

27.10.05. Параметрические модели
одномерных случайных полей.

$X_a(\vec{t})$ с нулевым МО
средней дисперсией
 $R_{xx}(\vec{\omega})$ - СММ

$$X_a(\vec{t}) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{m=1}^M y_m(\vec{t})$$

M - количество гармоник $y_m(\vec{t})$

$$y_m(\vec{t}) = \sqrt{2} z_m \sin \left\{ \vec{\Omega}^T (\vec{t} + \vec{t}_0) + \frac{\pi}{4} \right\}$$

$\vec{\Omega}$ - в-р пространственных частот

В этих соотношениях радиус в-р
текущей (\cdot) пространства:

$$\vec{t} = (t_1, t_2)^T$$

\vec{t}_0 - в-р начального смещения, необх.
для обеспечения орто-ти поля

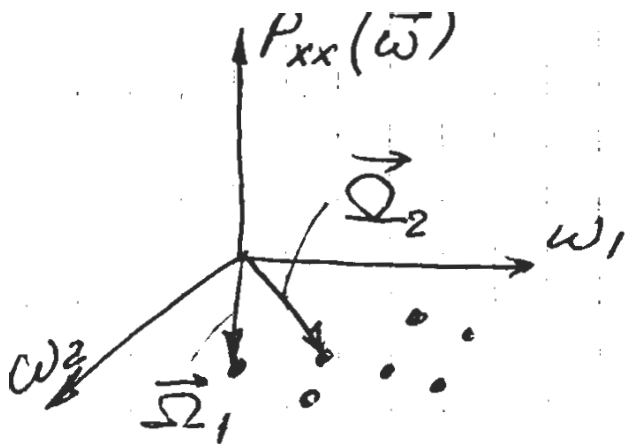
$$\vec{\omega} = (\omega_1, \omega_2)^T \text{ текущая частота}$$

то же вид Винаера - Хинчина
коварианц. ф-ция стат. в широком
смысле СП или одномерного много-
мерного случайного поля
связаны через преобр-е Фурье со СММ.

Гармоники имеют 2 группы
параметров:

1. стат. амплитуда z_m
2. стат. частота Ω_m

$$\vec{\Omega} = (\Omega_1, \Omega_2)^T$$



$V(\omega_1, \omega_2)$ - случайное
частота.
Имеем диаграмму
рассеяния.

Гистограмма - оценка m -ти
вероятности по случ. выборке.

Конечная задача - модель - е такого
полю, стам кот-то св-ва заданном.

Задача стат. моделирования -
построение алгоритмов стат.
моделирования параметров модели,
а именно: набор m случ. амплитуд
 z_1, z_2, \dots, z_m и m -ти случ. частот
 $\vec{\Omega}_1, \vec{\Omega}_2, \dots, \vec{\Omega}_m$ совместно независимых,
кот. обесп. необх. стат. св-ва:
 $M0 = 0$, единич. дисперсией и заданную стм.

Т.к. модель - Σ стат. независ. m -х
гармоник, то эта модель -
спектральная (спектр. разложение)
В классич. переходе шаг
по частоте регулярной.
У нас набор частот образует случ.
выборку \Rightarrow некаков. спектр. разложение.

\vec{z}	z_1	z_2	...	z_m
$\vec{\omega}$	$\vec{\Omega}_1$	$\vec{\Omega}_2$...	$\vec{\Omega}_m$
ω_1	Ω_{11}	Ω_{12}	...	Ω_{1m}
ω_2	Ω_{21}	Ω_{22}	...	Ω_{2m}

Задача мод-я поле \rightarrow задача св-т итераций. односторонних и многомерных СВ.

Т.к. у нас гауссовское случайное поле \Rightarrow распределение Гаусса - распределение Реллея.

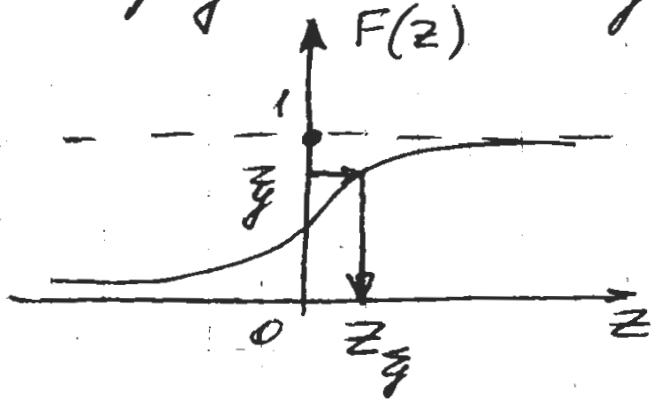
$$f(z) = \frac{1}{z} \exp(-z^2), \quad -\infty < z < +\infty$$

Такой выбор закона распределения случай. амплитуд обеспечивает нормальность ξ -и распределения с $M_0=0$ и единичной дисперсией.

Для реализации алгоритма разобьём амплитуду реализуем метод обращения.

Метод обращения.

Рассмотрим интегральную функцию распределения единичной СВ.



$$F(z_\xi) = P\{z \leq z_\xi\}$$

$$\xi = \text{Ran}\{0, 1\}$$

$$F(z_\xi) = \xi \quad \eta = F$$

$$z_\xi = F^{-1}(\xi)$$

$$F^{-1}(\xi)$$

В случае распределения Реллея, функция обратная интегральной в замкнутом виде

$$z_m = \sqrt{-\ln \xi}$$

σ - дисперсия СВ

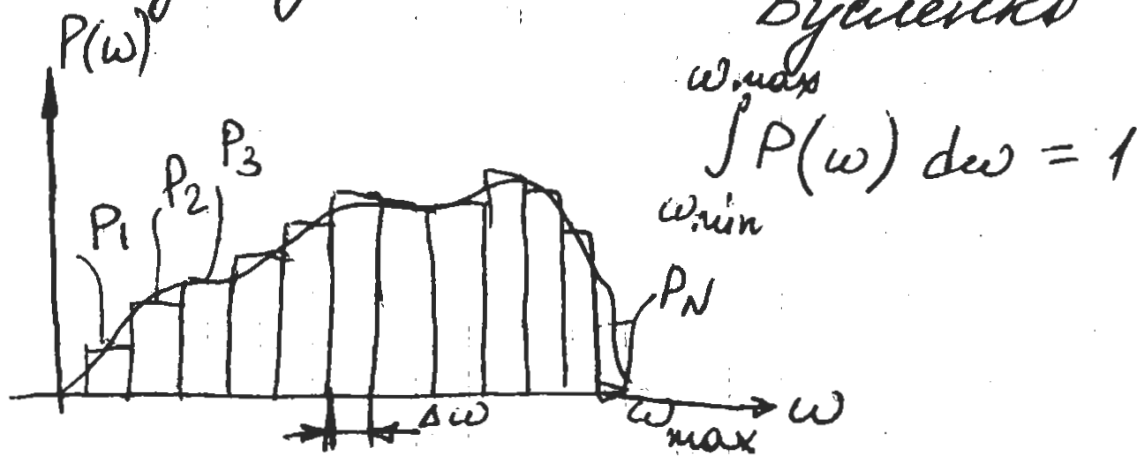
$$\eta = \text{Ran}\{0, 1\}$$

+1	-1
0,5	0,5

-вер -тв

Методы стат. подсчета и связанных векторов

Метод крутило-лиш. аппроксимации Бусменко



Случ. величина
 $P(\omega)$ - ПРВ дифференциальная
Преобраз. непрерыв. распредел. к
дискретному распределению

Гистограмма

P_n - вероятность попадания в n -ый
интервал

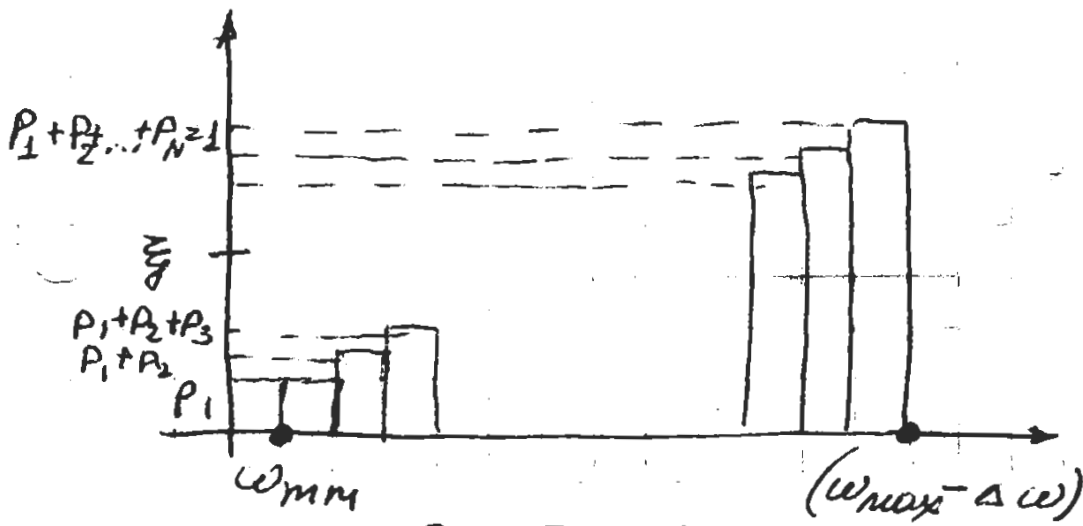
$$P_n = \int_{(n-1)\Delta\omega}^{n\Delta\omega} P(\omega) d\omega$$

Результат:

$$\begin{array}{l} 1) \quad \omega_{\min} \quad (\omega_{\min} + \Delta\omega) \quad \dots \quad (\omega_{\max} + \Delta\omega) \\ \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ 2) \quad P_1 \quad \quad \quad P_2 \quad \quad \quad P_N \end{array}$$

$$P_1 + P_2 + \dots + P_N = 1$$

Интегральная ПРВ.



$$\xi = \text{Ran}[0; 1]$$

$$\sum_{m=1}^{n-1} P_m < \xi \leq \sum_{m=1}^n P_m$$

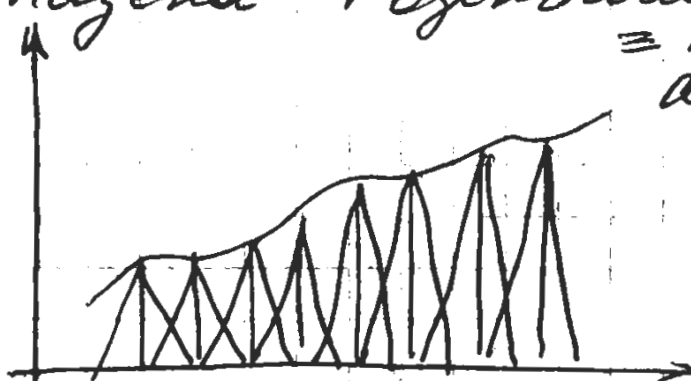
1. Райониров. дискр. СВ
2. Райониров. СВ в пределах выбранного разрядного интервала

$$\psi = \text{Ran}[0; 1]$$

$$\omega = \omega_n + \psi \cdot \Delta\omega$$

Применим не ступенчатую, а треугольную интерполирующую ф-цию
 Это ядерная функция ПРВ
 (Пазена - Розенблума)

≡ кусочно-линейная аппроксимация

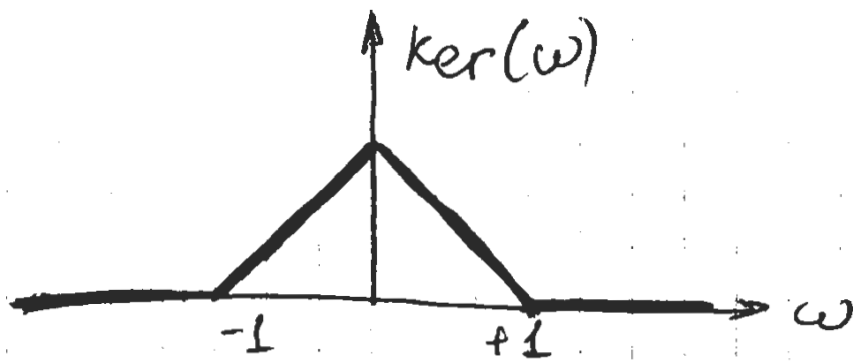


$$P_n \text{ Ker} \left(\frac{\omega - \Delta\omega}{\Delta\omega} \right)$$

$$\text{Ker}(\omega) = \begin{cases} 1 - \frac{\omega}{\Delta\omega} & |\omega| \leq \Delta\omega \\ 0 & |\omega| > \Delta\omega \end{cases}$$

$$|\omega| \leq \Delta\omega$$

$$|\omega| > \Delta\omega$$



Это модель конечной смеси стандартных распределений

$$\sum_{n=1}^N P_n = 1$$

1. Разобрать дискр-ю величину с варианц. Функции P_1, P_2, \dots, P_N

2. Разобрать 2-ю дискр. величину, распр-ю по Функции J -ку.

Голландская модель для интернализации производимой ПРВ.

Применим семейство... алгоритмов

Алгоритм модели - n -мерной случайного вектора.

Двумерная ПРВ:

$$P(\vec{\omega}) = P(\omega_1, \omega_2) = P(\omega_1) \cdot q(\omega_2 | \omega_1)$$

P - ПРВ 1 -й величины

q - условная ПРВ 2 -й величины

Процедура стат. моделирования:

1. Разобрать одно из аргументов на основе 1 -ой безусловной ПРВ

2. Разобрать 2 -ю аргумента

на основе разностей и условной
ПРВ, в кот. предшествующий
аргумент выступает в роли
числового параметра

$$p(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = p(\omega_1)p(\omega_2|\omega_1)p(\omega_3|\omega_1, \omega_2)$$

$$p(\omega_1) = \int p(\vec{\omega}) d\omega_2$$

$$q(\omega_2|\omega_1) = \frac{p(\omega_1, \omega_2)}{p(\omega_1)}$$

10.11.05. лекция.

Каноническая спектральная модель.

Статистическая модель - в
вектора случайных частот.

основная хар-ка - спектральная
плотность мощности
(Г. Вилера - Ханчана)

Оценка СММ, расплывчатая
эксперимент. данными.

Задача стат. модели - в
вектора спектральной частот
на первом этапе сводится
к задаче экспериментальной
радиотехники.

$\mathcal{X} [n_1, n_2]$

$R_N = \{ 0 \leq n_1 \leq N_1 - 1, 0 \leq n_2 \leq N_2 - 1 \}$
пространство кус. картинки
необходимо оценить СММ по
набору этих данных.

Вопре - в хар-к.

и оценивается взаимной
спектр экспериментальных
данных

$$\tilde{P}_{xx}(\vec{\omega}) = \frac{1}{(2\pi)^2 \text{det} N} \left| \sum_{(n_1, n_2) \in R_N} \mathcal{X}[n_1, n_2] \exp(-j\vec{\omega}^T \vec{n}) \right|^2$$

$$\vec{\omega} = (\omega_1, \omega_2)^T$$

$$\vec{n} = (n_1, n_2)^T$$

N - матрица периодичности
матрица процесса передат. спектра \mathcal{L}^2

исходного центр-го сигнала)

Дискретизация спектральной
плотности частотной области
осущ-ся в соот-вии со
следующим уравнением:

$$\vec{\omega} = (2\pi N^{-1})^T \vec{R}$$

$\vec{R} = (k_1, k_2)^T$ - вектор стандартных
индексов узлов
раstra в частотном
прост-ва.

Спектральная функция:

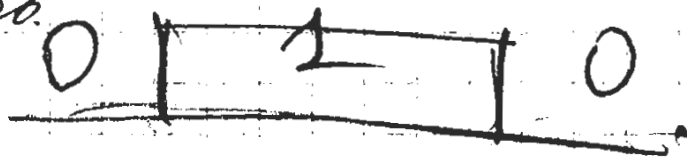
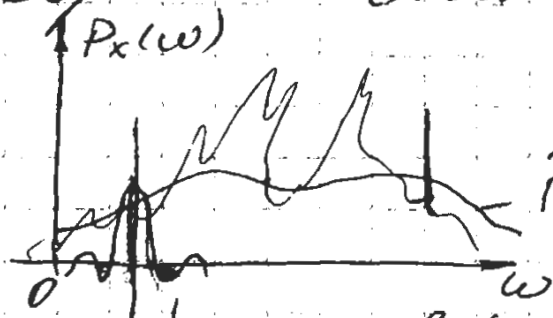
$$\tilde{P}_{xx}[\vec{k}] = \frac{1}{(2\pi)^2 |\det N|} \left| \sum_{\vec{n}} x[\vec{n}] \exp\{-j\vec{k}^T (2\pi N^{-1}) \vec{n}\} \right|^2; \quad -\pi \leq \omega_1, \omega_2 \leq \pi$$

- дискр. временное преобр. Фурье
может быть выполнено
с помощью быстрых
алгоритмов.

2. Учет конечного объема выбороч-
ных данных (учет
эффекта окна).

$w[\vec{n}]$ - окно данных \Rightarrow предел
выширокованной от $-\infty$ до $+\infty$
(содержит 0 и 1)
В случае конечного объема
данных, наиболее целесо-
образной оберткой при вы-
числении Фурье. Значение
кот-го 1 в пределах
функции периода и 0 за
его пределами.

В исходном нр-ве произв-е
сигналов, в частотной-
свертка спектров.



$\tilde{P}_x(\omega)$ - оценка
бокового спектра

после свертки происходит
оглавление.

Требования к типу данных:

1. Фурье-спектр не должен
иметь отрицательных
боковых, т.к. наличие их
и приведет к отриц. боковым.
2. Числовой диапазон 0..1.

Узким \Rightarrow смещение бокового
спектра относительно
исходной СП (минимумой) будет
меньше, но больше боковых.

3. Величина боковых лепестков
спектра должна быть мини-
мальна, икл. эффект проса-
вания энергии через боковые
лепестки.

(лучше проанализировать смещение
спектральной линии четкой
СП).

Способы наилучшие многомерных
окон данных.

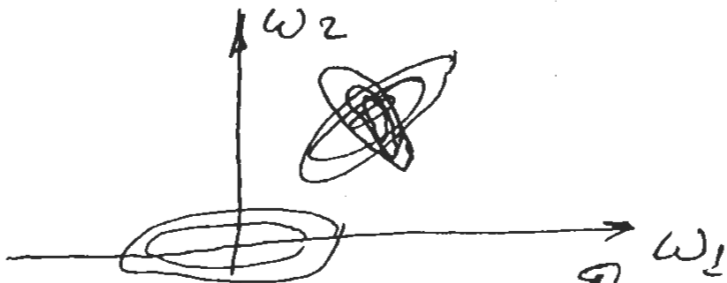
1. мультипликативная модель
многомерного окна данных

$$W[n_1, n_2] = V[n_1] \cdot U[n_2]$$

2. Циркулярная модель окна.

$$W[n_1, n_2] = \sqrt{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}$$

(круговая симметрия)



Преобразование Фурье радицировать умножение вектора на $\text{diag} - i\omega$ матрицу поворота.

Весна мерев. евл. мерев спектрального окна в виде конечной смеси стандартных спектров.

- мерев конечной смеси стандартных спектров.

(Радицированное спектральное мерев многомерных спектральных случайных полей)

⇒ получаем периодограммную оценку СПМ, которая учитывает эффект окна радиотх.

$$3) \hat{P}_{xx}(\vec{\omega}) = \iint_{-\pi}^{+\pi} \tilde{P}_{xx}(\vec{\omega}) W(\vec{\omega} - \vec{\omega}_2) d\vec{\omega}_2 -$$

свертка в частотной области.

$$\underline{W(\vec{\omega})} \leftrightarrow \omega [n]$$

$$\hat{P}_{xx}(\vec{\omega}) = \tilde{P}_{xx}(\vec{\omega}) * W(\vec{\omega})$$

Рассмотрим интерпретацию
 науг. волн - \vec{e} с нулевыми
 зарядом стат. моделированием
 вектора случайных частот ($\vec{\omega}$)

будем (как и ранее) интерпр.
 все спектры как многомерные
 плотности распр. - \vec{e} берется без.

\Rightarrow 3 векторные случайные велич.,
 распределенные в соот-ии с
 1. взаиморасположением спектров
 2. спектральной окантовкой
 3. ориентацией.

$$\vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Phi}; \quad \vec{\omega} - \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Theta}$$

если СВ $\vec{\Phi}$ и $\vec{\Theta}$ - независимы
 $\Rightarrow \vec{\Xi} = \vec{\Phi} + \vec{\Theta}$ линейная
 свертка ПРВ исходных случайных
 величин.

Алгоритм мор-я в-ра
 случайных частот свертится
 к разложению взаиморасположения
 спектров и спектральной
 окантовки с примером см. - м
 результатов стат. моделир-я.

Спектральное окно Алексева.

$$W_N(\vec{\omega} - \vec{\Omega}) = \frac{1}{2\sigma_N^2} \left\{ \text{Ker} \left(\frac{\vec{\omega} - \vec{\Omega}}{\sigma_N} \right) + \text{Ker} \left(\frac{\vec{\omega} + \vec{\Omega}}{\sigma_N} \right) \right\}$$

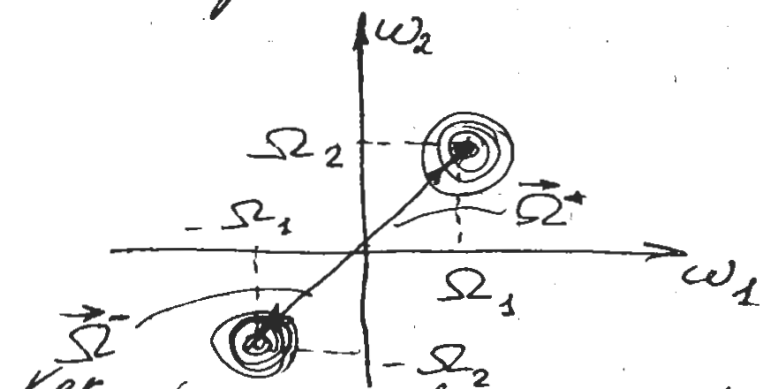
функция плотности N
 смесь

Ker - ф-ция спектрального центра,
 хар-т форму спектральных
 линий.

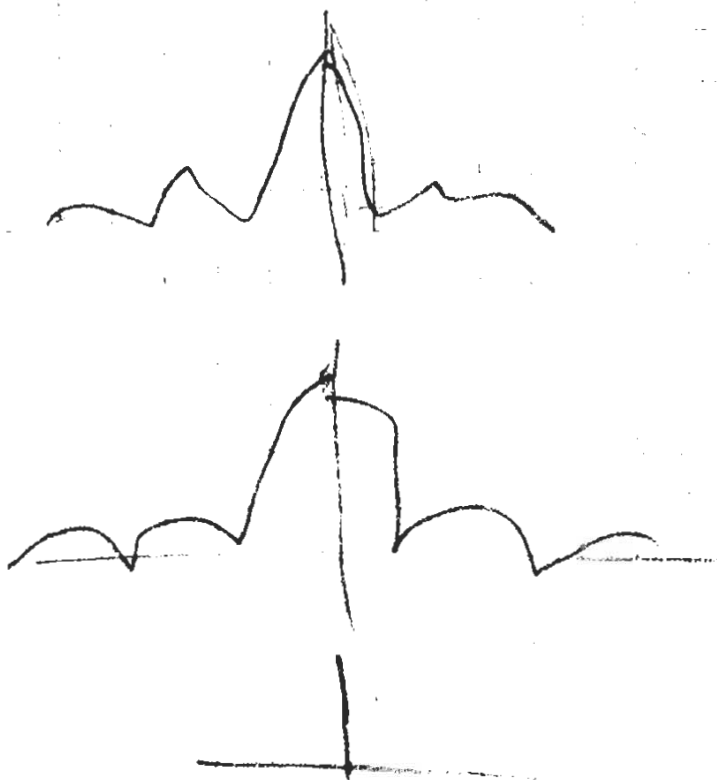
N - выборка конечного объема
(желательно учитывать эффект
окна)

σ_N - параметр сглаживания
спектрального окна.

Чем $> \sigma_N$ - тем более порожда
спектральное окно и в дальнейшем
оценки сглаживает выборочный
спектр.

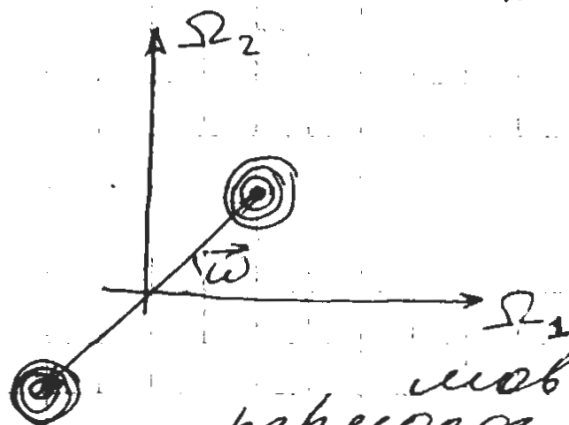


$\vec{\Omega}$
ker
Доро σ_N - τ форму N и σ_N
спектр. окна N , а σ_N
скорость их концентрации
вокруг текущих частот Ω .



Модель спектрального окна
Алексеева.

$$W_N(\vec{\omega} - \vec{\Omega}) = \frac{1}{2\sigma_N} \left\{ \text{Ker}\left(\frac{\vec{\omega} - \vec{\Omega}}{\sigma_N}\right) + \text{Ker}\left(\frac{\vec{\omega} + \vec{\Omega}}{\sigma_N}\right) \right\}$$



ск-т
концентрации
яклов

Данная модель
удобна при создании
Фур-к в волтеки.

Отметим амплитуды
мод. стат. мод-я
перимод. оценок (спектр.),
т.к. это обратная-ая смесь
стандартизованных распределений.

Стат-е распр-е - ф-ция ядра Kernel

Модель спектр-го окна.

1. радиусы дискретизации СВ
равномерно распр-го (0,5)
т.о. "выбраны" + "или" - "у
радиуса - вектора $\vec{\omega}$.

2. радиусов является станд распр-е
Кернал.

σ_N - параметр стандартизации

$\sigma^2 = 1$ умножительно (распр-е)
нормой умножается на σ_N

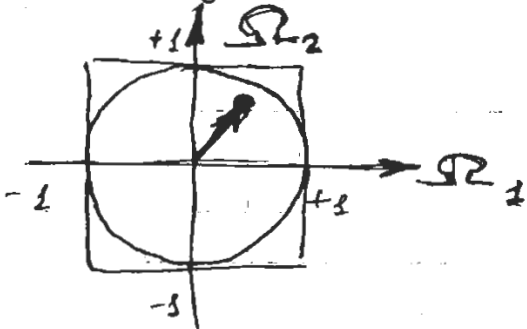
Уточнение спектр. окна.

Методика моделирования
многомерного случайного
вектора.

1. мор-ся центрированное (равномер.)
направление в многомерном
свн. пр-ве.

2. мор-ся величина радиуса-
вектора (номерной радиусе)
морщивание центрированное
напр-е в многомерном
пр-ве.

разоргов-ся n координат
свн-х равномерно распределенных
свн сферических в гиперкубе.



Проверим покарает внутри гиперсферы
покарает - центрированный свн
Процедура стат. мор-я
 n -мерного вектора частот.

$$\hat{P}_{xx}(\vec{\omega}) = \tilde{P}_{xx}(\vec{\omega}) * W_N(\vec{\omega})$$

морщивание возмущенного спектра.

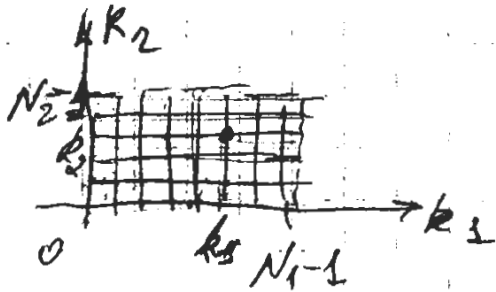
Дискретизируем ^{выбор Δ} спектр в частотном
(метод кусочно-линейной ^{пр-ве}
аппроксимации)

$$\hat{P}_{xx}[\vec{k}] = \tilde{P}_{xx} \left(\underbrace{2\pi N^{-1}}_{\text{дискретной сетки}} \vec{k} \right)$$

дискретной сетки
текущей частоты
 $\vec{\omega}$

индексы узлов решетки находится
 ввиду прилюбоульки

$$\vec{k} \in R_N = \{0 \leq k_1 \leq N_1 - 1; 0 \leq k_2 \leq N_2 - 1\}$$



Квадратной сеткой
 периодическим многомер-
 ным решетчатой - 1. решетчатой
 многомерное пространство
 преобразование многомерной
 системы. индекс \vec{k} в
 одномерной решетке k .

Прямое преобр-е: осуществив
 развертку по способам.

$$k = k_2 + N_2 \cdot k_1$$

$$0 \leq k \leq N_1 \cdot N_2 - 1$$

$$\tilde{P}_{xx}[\vec{k}] = p_{xx}(k)$$

$$\tilde{\theta} \rightarrow \vec{\theta} = [\theta_1, \theta_2]$$

$$\theta_1 = [\tilde{\theta} / N_2] \quad \theta_2 = [\tilde{\theta} - \theta_1 N_2]$$

Задача пер-я много-
 м. век-ти сводит к
 пер-ю одномерного
 пространства.

Прямое преобр-е: решетку
 частотного пространства - в θ_1, θ_2 31

целочисленной иррациональной
частотной иррациональностью,
выбранной в соответствии с
спектральной теоремой.

В соответствии с равномерной
теоремой о равномерности
сходимости рядов Фурье
спектра - это ряд в разложении
вектора $\vec{E} = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2\}$ равномерно
распределенной в единичной
дискретизирующей частоте
пространства E и мероморфной \vec{E} .

Известно, что единичная дискретная
функция имеет единичную меру
и граничные значения, которые
заданы векторами дискретизации.

\vec{e}_1, \vec{e}_2

Матрица дискретизации в частотном
пространстве имеет вид:

$$(\vec{e}_1; \vec{e}_2) = (2\pi N^{-1})^T$$

Для мероморфной функции единичной
частоты векторы вершин
многогранника равномерно
распределены.

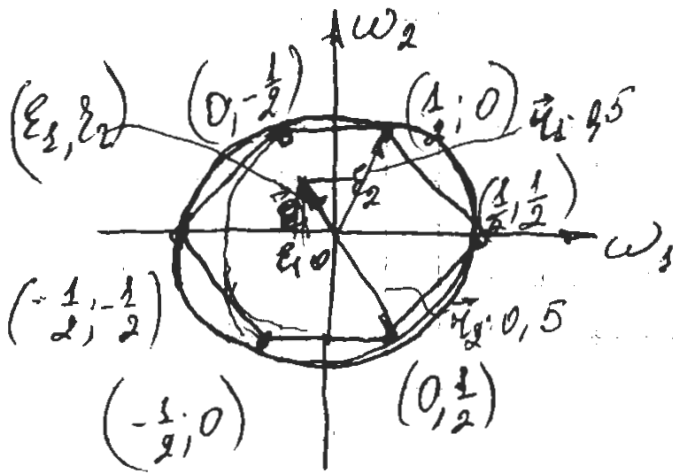
$$\vec{E}(l_1, l_2) = l_1 \vec{e}_1 + l_2 \vec{e}_2$$

$\vec{l} = (l_1, l_2)$

l_1, l_2 - целые числа. векторы

$$(l_{1,2} = -\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2})$$

Пример: многомерная дискретизация



Для модели - я равновероятное расстр-е
внутри ячейки частотной
кр-ва применим стандартный
алгоритм.

Рассмотрим точку равновероятного
внутри круга, т.е. по ячейку
дискретизации.

Кроме того, отбросить все
точки, не попадающие внутрь
ячейки.

⇒ используем алгоритм модели
всего спектра.

$$\vec{p} = (2\pi N^{-1})^T \vec{\theta} + \vec{\epsilon} \Leftrightarrow \vec{p}_{xx}(\vec{\omega})$$

параметры всего спектра

N - матрица периодичности.

Моделируем эффект смарки-
вания всего спектра
(спектральное окно).

Центральное спектральное
окно Алексева.

$$\text{ker}(\|\vec{\omega}\|) \in$$

длина радиуса - вектора

$$\text{ker}(\|\vec{\omega}\|) = \begin{cases} \frac{d+2}{4d} \cdot \frac{\rho^d - \|\vec{\omega}\|^d}{\rho^{d+2}}; & \|\vec{\omega}\| \leq \rho \text{ радиус гиперсферы} \\ 0; & \|\vec{\omega}\| > \rho \end{cases}$$

Оценка параметра свертывания:

$$\sigma_N = (N_1, N_2)^{\frac{1}{2d+d}}$$

$$\|\vec{\omega}\| = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2} \quad (1)$$

ρ - радиус круга (гиперсферы), за пределами которого значение $\|\vec{\omega}\|$ все равно превращается в 0.

α - параметр ск-ти роста окна (линейно)

$$0 < \alpha \leq 1$$

Спектральное окно усмотрено \Rightarrow в-р случайных значений моделируется по формуле:

$$\vec{\Omega} = \|\vec{\Omega}\| \cdot \vec{\Omega} \text{ (где } \vec{\Omega} \text{ - вектор, зависящий от координат (линейно))}$$

Норма случайной частоты (с теоремой Бохнера)

~~норма случайного вектора~~

~~плотность вектора~~ имеет вид

$$f(\|\vec{\omega}\|) = \|\vec{\omega}\| \cdot \text{ker}(\|\vec{\omega}\|)$$

Известен алгоритм моделирования APB

$$\|\vec{\Omega}\| = \rho \gamma_2 \gamma_{2+d}, \text{ где } \gamma_2 \text{ и } \gamma_{2+d} \text{ - независимые СВ.}$$

распределение в стандартном
ин-ве $[0, 1]$ с ПРВ соотв-но:

$$\eta_2 \rightarrow 2 \|\vec{\omega}\|$$

$$\eta_{2+d} = (2+2) \|\vec{\omega}\|^{d+1}$$

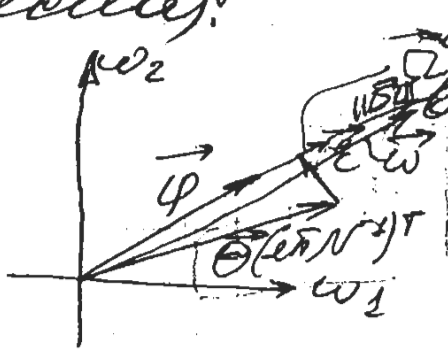
Моделирование СВ с ук на ПРВ
реализует метод обращения.

$$\|\vec{\Sigma}\| = \rho \gamma_1^{1/2} \gamma_2^{1/2(d+1)}$$

γ_1 и γ_2 - равномерное СВ

$$\gamma_1, \gamma_2 = \text{Rand}[0, 1]$$

(стандартное несвязанные
числа).



→ моделируем левую $\vec{\omega}$
→ обратный спектр
→ частотная
→ пространство
→ выборки левых
→ проиндексирован
→ выборочный спектр.

Моделируем равномерное
направление и по спектру.
нелинейно моделируем форму спектра
 $\|\vec{\Sigma}\| \Rightarrow$ направляет вектор
случайных частот. $\vec{\omega}$

На исходном ил. не парам.
оценки в виде степенной
перформ. об. - это не пара-
метрический метод.

Мощнее модели с гармоникой
кор. спектр св-вами свл.
параметрич. модели \rightarrow

Модель конечной смеси
стандартных спектров
Полнотауссовая модель.
⇒ EM алгоритм (заручен
распознавание (обучение)).

24.11.05.

лекция

Лабушев.

Модель конечной смеси стандартных распределений вероятности EM алгоритмов.

- решаем задачу стат. моделирования параметров методами ЭМ.

ЭМ - набор смешанных спектров.

- в задачах распознавания образов, они используются алгоритмов обучения без учителя.

При рекуррентных задачах распознавания → нейросетевые архитектуры, а именно нейронные сети в базе функциональной формы, более совершенные нейронные сети (вероятностные).

В экспертных системах построены базы знаний сетей при помощи решений.

Модель конечной смеси стандартных распределений.

Набор станд. распределений

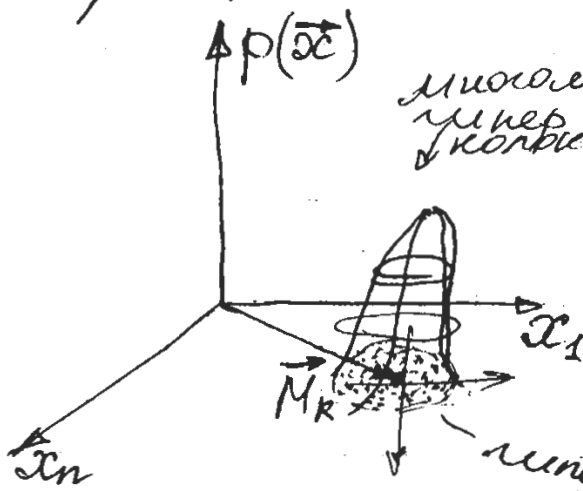
$P_k(x)$ - станд. плотность распредел. вероят.

находится в рамках параметра порога

$P_k(x | \vec{\theta}_k)$

$\vec{\theta}_k$ - набор
пар.

неизвестных параметров
 n - размерность



многомерный
линейный
контур

$$\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$$

размерность
пространства
 признаков

1. \vec{M}_k - вектор мат.
осей.

линейный эллипсоид (n -мерный)

$$\vec{M}_k = (M_{k1}, \dots, M_{kn})^T$$

2. Ковариационная
матрица

хар - T ориентацию линейного эллипсоида
собственными векторами.

В размерности $n \times n$.

- хар - k_{ij} масштаб (степени
различия)

Собственные векторы ков. матр.
хар - T ориентацию главных
осей матрицы рас - σ .
А - собствен. значения ков.
матрицы. Характерист.
размерность. Собственные
оси.

обобщ. дисперсия -
сфер. матр. ков. В

$$\vec{\theta}_k \left\{ \begin{array}{l} \vec{M}_k = (M_{k1}, \dots, M_{kn})^T \\ B - n \times n \end{array} \right. \text{ Гаусс}$$

Многомерное распр - ϵ
Стьюдента, Лурьева.

* Вар - т параметр. неопр - ти:

1. Распр - е хорошо описыв-ся
нормальн. законом. ССР.
2. Предполаг. наличие к
доказательн. макс
3. Кол-во мастеров = к

Задача:

Ирландия - 76 вР парам-ств

Принцип обуг. без неопр.
реализует сверх-е
решения.

1. кол-во классов (мастеров)
ассорт-а со стаб. устойчивой
оценкой кол-ва локальных
максимумов. Эти макс. опре-т
нахождение центра группировки.
2. Разделение между
группами - размер релледа,
т.е. сверх-а е
нар-ли масштаба

Метод интервального поиска - а
для вычисления в общем
случае.

Модель конечной смеси групп.
наблюдений

$$p(\vec{x}|\vec{\theta}) = \sum_{k=1}^K P_k p_k(\vec{x}|\vec{\theta}_k)$$

P_k - вес перем. параметр - а
априорная вероят. - P_k
наблюдать соответс - е
распределение.

На модели КСР
выявление для структуры -
робот (целиком или в. л. 3.)
принцип обучения без
наблюдения. *

Метод расп - я сводится
с параметрами масштаба
первичных распределений.

K - кол-во кластеров.

Преимущество: реализуется
ЭР - а принцип естественности.

1. разогрывается дискр.
св в соответствии с

$$P_1 + P_2 + \dots + P_k = 1.$$

разогрывается класс

⇒ вошли в стандартное
распр - е → а решение алгоритм
уже известки и стат-ки
модель - а станд. расп - е.

СПМ - многомерное распр.
нормальное стандартное спектр.

1. разогривание корр. поля
2. моделирование поля со стандартным спектром.

Семейство EM алгоритмов.
Критерий - цит параметров коэф-
кой смеси.

Находимся в рамках параметри-
ческой непрерывности.

$\vec{x} \rightarrow \begin{cases} \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \\ \vdots \\ \vec{x}_N \end{cases}$ - не помеченная выборка
случайного вектора x .
(N - мерного)
 N - объем выборочных данных

выборка не помечена -
отсутствует априорная
инф-ция в кон-ве
классов K .

не известны параметры
нормальных распр - и.

Параметры рше определены:

$\vec{\theta} = (P_1, \dots, P_K)$ - априорное инф-рм
классов.

$$\sum_{k=1}^K P_k = 1$$

$\vec{\theta} = (\vec{\theta}_1, \dots, \vec{\theta}_K)$ - набор параметров
нормальных распр - ер

Если ищ. принцип
 потребитель забирает
 все то все кроме одной
 единицы и коррирует.

Рук - сч ищ. принцип
 в EM алгоритме ищ
 одна ищ ищ ищ ищ ищ ищ

Матрица выполняет роль
 матрица данных, соотнося
 каждое наблюдение
 со всеми классами с
 стр - ой степенью
 надежности.

Трассируем по столбцам.

$$\frac{\partial \hat{L}(\theta, \lambda)}{\partial P_j} = \sum_{m=1}^N \frac{P_r(j | \vec{X}_m)}{P_j} - \lambda = 0$$

суммируем по выборке

$$\sum_{m=1}^N P_r(j | \vec{X}_m) - \lambda P_j = 0$$

$$P_j = \frac{1}{\lambda} \sum_{m=1}^N P_r(j | \vec{X}_m)$$

$\lambda = N$, т.к. сумма
 строки $\underline{= 1}$

$$P_j = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N P_r(j | \vec{X}_m)$$

Трассируем строки и столбцов
 $N P_1 + N P_2 + \dots + N P_R = N$

⇒ получим фильтр.

$$P_j = \frac{N_j}{N}$$

- это наш оценки (всех наших
рангов)

M- наш - пересчет
в априорную вер - T_b

P_j

$$P_r(k | \vec{X}_m)$$

ассоциация с классом
конкретного наблюдения.

Применяем ф-лу Байеса

$$P_r(k | \vec{X}_m) = \frac{P_k P_k(\vec{X}_m | \theta_k)}{\hat{p}(\vec{X}_m | \theta)}$$

↑
априорная вероятность

аностерморная вер-ть
опр-на по формуле Байеса

Классы k	1	2	...	K
\vec{X}_1	$P_r(1 1)$	$2 1$...	$K 1$
\vec{X}_2				
\vdots				
\vec{X}_N				

матрица
аностерморных
вероятностей

Процедура аностерморной об-ти = N
строки (по индексу k)

Сумма эл-тов в строки = 1,
т.е. какое наблюдение
может ассоциироваться
с одним из K
классов, других вариантов
нет.

с наибольшей вероятностью
ассоциируется наблюдение
с тем из классов,
для которого вероятность
наибольше из всех.

данных (реализация алгоритма классификации)

На N шаге реализуется
 шаг - сдвиги - в оценке параметров модели в непрерывном режиме (в хронологич. и по времени - от обучающих действий)

Записываем математически.

$\frac{\partial \hat{L}(\vec{\theta})}{\partial P_j}$ ищем оптимальную оценку априорной вероятности j -го класса.

$$\frac{\partial \hat{L}(\vec{\theta})}{\partial P_j} = \sum_{m=1}^N \frac{P_j^{j+1} \cdot \frac{\partial P_j}{\partial P_j} \cdot \frac{P_j(X_m | \vec{\theta}_j)}{\hat{P}(X_m | \vec{\theta})} - \lambda}{j} = 0 \quad j = 1; K$$

нормальное распределение

$$\sum_{k=1}^K P_k = 1$$

получаем с помощью оптимальную оценку априорных вероятностей.

Метод неопределенных множителей Лагранжа - для учета ограничений в форме равенства.

$-\lambda (\sum_{k=1}^K P_k - 1)$ - штрафное слагаемое в $\hat{L}(\vec{\theta})$

$$\Rightarrow \hat{L}(\vec{\theta}) \rightarrow \hat{L}(\vec{\theta}, \lambda)$$

Введем априорные вероятности наблюдений.

выпуклостной в-р параметров

$$\vec{\theta}^* = \text{Arg max } \{ L(\vec{\theta}) \}$$

$p(\vec{x})$ - целевое задание

Эмпирическая оценка ПРВ.

- самая простая, но самая неточная

В каноническом наблюдении ставится δ -ф-ция и скандовалась.

$$p(\vec{x}) \approx \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \delta(\vec{x} - \vec{X}_m) \quad \text{- оценка}$$

увер. по выборке \uparrow δ функция \rightarrow точка наблюдения

Проблема - не δ функцией.

\Rightarrow эмпирическая оценка

φ -функция вкл - в Хевесайда

здесь она многомерная

$$\hat{L}(\vec{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \ln \{ \hat{p}(\vec{X}_m | \vec{\theta}) \} \rightarrow \text{max} \quad \text{найти } \vec{\theta}, \text{ чтобы}$$

- эмпирич. оценка (функция правдоподобия) (оцениваем наблюдение)

Максимизация такого функционала осуществляется с помощью EM алгоритма.

Estimation Maximization

- две фазы расщепления.

на ϵ мале (оценки)

формируется матрица апостериорных вероятностей исходных

Обучить модель по равномерному
распределению (нужно)

Необходимо выбрать критерий
качества обучения (опт - θ
этот критерий в точке мин.
ком - во выбор параметра
является оптимальным)

В виде случайной выборки
исходное распределение θ не
известно. - сложность распределения
параметров.

$$\Rightarrow \hat{p}(\vec{x} | \vec{\theta}) = \prod_{k=1}^K P_k p_k(\vec{x} | \vec{\theta}_k)$$

Критерий правдоподобия

В ситуации парам - от выборки
параметров модели рационально
выбирать по критерию макс - на
логарифма правдоподобия.
(логарифм - по θ и \vec{x})

Функционал правдоподобия
Фишера

Пусть задано некоторое
распределение $p(\vec{x})$

$$p(\vec{x}) \xrightarrow{\text{соот.}} \hat{p}(\vec{x} | \vec{\theta})$$

$$L(\vec{\theta}) = \int \ln \hat{p}(\vec{x} | \vec{\theta}) p(\vec{x}) d\vec{x} \quad \text{правдоподобия Фишера}$$

D модель
все области

likelihood

1. 12.05. лекция.

Семейство многомерных симметричных распределений.

$$p_k(\vec{x} | \vec{\theta}_k)$$

$\vec{\theta}_k \rightarrow 1$) радиус-вектор мат. ожиданий

$$\vec{E}_k = (E_{1k}, \dots, E_{mk})^T$$

- центр группировки класса

2) ковариационная матрица (-хар-ка масштаба)

B_k - $n \times n$ n - размерность вектора \vec{x} .

$$\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$$

$$\Rightarrow p_k(\vec{x} | \vec{\theta}_k) = S_1^{-1} \prod_{i=1}^n | \det B_k |^{-1/2} \varphi(D^2(\vec{x} | \vec{E}_k, \vec{B}_k))$$

S_1 - площадь пов-ти единичной сферы в n -мерном пространстве

$$S_1 = (2\pi)^{n/2} / \Gamma(n/2)$$

$\varphi(y)$ - гамма-распределение
нормальность - непрерывное
гамма-распределение
Гауссовское распределение:

$$\varphi(y) = \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right)$$

ограничение: y - гауссовской $(n-1)$ -мерной области D_{n-1}

$$D_{n-1} = \int_0^{\infty} y^{n-1} \varphi(y^2) dy$$

$D^2(\vec{x} | \vec{E}_k, B_k)$ - расстояние (метрика) Матхана-Морриса

матрица точности

$$D^2(\vec{x} | \vec{E}_k, B_k) = (\vec{x} - \vec{E}_k)^T B_k^{-1} (\vec{x} - \vec{E}_k) = \|\vec{y}\|^2$$

\xrightarrow{n} $\begin{matrix} n \\ \square \\ n \end{matrix}$ I_n \uparrow сферическая
 $\xrightarrow{\quad}$ $I = \text{число}$ \uparrow топология

Метрика Матхана-Морриса как τ обобщенное расстояние от центра группировки (пар. в. E_k) до текущего наблюдению \vec{x} .

$|\det B_k|$ - обобщенная дисперсия.

В случае exp-го выбора пар. \Rightarrow полигаусовская модель распределения исходных данных.

$n=1$ $D^2(\cdot) = \frac{(x_1 - E_{11})^2}{B_{11}}$ - дисперсия

$B_k \rightarrow \{b_{ij}(k)\}_{i=1, n}$ - строки (к) - номер класса (ковариация)

$B_k^{-1} \rightarrow \{b_{ij}^{-1}(k)\}$ - элементы матрицы точности

$$\vec{E}_k = \{e_1(k), \dots, e_n(k)\}^T$$

$$D^2(\cdot) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij}^{-1}(k) \{x_i - e_i(k)\} \{x_j - e_j(k)\}$$

$$(\det B_k)^{-1} = \det(B_k^{-1}) = \sum_{i=1}^n b_{ij}^{-1}(k) B_{ij}^{-1}(k)$$

- разложение определителя по элементам j -го столбца.

B_{ij}^{-1} - алгебраическое дополнение n -го b_{ij}

ант. отношение - определитель
 новой матрицы, вот - все
 помы - св. из каждой вычерки-
 वाली i строки и j столбца
 и умноженное на $(-1)^{i+j}$

$$\hat{L}(\vec{\theta}) = \sum_{m=1}^N \ln \{ \hat{p}(\vec{x}_m | \vec{\theta}) \}$$

$$\textcircled{k} \quad \nabla_{\vec{\theta}_k} \{ \hat{L}(\vec{\theta}) \} = \sum_{m=1}^N \frac{P_k \nabla_{\vec{\theta}_k} \{ P_k(\vec{x}_m | \vec{\theta}_k) \} \cdot P_k(\vec{x}_m | \vec{\theta}_k)}{\hat{p}(\vec{x}_m | \vec{\theta}) \cdot P_k(\vec{x}_m | \vec{\theta}_k)}$$

$\vec{\theta}_k \swarrow \searrow$
 $\vec{E}_k \quad \vec{B}_k$

↑
 конкретный набор точек

$$P_r(k | X_m) = \frac{P_k P_k(\vec{x}_m | \vec{\theta}_k)}{\hat{p}(\vec{x}_m | \vec{\theta})}$$

- априорная
 вероятность
 (распредел. надеждо-
 вост. центром)

$$\nabla_{\vec{\theta}_k} \{ \hat{L}(\vec{\theta}) \} = \sum_{m=1}^N P_r(k | X_m) \frac{\nabla_{\vec{\theta}_k} \{ P_k(\vec{x}_m | \vec{\theta}_k) \}}{P_k(\vec{x}_m | \vec{\theta}_k)}$$

$$= \sum_{m=1}^N P_r(k | X_m) \nabla_{\vec{\theta}_k} \left[\ln \{ P_k(\vec{x}_m | \vec{\theta}_k) \} \right]$$

$$\ln p_k(\vec{x} | \vec{\theta}_k) = \ln \varphi \{ D^2(\vec{x} | \vec{E}_k, \vec{B}_k) \} +$$

$$+ \frac{1}{2} \ln |\det \vec{B}_k^{-1}| + \text{const}$$

первая группа φ - всегда рассчитывается
 определяет априорные вероятности
 (веса) нормальное распределение

в модели конечной смеси.

Вторая группа ур-ний описывает в априорном режиме матрицы-характеристики (хар-ки) параметров нормальных распределений в модели конечной смеси)

Третья группа ур-ний описывает ковариационную матрицу-характеристики масштаба нормальных распределений)

$$\nabla_{\vec{E}_k} \ln P_k(\vec{x} | \vec{\theta}_k) = \frac{\psi' \{D^2(\cdot)\}}{\psi \{D^2(\cdot)\}} \nabla_{\vec{E}_k} \{D^2(\vec{x} | \vec{E}_k, B_k)\} (-2) B_k^{-1} (\vec{x} - \vec{E}_k)$$

$$\nabla_{\vec{\theta}_k} \{L(\vec{\theta}_k)\} = \sum_{m=1}^N P_r(k | X_m) \frac{\psi' \{D^2(\cdot)\}}{\psi \{D^2(\cdot)\}} \nabla_{\vec{E}_k} \{D^2(X_m | \vec{E}_k, B_k)\}$$

подстановка в эмпирич. функцию лог. правдоподобия приводит к системе нормальных ур-ний векторов параметров нормальных распределений.

$$\nabla_{\vec{\theta}_k} \{L(\vec{\theta}_k)\} = -2 B_k^{-1} \sum_{m=1}^N P_r(k | X_m) \cdot$$

$$\cdot \frac{\psi' \{D^2(X_m | \vec{E}_k, B_k)\}}{\psi \{D^2(X_m | \vec{E}_k, B_k)\}} \cdot (X_m - \vec{E}_k) = 0$$

$$\vec{E}_k = \frac{\sum_{m=1}^N P_r(k | X_m) \frac{\psi'(X_m)}{\psi(X_m)} X_m}{\sum_{m=1}^N P_r(k | X_m) \frac{\psi'(X_m)}{\psi(X_m)}} \quad (k = 1, 2, \dots, K)$$

Итак, мы имеем способ оценки
 модальной выборочной оценки
 в среднем в учебной работе, что
 веса имеют способ фильтра.
 (реализует в автоматическом
 режиме классификацию
 данных).

Аналогичной аналогии относительно
 ковариационных матриц
 приводит к:

$$B_k = -2 \frac{\sum_{m=1}^N P_r(k | \vec{X}_m) \frac{\psi'(\cdot)}{\psi(\cdot)} (\vec{X}_m - \vec{E}_k) (\vec{X}_m - \vec{E}_k)^T}{\sum_{m=1}^N P_r(k | \vec{X}_m)}$$

взаимная оценка
 ковариационной матрицы

EM алгоритм.

Шаг 0: инициализация
 оценить количество классов
 в данных; выбрать начальные
 приближенные априорные
 вероятности θ_k^0

$$k, P_k[0], \vec{E}_k[0], B_k[0], k = 1, K$$

зачесть номер итерации $i=1$

Шаг 1: оценка (Estimation)
 вычислить апостериорные
 вероятности наблюдений

$$P_r^{(i)}(k | \vec{X}_m) = \frac{P_k[i-1] p_k(\vec{X}_m | \vec{\theta}_k[i-1])}{\hat{P}(\vec{X}_m | \vec{\theta}[i-1])}$$

ф-ла Байеса

$$k = 1, K; m = 1, N$$

Шаг 2: максимизация (maximization)

$$P_k[i] = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N P_r$$

↑
текущий шаг

$$\vec{E}_k[i] = \frac{\sum_{m=1}^N P_r^{(i-1)} (k | \vec{X}_m) \frac{\varphi'(\theta[i-1])}{\varphi(\theta[i-1])} \vec{X}_m}{\sum_r P_r^{(i-1)} (k | \vec{X}_m) \frac{\varphi'(\theta[i-1])}{\varphi(\theta[i-1])}}$$

$$B_k[i] = \frac{\sum_{m=1}^N P_r^{(i-1)} (k | \vec{X}_m) \frac{\varphi'(\theta[i-1])}{\varphi(\theta[i-1])} (\vec{X}_m - \vec{E}_k[i-1])}{\sum_r P_r^{(i-1)} (k | \vec{X}_m)} * (\vec{X}_m - \vec{E}_k[i-1])^T$$

Шаг 3: критерий прекращения обучения

$$|P_k[i] - P_k[i-1]| \geq \varepsilon_1$$

$$\|\vec{E}_k[i] - \vec{E}_k[i-1]\| \geq \varepsilon_2$$

$$\|\vec{B}_k[i] - \vec{B}_k[i-1]\| \geq \varepsilon_3$$

$$|\hat{L}(\theta[i]) - \hat{L}(\theta[i-1])| \geq \varepsilon_0$$

Если критерии все уровни-ног (если хотим до одной версии, то продолжать обучение, если все критерии закончить обучение)

Это вычислительный вариант EM-алгоритма, т.к. он работает на эмпирической оценке функции

Скорость алгоритма зависит от объема выборки.

Этого хватает для малых межклассовых расстояний.

labnet.ru

8.12.05. лекция

Непараметрические методы
спектрального анализа.

на практике есть одна реализация
Учитывая св-во эргодичности.

Сравнение поведения масс-
спектров статистик

опирается на гипотезу
наличия ансамбля реализа-
ции временного ряда
и ее изображения. На
практике, как правило,
вместо ансамбля реализуем.

Применение классических
методов невозможно.
⇒ необходимо опираться на
св-во эргодичности обраба-
тываемых данных.

Эргодичность
Замени процедура усред-
нения по ансамблю времени
~~реализаций~~ корректна,
если выполняется
св-во эргодичности.
Все показатели до 4-го
порядка включительно
включаются стационарности,
т.е. не изменяются во времени
(относительно ~~вероятности~~)
3, 4 - эксцесс, асимметрия
(относительно ~~нормального~~)
относительно ~~нормального~~

⇒ Процедура усреднения по
ансамблю заменяется
процедурой усреднения

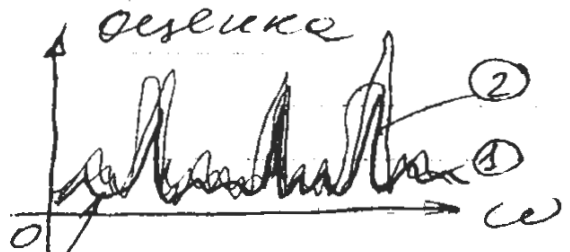
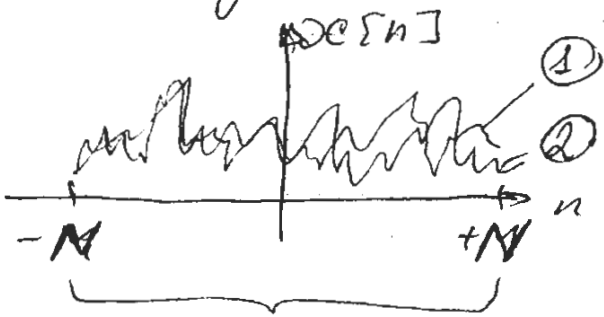
Допущение об эргодичности позволяет ввести понятие спектральной плотности мощности (СПМ) - в смысле Винера-Хинна.

классическое определение СПМ.

$$P_{xx}(\omega) = \lim_{M \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{(2M+1)\Delta t} \left| \sum_{n=-M}^{+M} x[n] \exp(-j\omega n \Delta t) \right|^2 \right\}$$

↑
ПДПФ

распределение мощности по частотам, по оси случайная
abs - АЧХ
степень 2 - энергия



усреднение по ансамблю
ε - операция уср. по ансам.

1. усреднение по времени
 2. ε по ансамблю
 3. т.к. временной интервал ансамбля конечный
- ⇒ берем предел.

В реальной ситуации рассматриваем конечный объем данных
⇒ 3 пункта преобразуем
⇒ возникает эффект окна

V ⇒ 2 пункта тоже преобразуем
⇒ переходим к оценке, реализуем на практике

Возбужденный спектр

$$P_{xx}(\omega) = \frac{1}{(2N+1)\Delta t} \left| \sum_{n=-N}^{+N} x[n] \exp(-j\omega n \Delta t) \right|^2$$

- временная оценка
- такая оценка СПМ (в виде возбужденного спектра)
- ⇒ периодическая (периодическая оценка СПМ)

Формулировка тр В-Х.

из временного класса
определения СПМ
можно получить соотношение
между СПМ и АКФ (автокорреляционная функция) в виде тр В-Х.

$$P_{xx}(\omega) = \Delta t \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \overbrace{r_{xx}[m]}^{\text{нормирует}} \exp(-j\omega m \Delta t)$$

- ПАПФ или автокорреляционная СПМ по тр Винера-Хинчина

максимально возможное значение корреляционной функции (замедленное), при которой возбужденный спектр дискретен

АКФ непрерывно меняясь, составляет 0,1 объема возбужденных данных.

реально предельно конечно $[-M; +M]$

$$M \leq \frac{N}{10}; \text{ и оценку } \hat{r}_{xx}$$

$$\Rightarrow \hat{P}_{xx}(\omega) = \Delta t \sum_{m=-M}^{+M} \hat{r}_{xx}[m] \exp(-j\omega m \Delta t) \quad \text{коэффициент}$$

- косвенная оценка
(карманно-фрагментная оценка)

Карманно-фрагментный
метод оценки СПМ.

Учитывая конечное число
статистических св-ва оценки.
Введем матрицу оценки
случайная ф-ция $\hat{x}_{xx}[m]$

$$E \{ \hat{P}_{xx}(\omega) \} = \Delta t \sum_{m=-M}^{+M} E \{ \hat{x}_{xx}[m] \} \exp(-j\omega m \Delta t)$$

предполагаем, что оценка АКФ
является идеальной.

$$E \{ \hat{P}_{xx}(\omega) \} = \Delta t \sum_{m=-M}^{+M} \mu_{xx}[m] \exp(-j\omega m \Delta t)$$

нелучшая оценка по \hat{x} -х
оценивается, от идеальной
СПМ, т.к. предел суммирования
конечен.

Введем корреляционную окко
взвесе = 1 для корр-ок
длгов $\Sigma = [-M, M]$ и = 0 в \forall других
случаях.

$$E \{ \hat{P}_{xx}(\omega) \} = \Delta t \sum_{m=-\infty}^{\infty} W[m] \mu_{xx}[m] \exp(j\omega m \Delta t)$$

Треугольное кор-ое окко

$$W[m] = \begin{cases} 1, & |m| \leq M \\ 0, & |m| > M \end{cases}$$

Время	Частота
$x_{xx}[m]$	$P_{xx}(\omega)$

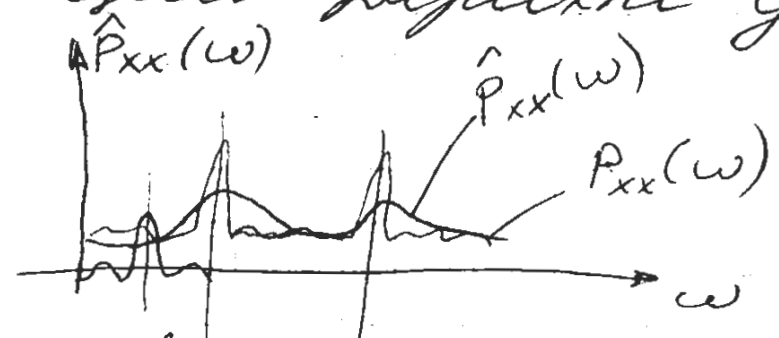
$W(\omega)x_{xx}[m] \mid W(\omega) * P_{xx}(\omega)$ - свертка

Эффект окна (конечной длины выборки) проявляется в том, что истинная СПМ свертывается с Фурье образом прямоугольного окна.

Фурье образ прямоугольного окна - это Ф-член Дирихле

$$W(\omega) = D_M(\omega) = \frac{\sin(\omega M \Delta t)}{\omega M \Delta t} \exp(j\omega \frac{\Delta t}{2})$$

То мере ↑ объема выборки ширина главного лепестка Ф-члена Дирихле уменьшается.



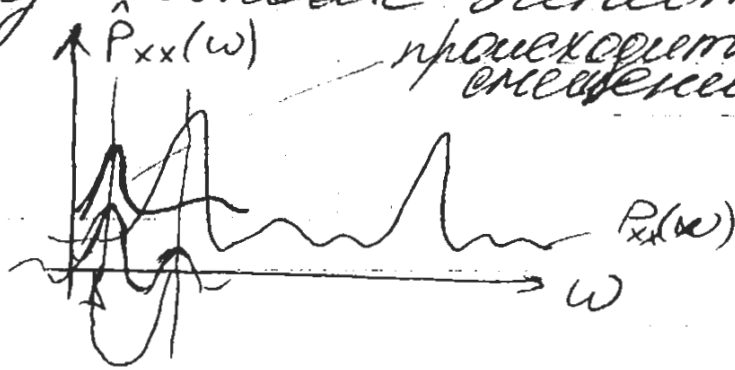
То сравнимо с истинной СПМ кар. оценка более смещенная. → смещение

В пределе при $M \rightarrow \infty$ ($N \rightarrow \infty$)
 ⇒ приближается к д-функции
 ⇒ свертка с Ф-членом Дирихле дает как и истинная мощность СПМ.

Ф-член Дирихле обладает отрицательными выбросами что может привести к отриц.

значением кар. оценки СПМ
было физически не интерпретиру-
ется.

Эффект просачиваемая энергия
через боковые лепестки.



В силу малого затухания
мажоритарного сигнала - в
полюсе спектра по сравнению
с мажоритарным спектром
возможна эффект просачиваемая
энергия через боковые
лепестки \Rightarrow эффект
смещения по всей частот
спектральной линии.

В кар. оценке ~~от~~ СПМ
по сравнению с истинной СПМ

в силу конечной ширины
диапазона в кар. оценке можно
присутствует прямоугольное
окно. его минусы:

- широкий мажоритарный лепесток,
что приводит к выводу - ну
сильнейшим образом.

- отрицательные боковые \Rightarrow
отрицательные значения оц. СПМ

- малое затухание
боковых лепестков.

Изменение кор. спектральной
взвешки возможно с помощью
правильного выбора коррек-
ционного окна.

Корректно называем все взвешки
Блэкмана - Фьюки

$$\hat{P}_{BT}(\omega) = \Delta t \sum_{m=-M}^{+M} w[m] \hat{x}_x[m] \exp(-j\omega m \Delta t)$$

Трансформированный метод
оценки СТП.

основа - взвешенный спектр.

$x[n]$, $n = 0, \overline{N-1} \rightarrow N$ - дискретно

$$\tilde{P}_{xx}(\omega) = \frac{\Delta t}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} \underbrace{x[n]}_{w[n]} \exp(-j\omega n \Delta t) \right|^2$$

Применение окна рандом
помогает процедуре
преобразования по
спектрально.

16.02.06. Лабунец Леонид Витальевич

Моделирование СБЛ.

Имитационное цифровое мор-е
полей цен и сигналов СБЛ.

Формируется цифровое
аппаратное. Имитируем
св-ва реальных объектов

Им. циф. мор-е позволяет
имитировать на компьютере
поведение экспериментов, т.е.
результат одного из
поведений цифровым.

Живые мая. и морские
ресурсы мобилизуются по мере
нужды результатов, имеют
большую информационную
статистику.

Важно учитывать эргодичность ближайшей
зоны. (работают в БЗ и в ДЗ)

БЗ: полная волна преобразо-
вана в сферическую.
(полная условная граница цен)
каждой из-т пов-ти
имеет свой угол атаки и
отражения.

Задан, решаемое при
использовании имит. циф. мор-е
1. св-ва в мат. мор-е

характеристик отражения
и преломления света и конструк-
тивных материалов.
(зависимость коэф. отражения
от угла падения и
полюризации).

1. Мат. модель интерференции
света. условия появления
максимумов и минимумов.
зависимость от
разности хода и разности
фаз.
(оптическое расстояние
констр. материала и
полюризация зависит от
температуры и спектра)

2. Мат. описание пространственной
конфигурации 3D объекта.

Создание световой картины
методом моделирования.

3. Мат. описание ближней
области с изображением.

Мат. описание взаимодействия
с волнами в плоскости
поверхностей и т.д.
Мат. модель с ЕП и
(сферических) волн.
многомерных

(физическая модель; компьютер)

Морель отраженная октавского
лучшей образами
покрылись в виримом
и блещет ИК диаграмме.

0,6 мкм - 1 мкм - виримом
диаграмм

0,9 мкм - лазерное системы

1,06 мкм - системы с
лазером на вершинах.

конкретные триггерные измерения.

Основные требования к установке.

- высокое угловое разрешение
установки / малые углы
расходимость луча и
прямой системы - секунды)

- (уст. должна модернизировать
установку)

исследования спектров
рассейания поляризованной
волны

(номер - от кол. пометок
излученной энергии)

Степень поляризации $\frac{S-P}{S+P}$