = \frac{1}{T_1 T_2}$$

$$x(n_1, n_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_a\left(\frac{\omega_1}{T_1}, \frac{\omega_2}{T_2}\right) \exp(j\omega_1 n_1 + j\omega_2 n_2) d\omega_1 d\omega_2$$



Требуемое Фурье преобразование — по сигналам
предназначается для — е в
пределах стандартной
область частотного
пространства от $-\pi$ до π по
каждому измерению.
Дополнительно — что для $-\pi$ задано
пространство разобьем на σ -ое
число стандартных доменов.

$SB(k_1, k_2)$ — текущая стандартная
ячейка — область,
в которой находится
ширина k_1 и k_2

$$SQ(k_1, k_2): \begin{cases} -\pi + 2\pi k_1 \leq \omega_1 \leq \pi + 2\pi k_1; \\ -\pi + 2\pi k_2 \leq \omega_2 \leq \pi + 2\pi k_2; \end{cases}$$

Сведем текущий элемент $SQ(k_1, k_2)$ в формулы.

$$\omega_1 = \omega_1 - 2\pi k_1 \quad (*)$$

$$\omega_2 = \omega_2 - 2\pi k_2$$

$$X_a(n_1, n_2) = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{k_1, k_2} \int_{SQ(k_1, k_2)} \frac{1}{T_1 T_2} X_a\left(\frac{\omega_1}{T_1}, \frac{\omega_2}{T_2}\right) \exp(j \dots)$$

С помощью подстановки (*), устраним зависимость оттергов по единицам, $SQ(k_1, k_2)$ от текущих индексов.

$$\omega_1 = \omega_1 + 2\pi k_1$$

$$\omega_2 = \omega_2 + 2\pi k_2$$

$$X_a(n_1, n_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{k_1, k_2} X_a\left(\frac{\omega_1 + 2\pi k_1}{T_1}, \frac{\omega_2 + 2\pi k_2}{T_2}\right) \times$$

$$\times \exp(j(\omega_1 + 2\pi k_1)n_1 + j(\omega_2 + 2\pi k_2)n_2)$$

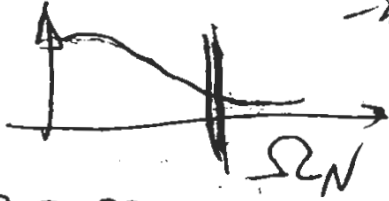
$$\left[d(\omega_1 + 2\pi k_1)(\omega_2 + 2\pi k_2) \right]$$

$$d\omega_1 d\omega_2 \quad X(\omega_1; \omega_2)$$

$$X_a(n_1, n_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{k_1, k_2} X_a\left(\frac{\omega_1 - 2\pi k_1}{T_1}, \frac{\omega_2 - 2\pi k_2}{T_2}\right) \times$$

$$\times \exp(j\omega_1 n_1 + j\omega_2 n_2) d\omega_1 d\omega_2$$

$$X_a(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\omega_1, \omega_2) \exp(j\omega_1 n_1 + j\omega_2 n_2) d\omega_1 d\omega_2$$



- ОДПФ для дискретного сигнала

Спектр Фурье дискретной модели непрерывного сигнала.

$$X(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{k_1, k_2=-\infty}^{\infty} X_a\left(\frac{\omega_1 - 2\pi k_1}{T_1}, \frac{\omega_2 - 2\pi k_2}{T_2}\right)$$

$$\begin{array}{l|l} \omega_1 = \Omega_1 T_1 & \Omega_1 = \frac{\omega_1}{T_1} \\ \omega_2 = \Omega_2 T_2 & \Omega_2 = \frac{\omega_2}{T_2} \end{array}$$

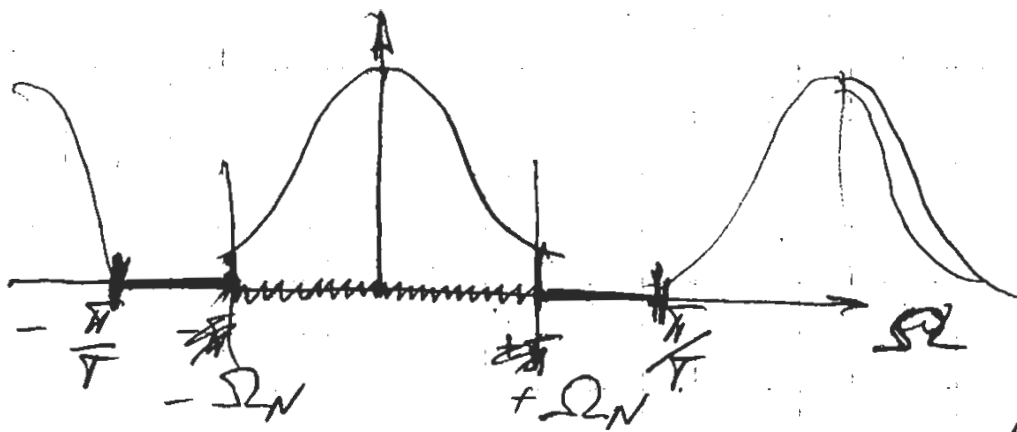
$$X(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{k_1, k_2=-\infty}^{\infty} X_a\left(\Omega_1 - \frac{2\pi k_1}{T_1}, \Omega_2 - \frac{2\pi k_2}{T_2}\right)$$

↑
спектр дискретного сигнала

↑
спектр непрерывного сигнала

Процедура дискретизации непрерывного сигнала в частотной области — все наоборот

1. периодичность — ну проявление спектра непрерывного сигнала
2. к наименьшему периодическому ~~и~~ разложению ~~и~~ конечной суммированию



- сигнал с конечной полосой

Если Δ конечной, част-та диапазон за пределами макс. Энергия сигнала ≈ 0 или пренебр. мала \Rightarrow сигнал с конечной полосой (с эффективной конечной полосой).

Рассмотрим случай малого интервала дискретизации.

$$\frac{\Delta\omega}{T} > \Omega_N$$

Процедура дискр-ции не исключает спек-тр. отсутствует эффект наложения спектров.

В альтернативном случае происходит наложение спектра исходного сигнала & его перевернутого прообразом. Концы не можем восстановить исходной сигнал по спектру

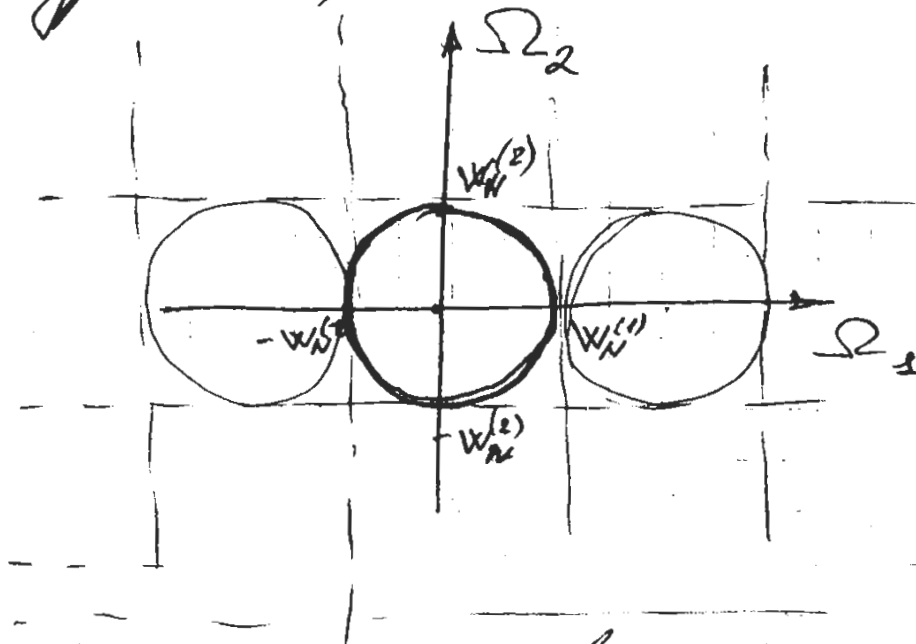
дискретной).

$T \in \frac{\mathbb{F}}{\Omega_N}$ - канонический сет

Для двумерного случая

$$T_1 \in \frac{\mathbb{F}}{\Omega_N(1)} \quad T_2 \in \frac{\mathbb{F}}{\Omega_N(2)}$$

~~Вывод:~~ Эффективное растр-
кач-во узлов оптимально
(минимальное кач-во
узлов, кот-е обеспечивает
любое целую ошибку
реконструкции, либо
ошибку реконс. заданного
уровня)



В случае ортогонального
растра наблюдается больше
область не заметной
ошибки и соответственно
исходного спектра и
его периодическими
предоусеждениями.

Задача проектирования
 эдп-го решётки состоит
 в оптимальной упаковке
 периодических продольных
 колебательных областей для
 спектра центр-го сигнала,
 при кот-ой кот-во
 пустых площадей будет
 минимально.

Реконструкция спектра
 непрерывной сигнала по
 спектру его мод (дискр.)

$$X_a(\Omega_1, \Omega_2) = \begin{cases} T_1 T_2 X(\Omega_1, \Omega_2) \\ 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$|\Omega_1| \leq \frac{\pi}{T_1}; \quad |\Omega_2| \leq \frac{\pi}{T_2}$$

→ в противном случае

до реконструированному
 спектру X_a вводится
 некоторый сигнал e по модулю 2π .

$$X_a(t_1, t_2) = \frac{T_1 T_2}{4\pi^2} \int_{-W_N^{(1)} - W_N^{(2)}}^{+W_N^{(1)} + W_N^{(2)}} X(\Omega_1, \Omega_2) \times$$

$$\downarrow \times \exp(j\Omega_1 t_1 + j\Omega_2 t_2) d\Omega_1 d\Omega_2$$

$$X(n_1, n_2)$$

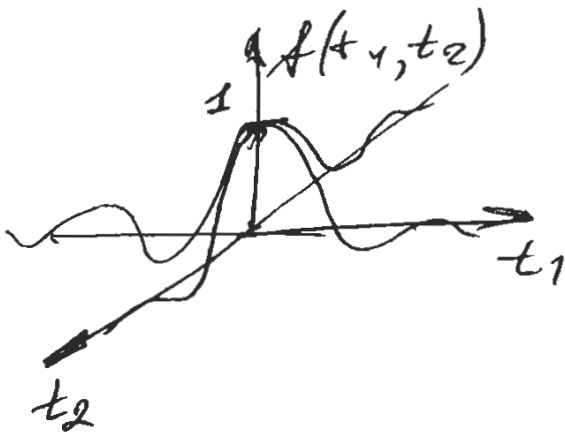
$$X(\Omega_1, \Omega_2) = \sum_{n_1} \sum_{n_2} X(n_1, n_2) \exp(-j\Omega_1 T_1 n_1 - j\Omega_2 T_2 n_2)$$

$$x_a(t_1, t_2) = \sum_{n_1} \sum_{n_2} a(n_1, n_2) \times$$

$$\times \frac{\sin\{\omega_n^{(1)}(t_1 - n_1 T_1)\}}{\omega_n^{(1)}(t_1 - n_1 T_1)} \cdot \frac{\sin\{\omega_n^{(2)}(t_2 - n_2 T_2)\}}{\omega_n^{(2)}(t_2 - n_2 T_2)}$$

интерференционный ф-р факт $f(t_1 - n_1 T_1, t_2 - n_2 T_2)$

$$f(t_1, t_2) = \frac{\sin \omega_n^{(1)} t_1}{\omega_n^{(1)} t_1} \cdot \frac{\sin \omega_n^{(2)} t_2}{\omega_n^{(2)} t_2}$$

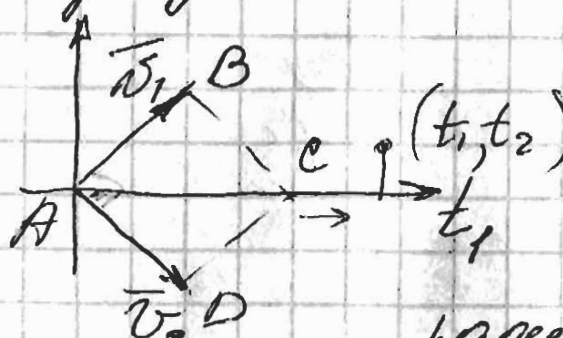


↑
интерференционный
фактор высоких
частот.

2.2. 08. 05. Гермогенная дискр - я при произвольном двумерном росте.

Обобщение понятия примера. дискр - и.

заданы 2 линейно-незав-х вектора \vec{v}_1 и \vec{v}_2 -



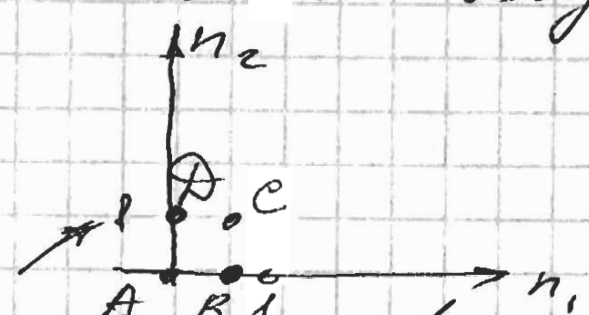
любо-я векторная дискретизация, т.е. \vec{v} линейно-незав-х векторы v - ров указат парусе - в-р \vec{v} уна роста

$$\vec{v}_1 = (v_{11}, v_{21})^T \quad \vec{v}_2 = (v_{12}, v_{22})^T$$

Декарт. коорр. узла роста e текущий целочисл. индекс n_1, n_2 .

$$t_1 = n_1 v_{11} + n_2 v_{12}$$

$$t_2 = n_1 v_{21} + n_2 v_{22}$$



ортогон. рост в целочисл. ир - вв формуле \Rightarrow вв. соотв. вектор-столбцов

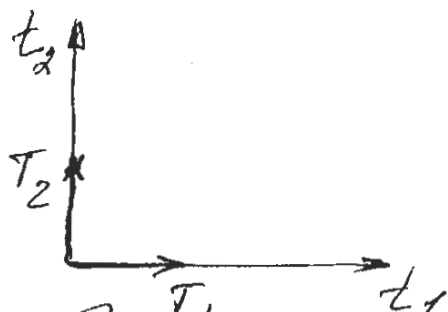
$$\vec{T} = (t_1, t_2)^T \quad \vec{n} = (n_1, n_2)^T$$

блочная матрица:

$$V = [\vec{v}_1 \quad \vec{v}_2] ; \vec{T} = V \cdot \vec{n} - \text{з-и дискр-и}$$

В смысле орск - еи независимы - пи в-ров дискр - сел

$$\boxed{\det(V) \neq 0}$$



$V = \begin{bmatrix} T_1 & 0 \\ 0 & T_2 \end{bmatrix}$ - матрица дискретизации

Найдем дискр- и центр. сигналы в общем случае:

$$x(\vec{n}) = x_a(V \cdot \vec{n})$$

Задачи:

1. как водятся д-изу дискр-из?
2. найти оптич. интервал. ф-цию

Эти задачи сильно зав. от спектра сигнала в частотной области.

Рассм. 2 проблемы:

1. Найдем взаимное спектров д-изу центр- сигнала и его дискр. период.

2. Найдем процедуру реконструкции спектра центр. сигнала по спектру его дискр. период.

⇒ найдем процедуру интерполяции

В ОПФ представим з-и дискрет-из

$$x_a(\vec{T}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} x_a(\Omega_1, \Omega_2) \exp(j\vec{\Omega}^T \cdot \vec{T}) d\vec{\Omega}$$

$$\vec{\Omega} = (\Omega_1, \Omega_2)^T$$

$$d\vec{\Omega} = d\Omega_1 d\Omega_2$$

$$x_c(\vec{n}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} x_a(\Omega_1, \Omega_2) \exp(j\vec{\Omega}^T \cdot V \cdot \vec{n}) d\vec{\Omega}$$

$$\vec{\omega} = V^T \cdot \vec{\Omega}$$

$$(\vec{\omega})^T = (V^T \cdot \vec{\Omega})^T = \vec{\Omega}^T \cdot V$$

$$x(\vec{n}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \chi_a(\Omega_1, \Omega_2) \exp(j\vec{\omega}^T \cdot \vec{n}) d\Omega$$

$$\vec{\Omega} = (V^T)^{-1} \cdot \vec{\omega}$$

$$\frac{\partial(\Omega_1, \Omega_2)}{\partial(\omega_1, \omega_2)} = \frac{1}{|\det V|}$$

Смугловый гансел $3Q(k)$:

$$-\pi + 2\pi k_1 \leq \omega_1 \leq \pi + 2\pi k_1$$

$$-\pi + 2\pi k_2 \leq \omega_2 \leq \pi + 2\pi k_2$$

$$\omega_1 = \omega_1 - 2\pi k_1$$

$$\omega_2 = \omega_2 - 2\pi k_2$$

$$x(\vec{n}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{|\det V|} \sum_{k_1, k_2} \chi_a \{ (V^T)^{-1} (\vec{\omega} - 2\pi \vec{k}) \} \times$$

$$\times \exp(j\vec{\omega}^T \cdot \vec{n}) \exp(-j2\pi \vec{k}^T \cdot \vec{n}) d\vec{\omega}$$

$$x(\vec{n}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{|\det V|} \sum_{k_1, k_2} \chi_a \{ (V^T)^{-1} (\vec{\omega} - 2\pi \vec{k}) \} \times$$

$$\times \exp(j\vec{\omega}^T \cdot \vec{n}) d\vec{\omega} \quad \text{периодический по всем пер. осям}$$

$$x(\vec{\omega}) = \frac{1}{|\det V|} \sum_{k_1, k_2} \chi_a \{ (V^T)^{-1} (\vec{\omega} - 2\pi \vec{k}) \}$$

$$(V^T)^{-1} \vec{\omega} = \vec{\Omega}$$

вв. поперечная матрица - чор
непрерывность - U

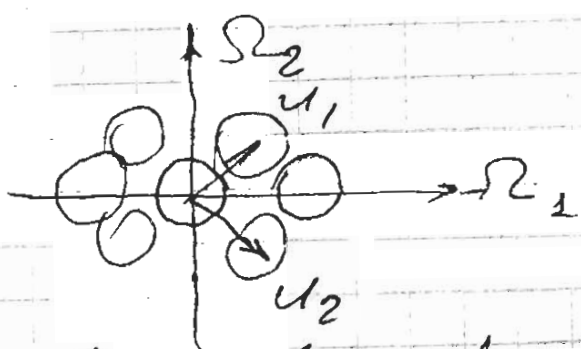
$$U^T \cdot V = 2\pi I - \text{единич. матрица}$$

$$(U^T V)^T = 2\pi I; U = 2\pi (V^T)^{-1}$$

$$\chi(\vec{\omega}) = \frac{1}{|\det V|} \sum_{k_1, k_2} \chi_a \{ \vec{\Omega} - \vec{U} \cdot \vec{k} \}$$

$$U = [\vec{u}_1; \vec{u}_2]$$

$k_1=0$
 $k_2=0$ } исх. гамма



$k_1=1$
 $k_2=0$ } $k_1=0$
 $k_2=1$ } $k_1=1$
 $k_2=1$

U формирует период. коней спектр. исх. сигнала

1. ПФ кварц. сигнала предст-т собой периодич. повторение коней преобр. Гурье центр. сим.
2. Правильно периодич. प्रदेशе спектра, центр. сим. задается матрицей периодич. U.
3. Совокупность матриц - коней периодич. области приводит к плотной упаковке коней спектра в частотн. простр., т.е. к эффект. расшир.

Отсутствие эффекта маломощный спектра (необх. рассмотреть).

Задача: выбрать правильное матрицу периодич.

$$\chi = 2\pi (V^T)^{-1} = 2\pi \begin{bmatrix} v_{11} & v_{21} \\ v_{12} & v_{22} \end{bmatrix}^{-1} \dots$$

$\chi_{11} < \chi_{22}$ по длине в-ра кварц-сет.
 $\chi_{11} > \chi_{22}$ по длине в-ра периодич.

Восстановит. спектр исх-го сигнала с пом. образующей коней

$$k_a(\vec{\Omega}) = \int \text{det} \cdot V \cdot X \cdot (V^T \cdot \vec{\Omega}), \quad \vec{\Omega} \in D$$

$$0; \vec{\Omega} \in D$$

D - обобщенная область

$$k_a(t) = \frac{|\text{det} V|}{4\pi^2} \int_W X(V^T \vec{\Omega}) \exp(j \vec{\Omega}^T \cdot \vec{t}) d\vec{\Omega}$$

$$X(\vec{\omega}) = X(V^T \vec{\Omega}) = \sum_{n_1, n_2} X(\vec{n}) \exp(-j \vec{\omega}^T \cdot \vec{n})$$

$$k_a(t) = \frac{|\text{det} V|}{4\pi^2} \sum_{n_1, n_2} X(\vec{n}) \int_W \exp\{j \vec{\Omega}^T (\vec{t} - V \vec{n})\} d\vec{\Omega}$$

V - матрица одн-го век-го спектра

$f(\vec{t} - V \vec{n})$ - интернация - а ф-ция
 \Rightarrow конволюция

$$k_a(t) = \sum_{n_1, n_2} X(\vec{n}) f(\vec{t} - V \vec{n})$$

$$f(\vec{t} - V \vec{n}) = \frac{|\text{det} V|}{4\pi^2} \int_W \exp\{j \vec{\Omega}^T (\vec{t} - V \vec{n})\} d\vec{\Omega}$$

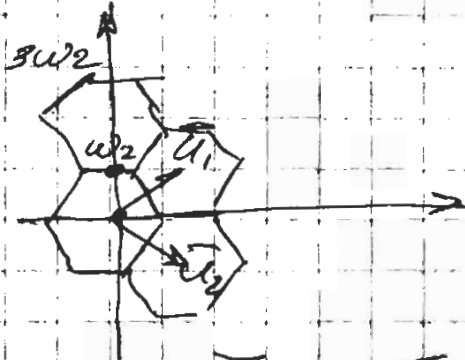
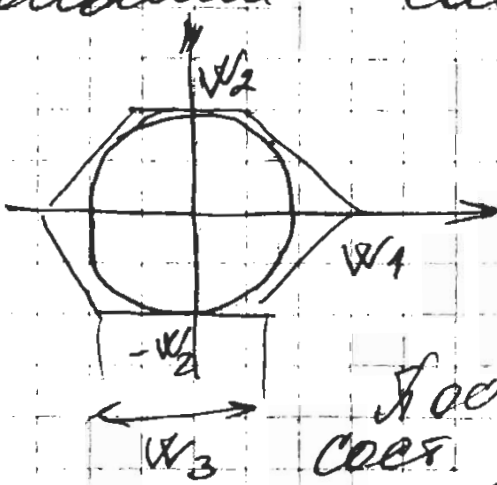
1. нет нулевых - а спектров
2. плохая упаковка доменов

Их отсутствие; непрерывн. сигнал $k_a(\vec{t})$
 Гурье преобр-е пом-го имеет
 конечную опорную обл-ть в
 частотной пр-сти - в м.б.
 восстановлен по свойст дискр.
 модели $X(\vec{n})$ с нулевой ошибкой,
 если рост малые вектора
 дискрет-ции обеспеч-ют
 отсутствие эффекта нулевых - а
 краев в спектре исп-го сигнала.
 При этом плохая упаковка
 опорных областей краев спектра
 искомого сигнала дает
 экспоненциальн. рост $f.e.$
 при тех же кр-во узлов \vec{t}

распределены, при этом на ер-чу
 и переоблаки тех-во пр-ва - ва
 при том-и ошибка восстанов-я
 все еще ширекая

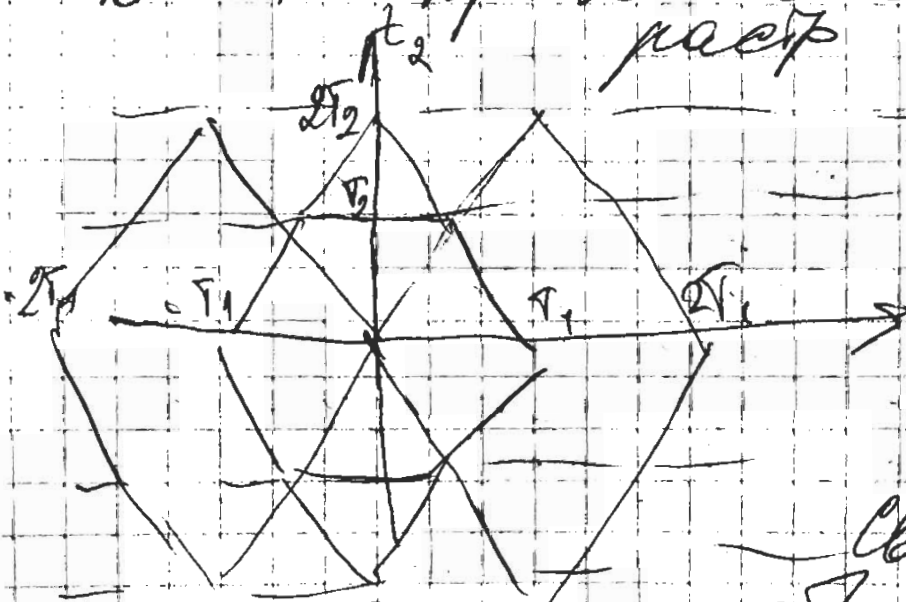
Пример: пересечение дисков

Линия в частном пр-ве описана
 область перес. сигнала - круг
 В первом круге либо все
 первые сигналы, либо его
 большая часть



Посчитать τ_1, τ_2
 сфер. периодичности

В осн. пр-ве - секционный разрез



$$\tau_2 = \tau_1 \sqrt{3}$$

Может быть
 симметрично
 с осью
 элемент
 превращ
 в круг

Связь между
 матри-с дисков
 и матри-с период-ти?
 Связь $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ с τ_1 и τ_2

28.09.05.

Цифровое мор-е СП с гар-ми
спектральными корреляц. св-вами
Анализатор - а ф-ция и СПМ

Для станц-х в широком
используют процессоры указ. статьи.
обсуждают парой преобр-и Фурье.

Эта связь преобр-и в виде преобр-и
вишера - Хемминга. Показывает
спектральность, спектр. гармоники.

СП и св-а основанного метода
форм. фильтра.
Критерии мор-х морей СП
и далее вводится рв
применяется синтеза
сигн-ов с помощью компью-
тера

1. Алгоритмический морем-
метр форм. фильтра.

2. Параметр. морем-
качественный/некачественный
спектральный анализатор - а.

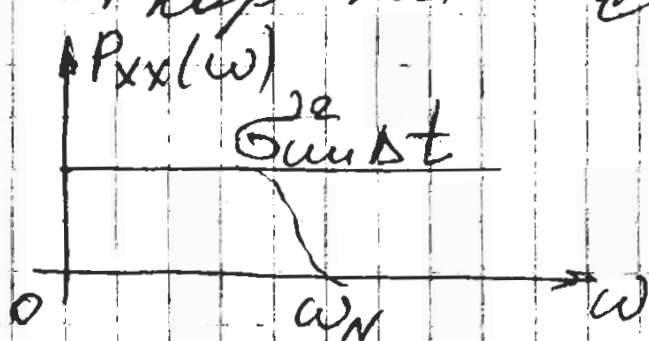
Их практич. значимость -
возбуждается как-то
функциональной задачей по
контролю качества СП

или подобием
В эт. В-х какой-то задачи
связи гармоник, период Фурье
используют СП для поиска
препятствий в виде
шума спектра
независимых параметров
в детермин. частотах и т.д.

не сум. аддитив.

Беллер-то представляет собой
отсчеты БШ \Rightarrow
определение формулы
дисперсии.

ФР - центральная, которое н.б.
реализу. или приближенно
или аппаратно. на
вход фильтра подаются
стационарные процессы, на
выход фильтра мы имеем
процесс с задан. спектр.
кор-м. в-вами.



$$P_{xx}[m] = \begin{cases} \sigma_{0m}^2 & m=0 \\ 0 & m \neq 0 \end{cases}$$

$$P_{xx}(m, t)$$

БШ- стационарный СП \forall два
отсчета корреляция не
коррелированы, рад. оклад. БШ=0

$$r_{xx}(\tau) = \sigma_{0m}^2 \delta(\tau)$$

3 способа опис-я этого усл-ва

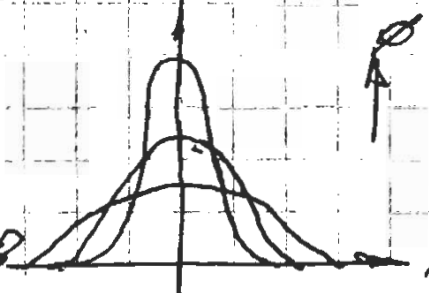
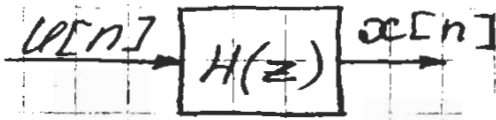
1. Во временной обл-ти - с помощью
интеграла свертки (Дюамеля)

$$x[n] = \sum_{k=0}^{+\infty} h[k] u[n-k]$$

$h[k]$ импульсная ф-ция
фильтра. Для ф-ции реал-го
фильтра в соот-ии с прин-пом
причинности $h[k] = 0$ для отриц. значений
индекса $k < 0$.

29.09.05.

2) В частотной области



Спектральная плотность
СЛМ

мощности

КХБМ

$$P_{xx}(\omega) = |H(\omega)|^2 P_{uu}(\omega)$$

$\sigma_{\text{ш}}^2 \Delta t$

связь между СЛМ на входе и выходе

2) В терминах дискретного преобр - а делается

$$P_{xx}(z) = H(z) H^*\left(\frac{1}{z^*}\right) P_{uu}(z)$$

* - операция комплексного сопряжения

$$H^*(z) = \text{Re } H\left(\frac{1}{z^*}\right) - j \text{Im } H\left(\frac{1}{z^*}\right)$$

3) Методы решения ДУ

линейная рекуррентная формула

В дискретном времени ДУ принимаются вид линейного разност. ур - ния

$$x[n] = \sum_{k=0}^n b[k] u[n-k] + \sum_{k=1}^n a[k] x[n-k]$$

- решает задачу стат. моделир - а
- воспроизведение (синтез)

на БТ ансамбли реализации СЛ а заданными корреляционно-спектральными свойствами.

Методы строят - и на в - БШ для учета нелинейности на входе 14

- амплитуда
- ширина фильтра
- стат. маркер - e

Обнаружение сверхмелкого
параметров ЛРФ и корреляционно-спектральными св-вами.

$$P_{xx}(z) = P_{uu}(z) \frac{B(z)B^*\left(\frac{1}{z^*}\right)}{A(z)A^*\left(\frac{1}{z^*}\right)}$$

A и B - дискретное преобр.
анализа, коэф-ты которого
бер-ся из ЛРФ.

коэф-ты авто регрессии

$$A(z) = 1 + \sum_{k=1}^P a[k] z^{-k}$$

$$B(z) = 1 + \sum_{k=1}^Q b[k] z^{-k}$$

Используем коэф-ты ЛРФ
для измерения системной
ф-ции формулируя
фильтра, т.е. используем СПМ
на выходе фильтра - в
фильтра.

Сущ-т процедура оценки
АР и СС, исходя из
(а) (б) взаимных статистик экспер-х
данных.
(системы ЛКУ Юлма - Уокера
формир. остаточного ряда)

процедура оценки AP сводится
 к выбору оптимального ЛЧ Юлиа - Юлиа
 и решению этой системы
 с помощью ЭФ - К или ГОВ
 Левинсона - Дурбина или
 же парасоковского алгоритма
 Берга. (или. порн. ур - д)

Процедура ЕС процедура
 формирования оптимального
 временного ряда и
 последующее решение
 задачи спектральной
 факторизации
 по методу Юлиа - Юлиа
 преобр - я Вилера - Дуба

корни полиномов AP и ES
 должны быть расположены
 внутри единичной окружно-
 сти на комплексной плоскости
 комплексной переменной z.
 → ФФ - устойчивости.

переходим к преобр - ю Гурве:

$$P_{xx}(\omega) = \Delta t \sum_{m=0}^{\infty} \left| \frac{B(e^{j\omega t})}{A(e^{j\omega t})} \right|^2 - \text{в терминах Дамаса}$$

Недостатки алгоритм. методов:

- наивер - со ограничение
 на функцию - и вид
 СПМ моделируемого
 процесса
 (классе дробно - рационал - х
 ф - цепи)

очень шир - и класс
 эквивал. данных
 имеет такой класс ЭСП

- как. ограничение на
способ дискретизации
данных в силу
реализации принципа
причинности (каusalности)
приводит к существенным
вычислительным затратам.

морель вохат из
- типичная ситуация - все
в широком смысле морель - x
данных. но экстр. данные
не учтены - так же типично,
если не стал - но с
недопорядком.

Параметрические морели.

конструктивный подход к рекуррентным
морели. НСР и морфологических
свойств состоят в применении
параметрических морелей, рекуррентных
канонических и некогерентных
разнообразия.

Каруши - Лоб - Булаев
- канонич. разложения
свойств - разложения

морели
одномерных СП
(вещных предв)

Обобщение этих морелей на
многочисленные случаи.

Канонич. Влавыкин, Болотин
(трипараметрические морели,
морелирование)
Размерное спектры - e
морели

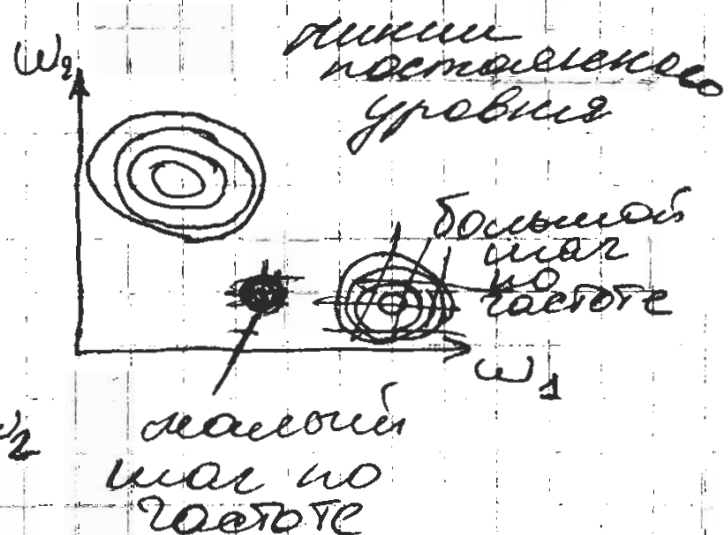
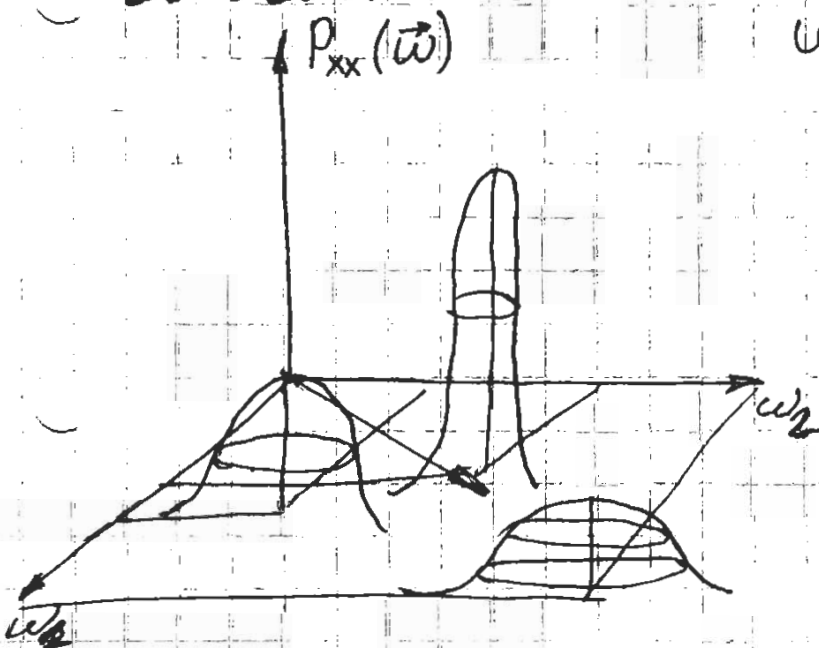
В отличие от алгоритмич-
 ных методов раннее модели
 представляют некоторую
 форму с набором параметров,
 возможно, связанных, которая описывает
 вид временной зависимости
 изображения.

+ не накладывают ограничений
 на форму вид СТР

+ модель не зависит
 от способа дискретизации
 и не определяется на
 принципах применимости.
 Объем вычислений
 зависит от размера.

Параметры модели переводят
 к параметрической интерпре-
 тации СТР

Общепринятое представление
 спектра радиомемории описывается
 на частоте регулярного
 растра частотной
 области.



сетка в частотной области
г.б. адекватная

относится к частоте как
к двумерному объекту.

В неканонич. симп. разлож-х -
частота - случайная
переменная.

СПМ -

Совместная плотн. распр. в
вер-теб случайной частоты.

отсчет кон-цис до
нуль - дисперсия

СПМ - дисперсия.

преимущества - ва. + можем восп.
методы стат. модели
где разогривались
данные. (случайных)

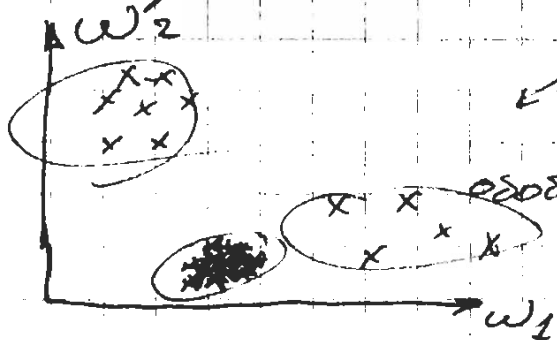
Векторных симп. вел-н.

Зришакон Михаил

Методы стат. модели - с.

+ эффективный способ визуа-
лизовать многомерную СПМ.

Анализ - 10 СПМ удобно представить
(визуально) с помощью
двухмерного рассеяния.



← диаграмма
рассеяния

обобщенная метр. н.п.
мощность

три измерения

+ по многомерной диагр - е
рассеянии просто оценить
кол-во спектральных классов,
реализуя принцип максимизи-
зации (существо) случайных
частот в пределах
компактных координатных пор-
областей ~~на~~ многомерном
случайном пространстве.

- Тауссовское расп - е
(стандартная мат. модель)

Параметры многом. таус.
расп - е

1. хар - ка положения
радиус - вектор (мат. ожидание)
к центру группировки

2. ковариационная
матрица (хар - ка
масштаба распределения)
на диагональ дисперсия
остальные корреляции

коррелирование дескар - е
преобразование

Метрика манхаттана

(перенести, повернуть,
отрази - разместить)

модель конечной смеси
спектральных компонент.

Метод дискретных радиометрич
картенов - додела

20.10.05. лекция.

Метод дискретного размещения
коробки - Лойза.

В задачах морширов-я
временных ребр (их все-и-и)
Три осн. задачи:
(в хронологич. посл-ти
их решения)

1. Анализ данных (или ^{информационных} оснований)
2. Морширование данных
3. Промоширование данных

Задачи размещения
(проблема выбора оснований
информационных признаков)
прим. метод дискр. размещ. к-л
(метод таблич. компоновки)

Размещение в р-но ребра на
его структурное составление

Три осн. типа струк. сост-их:
- тренд (тенденция, поведе-
ние в среднем в р. ребра)
- циклические составления
(сезонное колебание)
напр. узконосных случайных
процессов (мтов. фара и отбояной)
- идиовая составление

Компьютерное размещение в р. ребра
в виде аддитивной
сущности ^{от} составляющих.
расс. метод дискретного
размещения к-л. местам.
Эридия. СТ)

Аппроксимирuem φ -ф-цию в базисе координатных функций.

дискр. t $x(t): x[m] = x(m\Delta t)$
 x_m $m = \overline{1; M}$

M -объем выборки

ставим в соответствие φ -функции систему базисных (координатных) ф-ций

$$\varphi_1(t), \dots, \varphi_N(t)$$

$$x(t) \approx \sum_{n=1}^N c_n \varphi_n(t)$$

(Базисные ф-ции л.б.

ортогональные

(энергия минимальна)

Заранее построим такой вариант - и свернется к

выбору базиса минимизации

(оптимального по нек.

критерию)

оценке коэф-тов (кармошик)

разложения c_n .

Стандартной процедурой при выборе базиса (оптимального) является метод наименьших квадратов.

$$e_m = x_m - \sum_{n=1}^N c_n \varphi_n(m\Delta t)$$

↑
метод ф.б. БМ с минимальной дисперсией.
ошибки

Будет трактовать дискр. отсчеты как n -мерный случайный вектор.

$$\vec{X} = \{x_1, \dots, x_N\}^T$$

Введем многомерный симп. вектор.
кажд. элемент дискретной
последовательности.

Найдем ортонормированную
базис в виде набора векторов
 $\{\vec{\Phi}_1, \dots, \vec{\Phi}_N\}$ ортонормированной
базиса

$\vec{\Phi}_n = \{\varphi_n(\Delta t), \dots, \varphi_n(M\Delta t)\}$
результат
дискретизации
базисных ф-ций

Если образуем блочную
матрицу

$$\Phi = \{\vec{\Phi}_1, \dots, \vec{\Phi}_N\}$$

$$\rightarrow \text{норма} = 1 \quad \Phi^T \Phi = I \quad (E)$$

$$\Phi_{ij}^T \Phi_j = \delta_{ij} = \begin{cases} 1; & i=j; \\ 0; & i \neq j. \end{cases}$$

символ
Кronecker

$$\vec{X} = \sum_{n=1}^N y_n \vec{\Phi}_n \quad (\text{общее разложе-
ние Фурье})$$

В силу ортонормированности
базисов Фурье найти
гармоники разложения.

$$\Phi_k^T \vec{X} = \Phi_k^T \sum_{n=1}^N y_n \vec{\Phi}_n$$

$$y_{k=n} = \Phi_n^T \vec{X} \quad \begin{cases} n=k \\ n=1, \dots, N \end{cases}$$

$$\vec{Y} = (y_1, \dots, y_N)^T$$

$\vec{X} \Rightarrow \vec{Y}$ прямое преоб.
 и обратное преоб.
 ср. част.

Задача: найти матрицу
 (ортонорм.) преобр. Φ такую,
 чтобы оно обеспечивала
 минимальную СКО рамок
 шиф. обеспечивала эффект
 сжатия рамок ($N \ll M$)
 (кол-во рамок \ll объема
 рамок)

Если эффекта сжатия нет, то
 сумм $\sim M$ компонент.

Аппроксимация ряда (резанка)

$$\hat{\vec{X}}(N) = \sum_{n=1}^N y_n \vec{\Phi}_n + \sum_{n=N+1}^M b_n \vec{\Phi}_n$$

(b_{N+1}, \dots, b_M) - набор пока неизвестных
 постоянных.

e_m - мер ошибки

$$\vec{E}(N) = \vec{X} - \hat{\vec{X}}(N) = \sum_{n=N+1}^M (y_n - b_n) \vec{\Phi}_n$$

- многомерное случайное величина

Критерий оптимальности - минимум

т.е. критерий минимума
 дисперсии минимума
 ошибки.

$$\begin{aligned}
 E^2(N) &= E \{ \|\vec{E}(N)\|^2 \} = \\
 &= E \left\{ \sum_{i=N+1}^M \sum_{j=N+1}^M (y_i - b_i) (y_j - b_j) \vec{\Phi}_i^T \vec{\Phi}_j \right\}
 \end{aligned}$$

Учтем ортонормированность базиса разложения, в этой сумме сохранится элемент $\Phi_n^T \Phi_n = 1$.

$$E^2(N) = \sum_{n=N+1}^M E \{ (y_n - b_n)^2 \}$$

Минимизируем дисперсию вектора ошибки.

$$\frac{\partial \{E^2(N)\}}{\partial b_k} = -2 \{E(y_n) - b_k\} = 0$$

$$b_n = E(y_n) = \vec{\Phi}_n^T \cdot E(\vec{X}) \quad n = (N+1); M$$

- оптимальные константы, обест. минимизируют ошибку.

$$E^2(N) = \sum_{n=N+1}^M E \{ (y_n - E\{y_n\})^2 \} =$$

$$= \sum_{n=N+1}^M \underbrace{\vec{\Phi}_n^T}_{(M)} E \{ \underbrace{[\vec{X} - E(\vec{X})]}_{I_M} \cdot \underbrace{[\vec{X} - E(\vec{X})]}_{I_M} \underbrace{\vec{\Phi}_n}_{\text{число}} \}$$

$$M \square$$

ковариационная матрица (вспомогательное матрица)

$$D = \sum \sigma^2$$

$$E^2(N) = \sum_{n=N+1}^M \vec{\Phi}_n^T \cdot \Sigma_X \cdot \vec{\Phi}_n \quad \sigma = \sqrt{D}$$

Задача: минимизировать СКД по базисным векторам. Разложим ковариационную матрицу (по ее значению) на s -го временного ряда по собственным значениям и векторам (ковариат. функции...)

$$\sum_x \vec{\Phi}_n = \lambda_n \Phi_n \quad n = \overline{1, M}$$

ищув-е: λ_n - собственные значения
 Φ_n - собственные вектора

Минимум СКД имеет место, если:
 1. оставшиеся остатка функции являются представлением координат вектора макс. ожидаемых значений временного ряда на ортонормированной базе наименьшей.

2. в качестве ортонорм-го базиса принимаются собственные вектора ковариационной матрицы искомого временного ряда.

$$\Sigma_x = \Phi \Lambda \Phi^T$$

$\Phi = \{ \vec{\Phi}_1 : \dots : \vec{\Phi}_M \}$ - блочная матрица
 $\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \lambda_N & \\ 0 & & \lambda_M \end{pmatrix}$

Оптимальное разложение по векторам его ков. матрицы.

СКД

$$\epsilon_{opt}^2(N) = \sum_{n=1}^N \lambda_n$$

1. по иск. данным отн-ть тренд (МО)
2. определить ковариационную матрицу ряда
3. найти собственные значения и вектора ковариационной матрицы

4. получить оптимальные гармонические разложения

$$y_n = \Phi_n^T \cdot \vec{X}$$

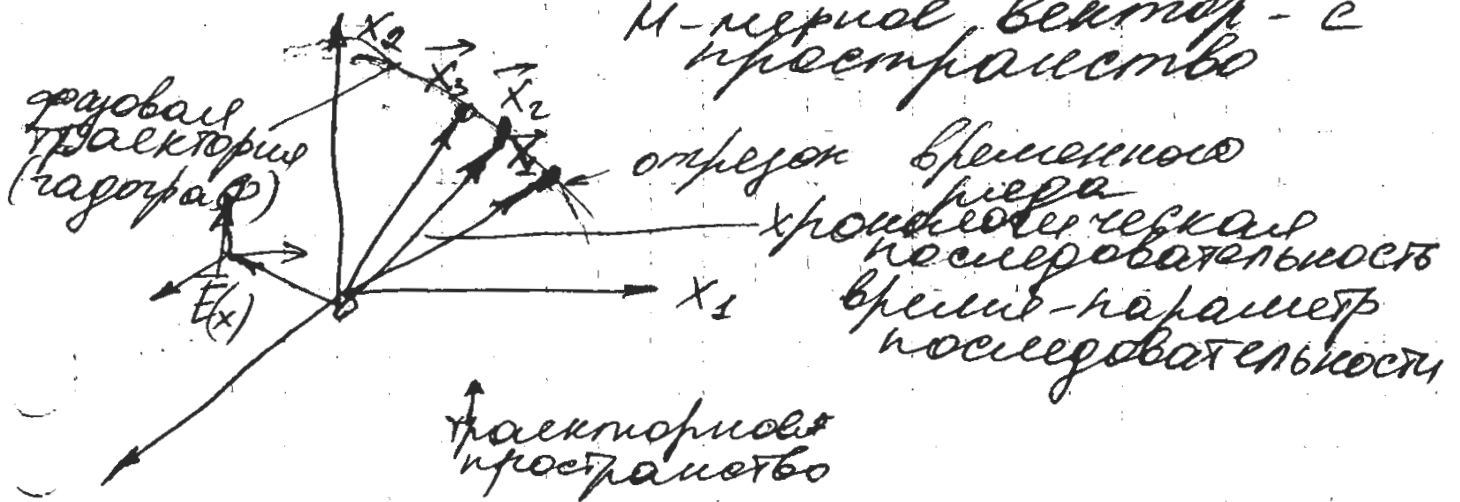
Строится модель в виде аддитивной суммы стр. состав - х.

Собственные вектора разлож. имеют временную структуру, т.е. рассматривать ее как режимы дискретизации собственных временных периодов нек. диапазонов.

эти периоды - главные компоненты разложения в р. ряда.

главные компоненты:

М-мерное вектор-с пространство



x_M

В большинстве практик. случаев кор - и и ковар - и матрица имеют цепочкой ранг.

$$\Lambda = \begin{cases} \lambda_1 & \circ \\ \circ & \lambda_N \\ \circ & \circ & \lambda_M \end{cases}$$

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N \geq \dots \geq \lambda_M$$

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_N \geq 0$$

на порядок меньше M

$$\lambda_{N+1} \approx \dots \approx \lambda_M \approx 0$$

⇒ rank матрицы = N
(значению отклика - сд от
друге собственное
значении)

Фигура имеет порогообразное размер-
ностью N .

Аппрокс. - сумма оставшихся
неучтенных собственных
значений.

1. канонический перенос в
точку мат. ожидания

$$Y = X - E(\vec{X})$$

2. нов-н простр-ва, где ось
совпадают с собств.
векторами, из кот.
наше вектор учитывают
первые N векторов.

$\vec{U}_1, \dots, \vec{U}_N$ - простр-во
размерностью N .

Собств. значения - аналог дисперсии

$\vec{U}_1, \dots, \vec{U}_N$ - главные оси

$\sqrt{\lambda_1} > \sqrt{\lambda_2} > \dots$ - сингулярные числа

величина пропорциональности
деформированию траектории

Траектория → гиперсфера ($R=1$)
коэф-ты обратное
сингулярным числам

$$\Lambda^{-\frac{1}{2}} \Phi^T \{X - E(\vec{X})\} = Y \quad \leftarrow \text{декоррелирующее преобразование}$$

\vec{Y} - пространство главных компонент
- ортогональное подпространство - во время
отбрасывания лишнего подпространства.
ряда.

Все компоненты \vec{Y} некоррелиро-
ваны: (главные)

$$\Sigma_y = \Phi^T \Sigma_x \Phi = \Lambda$$

Обратное преобразование
(коррелирующее)

\vec{Y}

$$\vec{X} = \Phi \Lambda^{-\frac{1}{2}} \vec{Y} + E(\vec{X})$$

Большой коэф-т сжатия

По мере уменьшения размерности
главных компонент СКО
уменьшается на собствен-
ное значение
 $N+1 \Rightarrow \text{СКО} - \lambda_{N+1}$

$$\varepsilon^2(N+1) = \varepsilon^2(N) - \lambda_{N+1}$$

естественной разн. ряда