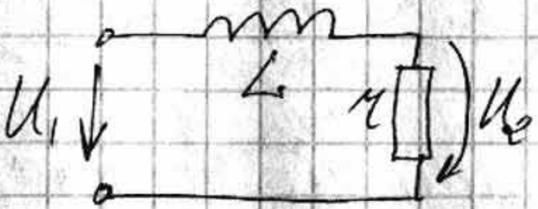
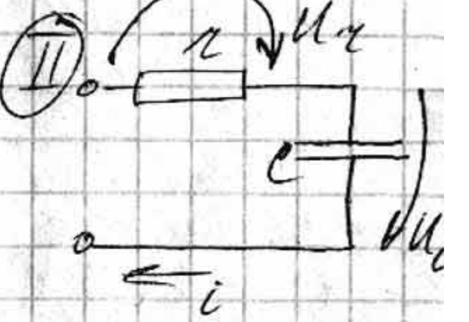
$$H_u(j\omega) = \frac{\dot U_2}{\dot U_1} = \frac{-\dot I_2 r}{\dot I_1 \frac{1}{j\omega C}}; \quad \dot I_1 = \dot I_2$$

$H_u(j\omega)$ – идеальн. дифф. звено
⊖ – инвертир. вх. сигн.

Интегр. 4-хпол.

Пассив.:





Во врем. обл.: II

$U_2 \ll U_r$; $U_1 = U_r + U_2$

$U_1 \approx U_r = ir$; $i = \frac{U_1}{r}$; $U_2 = \frac{1}{C}\int i\,dt =$

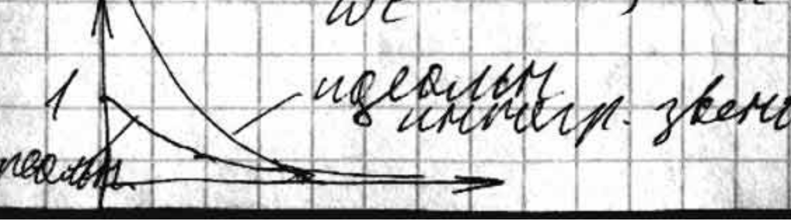
$= \frac{1}{rC}\int U_1\,dt$; $\frac{1}{\omega C} \ll r$; $\frac{1}{\omega} \ll rC$; $\frac{1}{\omega} \ll \tau$

$\omega_{гр} = \frac{1}{\tau}$, $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{t_u}$; $\frac{t_u}{2\pi} \ll \tau$ – инерционная схема

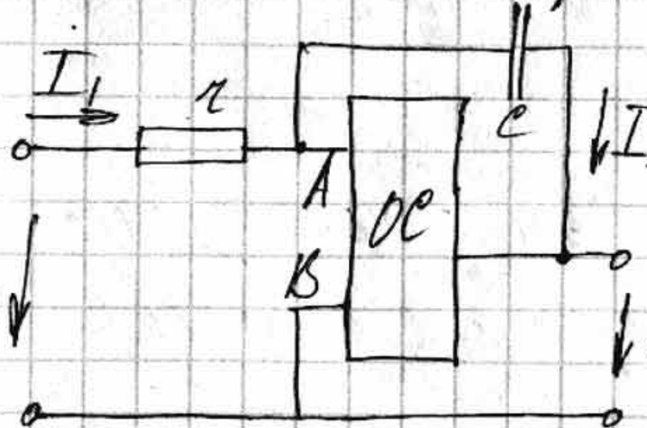
В частот. обл.: $H_u(j\omega) = \dfrac{-j\frac{1}{\omega C}}{r - j\frac{1}{\omega C}}$;

$H_u(\omega) = \dfrac{1/\omega C}{\sqrt{r^2 + (1/\omega C)^2}}$,

При $\frac{1}{\omega C} \ll r$; $H_u(j\omega) = -j\frac{1}{\omega C r}$



Активн. интегр. цепь:



$$H_u(j\omega) = \frac{\dot U_2}{\dot U_1} = \frac{-j\frac{1}{\omega C}}{r} = -j\frac{1}{\omega C r}$$ — идеальн. интегр. звено

1.09.04г

Цепи с распределенными параметрами (длинные линии, ДЛ)

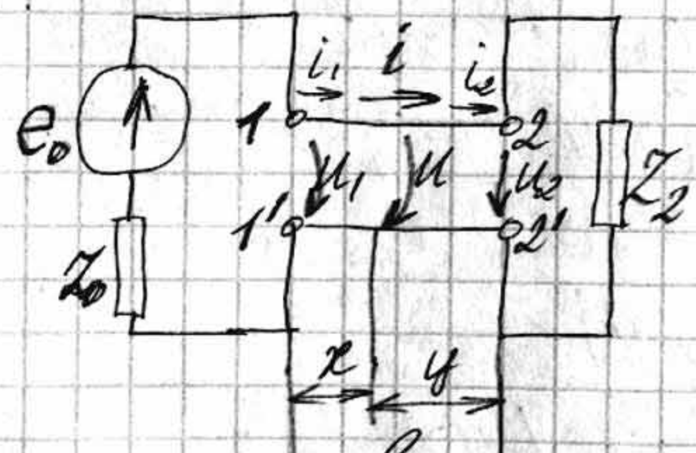
ДЛ — эл. цепь, геометр. размеры кот. сравнимы с длиной волны э/м колеб. или эл. цепь, токи в кот. завис. от 2-х парам-ов: времени и координат.

$c = 3\cdot 10^8$ м/с — v распростр. э/м волн
λ — длина волны
T — период колеб. $\lambda = c\cdot T = c/f$

$f = 50$ Гц $\longrightarrow$ $\lambda = 6\cdot 10^6$ м

$f = 3\cdot 10^9$ Гц $\longrightarrow$ $\lambda = 0{,}1$ м

ДЛ:

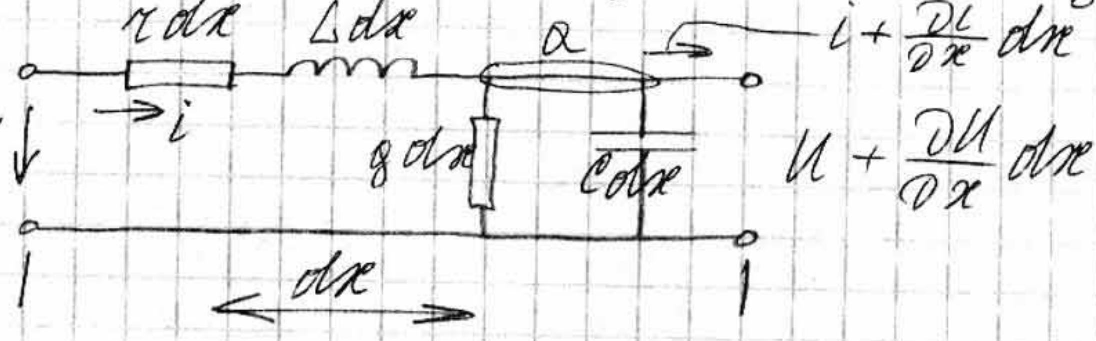


$l = x + y$ — длина линии

* Цепочечное (каскадное) соединен. 4-х полюс.

r — актив сопрот ед. длины [Ом/км]
L — индук. .... [Гн/км]
r, L, g, C — погонные (первич) парам-ры

ДУ длин. линии (ур-е Гельмгольца)



–) 2-й зак. Кирхгофа ⊃ (внеш. конт.)

$$-u + i\cdot r\,dx + L\,dx\frac{di}{dt} + u + \frac{\partial u}{\partial x}dx = 0$$

$$\boxed{-\frac{\partial u}{\partial x} = i\cdot r + L\frac{\partial i}{\partial t}}$$ – 1-ое ур-е Гельмгольца

–) 1-ый з-н Кирхгофа (узел ⓐ)

$$i - \left(u+\frac{\partial u}{\partial x}\right)g\,dx - C\,dx\frac{\partial}{\partial t}\left(u+\frac{\partial u}{\partial x}dx\right) - i - \frac{\partial i}{\partial x}dx = 0$$

Пренебр. б. м. 2-го порядка.

$$\boxed{-ug - C\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial i}{\partial x}}$$ – 2-ое ур-е Гельмг.

Гармонич. режим работы длинной линии.

(sin-ые токи и напр-е)

$$u = U_m\sin(\omega t+\psi_u) \overset{\times}{=} \dot U e^{j\omega t},\quad \dot U = \frac{U_m}{\sqrt2} = Ue^{j\psi_u}$$

$$i = I_m\sin(\omega t+\psi_i) = \dot I e^{j\omega t},\quad \dot I = \frac{I_m}{\sqrt2} = Ie^{j\psi_i}$$

Переход из t-обл в компл. обл. – есть разделение переменных ($\dot U$ и $\dot I$ завис. от x)

$$\frac{\partial u}{\partial x} = e^{j\omega t}\frac{d\dot U}{dx} \qquad \frac{\partial i}{\partial x} = e^{j\omega t}\frac{d\dot I}{dx}$$ (?)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = j\omega \dot{U} e^{j\omega t} \qquad \frac{\partial i}{\partial t} = j\omega \dot{I} e^{j\omega t}$$

Т. о. $\begin{cases} -\dfrac{d\dot{U}}{dx} = \dot{I} r + j\omega L \dot{I} = \dot{I} \cdot z \ (3); \ z = r + j\omega L \\ -\dfrac{d\dot{I}}{dx} = \dot{U} g + j\omega C \dot{U} = \dot{U} y \ (4); \ y = g + j\omega C \end{cases}$

Полное сопрот. и полн. пров-ть единицы эл. линии

Реш. ~~ДУ~~ ДУ Прямая (падающая) и обратная (отраж.) волны. Вторичн. парам. длин. линии (коэфф. распростр., вол-е сопр-е, длина волны)

Продиф ур-е (3): $-\dfrac{d^2\dot{U}}{dx^2} = z\dfrac{d\dot{I}}{dx} = z(-\dot{U}y)$

$\begin{cases} \text{обознач. } \sqrt{zy} = \gamma = \alpha + j\beta \text{ — к-т расп-я волны} \\ \alpha \text{ — к-т затух. } \left[\frac{дБ}{км}, \frac{Б}{км}, \frac{Нп}{км}\right] \\ \beta \text{ — к-т фазы } \left[\frac{\ldots}{км}; \frac{рад}{км}\right] \end{cases}$

$$-\frac{d^2\dot{U}}{dx^2} = -\gamma^2 \dot{U} \qquad p^2 = \gamma^2 \Rightarrow p_{1,2} = \pm\gamma$$

По Эйлеру. ⊛ $\dot{U} = \dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{\gamma x}$; $\dot{A}_1 = A_1 e^{j\psi_1}$

$\dot{A}_2 = A_2 e^{j\psi_2}$

постоянные интегрир.

Из ур-е (3) $\dot{I} = -\dfrac{d\dot{U}}{dx} \cdot \dfrac{1}{z} = \dfrac{\gamma}{z}\dot{A}_1 e^{-\gamma x} - \dfrac{\gamma}{z}\dot{A}_2 e^{\gamma x} =$

$$= \frac{1}{z/\gamma}\left(\dot{A}_1 e^{-\gamma x} - \dot{A}_2 e^{\gamma x}\right) = \frac{1}{z_B}\left(\dot{A}_1 e^{-\gamma x} - \dot{A}_2 e^{\gamma x}\right)$$

$z_в = \frac{z}{\gamma} = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{r+j\omega L}{y+j\omega C}}$ — волновое сопротивление

Переход во врем. обл.: ⊛: $(\dot{U} e^{j\omega t})_{мн.ч.} =$

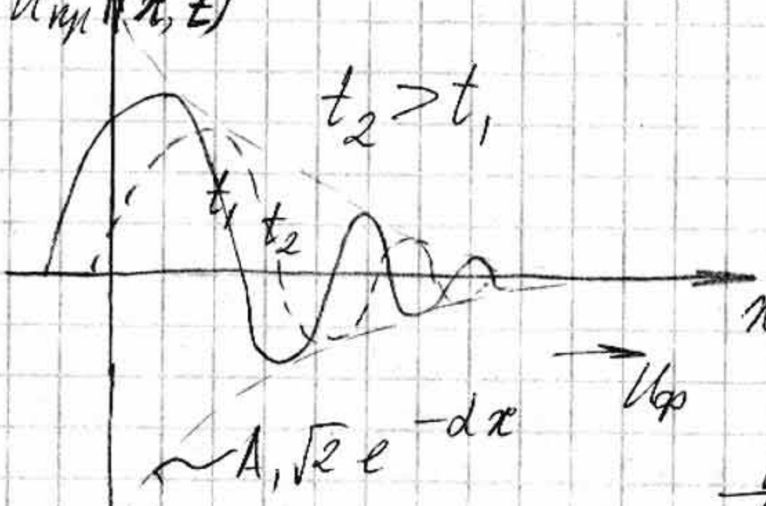
$= \left[(\dot{A}_1 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} + \dot{A}_2 e^{\alpha x} e^{j\beta x}) e^{j\omega t}\right]_{мн.ч.}$ ⊛⊛

$u(t,x) = A_1\sqrt{2} e^{-\alpha x}\sin(\omega t - \beta x + \psi_1) + A_2\sqrt{2} e^{\alpha x} \times$

$\times \sin(\omega t + \beta x + \psi_2) = u_{прям.} + u_{обр.}$

прям. и обр. волны

$u_{пр} = A_1\sqrt{2} e^{-\alpha x}\sin(\omega t - \beta x + \psi_1)$ — падающ. волна



$u_ф$ — скорость расп- распр. одинак. фазового состояние

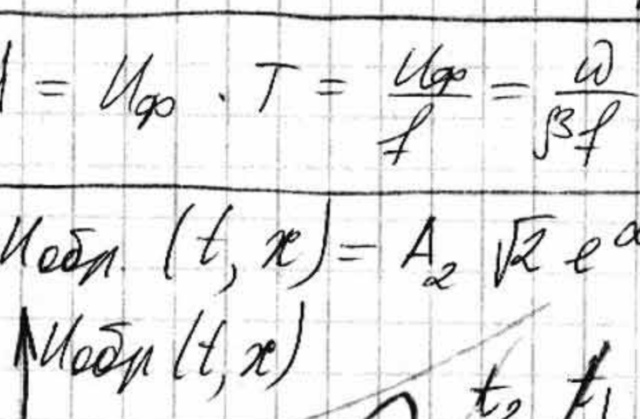
$\omega t - \beta x + \psi_1$ — фазов. состояние волны

$\frac{d}{dt}(\omega t - \beta x + \psi_1) = 0$

$\omega - \beta \frac{dx}{dt} = 0$; $u_ф = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\beta}$

$\boxed{\lambda = u_ф \cdot T = \frac{u_ф}{f} = \frac{\omega}{\beta f} = \frac{2\pi f}{\beta f} = \frac{2\pi}{\beta}}$ — длина волны

$u_{обр.}(t,x) = A_2\sqrt{2} e^{\alpha x}\sin(\omega t + \beta x + \psi_2)$ — обратн. волна



$t_2 > t_1$

$U_{ф} = \omega/\beta$, $\lambda = 2\pi/\beta$

$$\begin{cases} \dot{U} = \dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{\gamma x} = \dot{U}_{пр} + \dot{U}_{обр} \\ \dot{I} = \frac{1}{Z_В}\left[\dot{A}_1 e^{-\gamma x} - \dot{A}_2 e^{\gamma x}\right] \end{cases}$$

Определим постоян. интегр-я из гранич. условие

1. Условие в начале линии: $x = 0$, $\dot{U} = \dot{U}_1$, $\dot{I} = \dot{I}_1$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_1 + A_2 \\ \dot{I} = \frac{1}{Z_В}(A_1 - A_2) \end{cases} \qquad \begin{cases} \dot{A}_1 = \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_В}{2} \\ \dot{A}_2 = \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_В}{2} \end{cases}$$

$$n = \frac{\dot{U}_{обр.}(x=0)}{\dot{U}_{прям.}(x=0)}$$ – к-т отражен

$$n_1 = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_В}{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_В} = \frac{\dot{U}_1/\dot{I}_1 - Z_В}{\dot{U}_1/\dot{I}_1 + Z_В} = \frac{Z_1 - Z_В}{Z_1 + Z_В}$$

$Z_1 = Z_{вх} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}$ – вх. сопрот. линии

<u>Итак</u> решение через нач. условие

$$\begin{cases} \dot{U} = \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_В}{2}\left(e^{-\gamma x} + n_1 e^{\gamma x}\right) \\ \dot{I} = \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_В}{2 Z_В}\left(e^{-\gamma x} - n_1 e^{\gamma x}\right) \end{cases}$$

2. $\exists\ x = l - y$;

$$\begin{cases} \dot{U} = \dot{A}_1 e^{-\gamma l} e^{\gamma y} + \dot{A}_2 e^{\gamma l} e^{-\gamma y} = \\ \qquad = \dot{U}_{пр} + \dot{U}_{обр} \\ \dot{I} = \frac{1}{Z_В}(\dot{A}_1 e^{-\gamma l} e^{\gamma y} - \dot{A}_2 e^{\gamma l} e^{-\gamma y} \end{cases}$$

3. Услов. в конце линии: $I = I_2$; $\frac{\dot{U}_2}{I_2} = Z_2$

$$\begin{cases} \dot U_2 = \dot A_1 e^{-\gamma l} + \dot A_2 e^{\gamma l} \\ \dot I_2 z_в = \dot A_1 e^{-\gamma l} - \dot A_2 e^{\gamma l} \end{cases} \quad \begin{cases} \dot A_1 = \dfrac{\dot U_2 + \dot I_2 z_в}{2} e^{\gamma l} \\ \dot A_2 = \dfrac{\dot U_2 - \dot I_2 z_в}{2} e^{-\gamma l} \end{cases}$$

$$n_2 = \frac{\dot U_{обр}(y=0)}{\dot U_{прям}(y=0)}$$ – к-т отражения в конце линии.

$$\begin{cases} \dot U_2 = \dfrac{\dot U_2 + \dot I_2 z_в}{2} e^{\gamma y} + \dfrac{\dot U_2 - \dot I_2 z_в}{2} e^{-\gamma y} = \dot U_{пр} + \dot U_{обр} \\ \dot I_2 = \dfrac{\dot U_2 + \dot I_2 z_в}{2 z_в} e^{\gamma y} - \dfrac{\dot U_2 - \dot I_2 z_в}{2 z_в} e^{-\gamma y} = -\dot I_{пр} + \dot I_{обр} \end{cases}$$

$$n_2 = \frac{\dot U_2 - \dot I_2 z_в}{\dot U_2 + \dot I_2 z_в} = \frac{Z_2 - z_в}{Z_2 + z_в}$$

$$\begin{cases} \dot U = \dot U_2 \dfrac{e^{\gamma y} + e^{-\gamma y}}{2} + \dot I_2 z_в \dfrac{e^{\gamma y} - e^{-\gamma y}}{2} = \dot U_2 \operatorname{ch}\gamma y + \dot I_2 z_в \operatorname{sh}\gamma y \\ \dot I = \dfrac{\dot U_2}{z_в} \dfrac{e^{\gamma y} - e^{-\gamma y}}{2} + \dot I_2 \dfrac{e^{\gamma y} + e^{-\gamma y}}{2} = \dfrac{\dot U_2}{z_в} \operatorname{sh}\gamma y + \dot I_2 \operatorname{ch}\gamma y \end{cases}$$

<u>иначе</u>

$$\begin{cases} \dot U = \dfrac{\dot U_2 + \dot I_2 z_в}{2} \left(e^{\gamma y} + n_2 e^{-\gamma y}\right) \\ \dot I = \dfrac{\dot U_2 + \dot I_2 z_в}{2 z_в} \left(e^{\gamma y} - n_2 e^{-\gamma y}\right) \end{cases}$$ решение через усл-е на конце линии

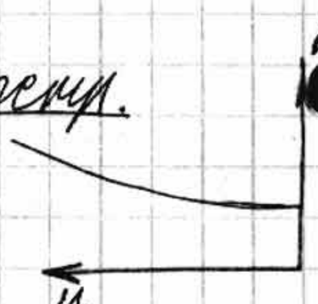
Согласованный режим работы (режим бегущей волны)

$Z_2 = z_в$ – согласов. нагрузка

$n_2 = 0$ – только прямая волна

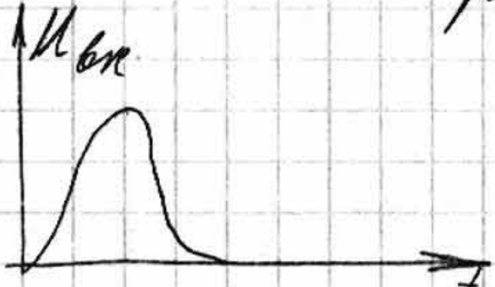
$$\begin{cases} \dot U = \dfrac{\dot U_2 + \dot I_2 z_B}{2} e^{\gamma y} = \dfrac{\dot U_2 + \dot U_2}{2} e^{\gamma y} = \dot U_2 e^{\gamma y} \\ \dot I = \dot I_2 e^{\gamma y} \end{cases}$$

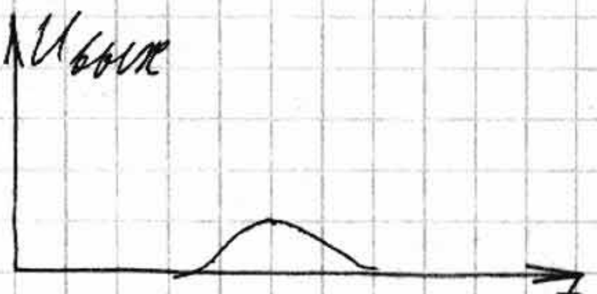
$\gamma = \alpha + j\underbrace{\beta}_{=\frac{2\pi}{\lambda}} = \sqrt{zy}$ – к-т распростр.



⊕ 1) меньше потери (нет отраж. волны)
2) меньше помех

Неискажающий режим работы.





{Усл-е Гильберта (усл-е неискажаемости формы сигнала): $\frac{L}{r} = \frac{C}{g}$; $\frac{L}{C} = \frac{r}{g}$ }

$\gamma = \sqrt{zy} = \sqrt{(r+j\omega L)(g+j\omega C)} =$

$= \sqrt{r\left(1+j\omega \frac{L}{r}\right)\cdot g\left(1+j\omega C/g\right)} = \sqrt{rg}\left(1+j\omega\frac{L}{r}\right) = \alpha + j\beta$

$\alpha = \sqrt{rg}$ = const(ω) – все гармоники затух в одинак кол-во раз

$\beta = \sqrt{rg}\,\omega\frac{L}{r} = \omega L\sqrt{\frac{g}{r}} = \omega L\sqrt{\frac{C}{L}} = \omega\sqrt{LC}$ – линеен с частот.

Если α и β таковы, то искаж. не будет

На практике $\frac{L}{r} < \frac{C}{g}$, поэт. вкл. дополн индуктив.

Длинная линия без потерь.
($r=0, g=0$) – режим стоячих волн

Стояч. в. – совокуп. 2-х волн. одинак. интенсивн., распростр. навстречу др. др.

$\omega L \gg r$, $\omega C \gg g$; на высок. част. $\gamma = \sqrt{zy} =$
$= j\omega\sqrt{LC} = \alpha + i\beta$

$\alpha = 0$, $\beta = \omega\sqrt{LC}$ – лин. без потерь не искаж. форму сигнала

$z_в = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = r_в$ – актив. волнов. сопр-е

Ур-е в гиперб. форме → ур-е в кругов. ф-ях:

$$ch\,\gamma y = ch\,j\beta y = \cos\beta y$$

$$sh\,\gamma y = sh\,j\beta y = j\sin\beta y$$

$$\begin{cases} \dot{U} = \dot{U}_2\,ch\,\gamma y + \dot{I}_2 z_в\,sh\,\gamma y = \dot{U}_2\cos\beta y + \dot{I}_2 r_в j\sin\beta y \\ \dot{I} = \frac{\dot{U}_2}{z}\,sh\,\gamma y + \dot{I}_2\,ch\,\gamma y = \frac{\dot{U}_2}{r_в} j\sin\beta y + \dot{I}_2\cos\beta y \end{cases}$$

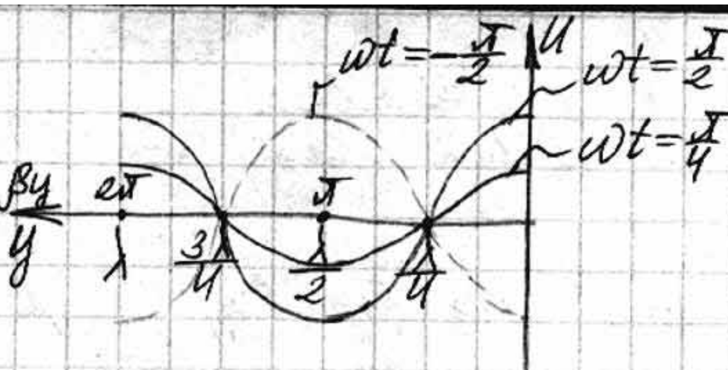
а) ХХ линии без потерь ($\dot{I}_2 = 0$)

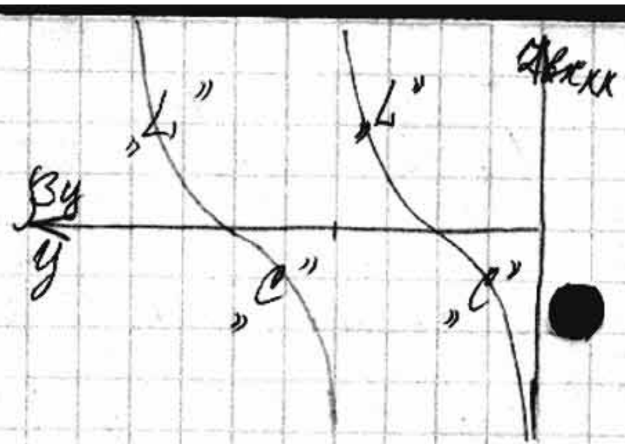
$$\begin{cases} \dot{U} = \dot{U}_2\cos\beta y \\ \dot{I} = \frac{\dot{U}_2}{z_в} j\sin\beta y \end{cases}$$

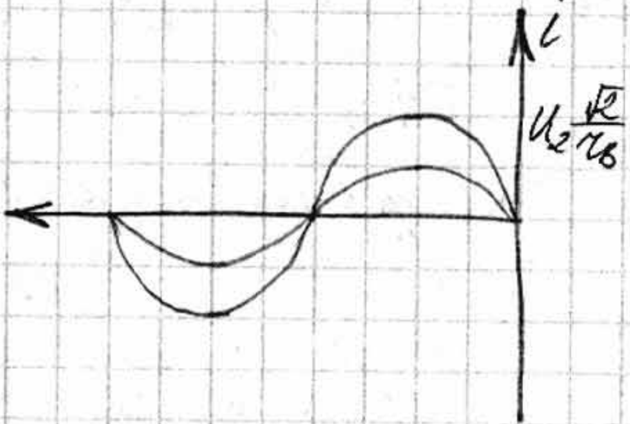
В t-обл. ($\psi_{u_2} = 0$ – нач. фаза):

$$\begin{cases} u(t,y) = U_2\sqrt{2}\cos\beta y\sin\omega t \\ i(t,y) = \frac{U_2\sqrt{2}}{r_в}\sin\beta y\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

$$z_{вх_{XX}} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = -r_в\,j\,ctg\,\beta y = -\frac{jr_в}{tg\,\beta y}$$







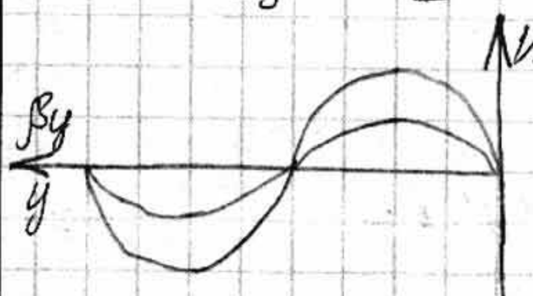
б) КЗ линии без потерь ($\dot{U}_2 = 0$)

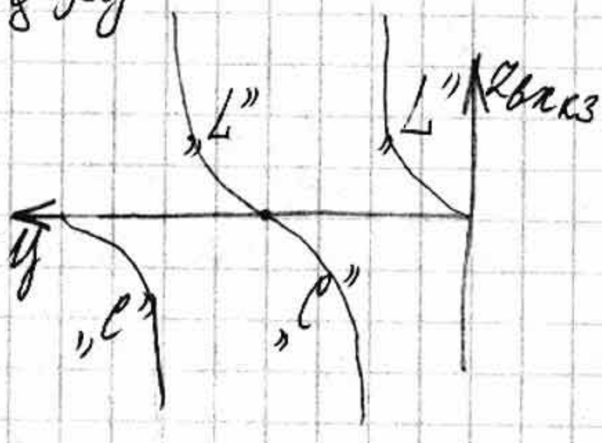
$$\begin{cases} \dot{U} = z_в \dot{I}_2 \, j \sin \beta y \\ \dot{I} = \dot{I}_2 \cos \beta y \end{cases}$$

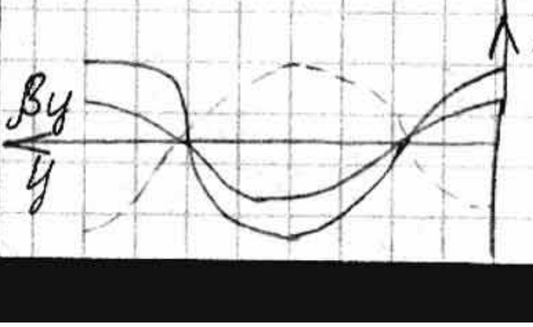
В t-обл. ($\psi = 0$ - нач. фаза):

$$\begin{cases} u(t,y) = I_2 z_в \sqrt{2} \sin \beta y \, \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \\ i(t,y) = I_2 \sqrt{2} \cos \beta y \, \sin \omega t \end{cases}$$

$$z_{вх_{кз}} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = z_в \, j \, tg \, \beta y$$







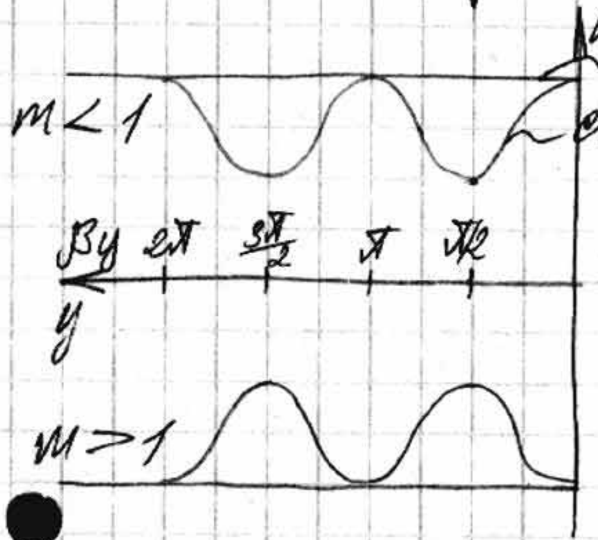
Режим смешанных волн.

$m = \frac{z_в}{z_2}$ - к-т загрузки

а) смеш. волны

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \cos\beta y + \dot{I}_2 z_в j \sin\beta y = \dot{U}_2 \cos\beta y +$$
$$+ \dot{U}_2 j \sin\beta y - \dot{U}_2 j \sin\beta y + \dot{I}_2 z_в j \sin\beta y =$$
$$= \underbrace{\dot{U}_2 e^{j\beta y}}_{\text{падающ. волна}} + \underbrace{\dot{I}_2 z_в j \sin\beta y (1-m)}_{\text{стоячая волна}}$$

б) $U = U_2 \sqrt{\cos^2\beta y + m^2 \sin^2\beta y}$



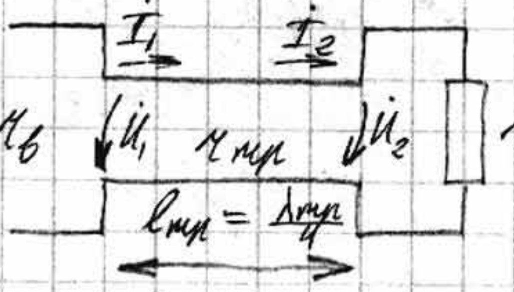
в) $K_{бегущ. волн} = \frac{U_{min}}{U_{max}} = m \; (m < 1)$

$K_{б.в.} = \frac{1}{m} \; (m > 1)$

Грибова, Дробышев. Исслед. цепей с распр. пар. 15.09.04г
Смирнов „Анал. э/м проц. в нелин. цепях".

Четверть-волновой транс-р.
($l_{транс} = \lambda/4$)

Чт. в длин. лин. был соглас. реж., т.е. не было отраж. в, для эт. он примен.



$\beta l_{тр} = \beta \frac{\lambda_{тр}}{4}$, где $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_{тр}}$

$\beta l_{тр} = \frac{\pi}{2}$

Ур-ние для тр-ра:

{$z_{тр}$ — волнов. сопр. тр-ра}

$$\begin{cases} \dot U_1 = \dot U_2 \cos(\beta l_{тр}) + \dot I_2 z_{тр} \cdot j \sin(\beta l_{тр}) \\ \dot I_1 = \frac{\dot U_2}{z_{тр}} j \sin \beta l_{тр} + \dot I_2 \cos(\beta l_{тр}) \end{cases}$$

— ур-е длин. лин. для тр-ра

$$\begin{cases} \dot U_1 = \dot I_2 z_{тр} j \\ \dot I_1 = \frac{\dot U_2}{z_{тр}} j \end{cases} \Rightarrow \frac{\dot U_1}{\dot I_1} = \frac{z_{тр}^2}{\dot U_2 / \dot I_2}$$

Должно $\frac{\dot U_1}{\dot I_1} = z_{вх\,тр} = z_в$ — для соглас. нагр.

$\frac{\dot U_2}{\dot I_2} = z_2$; $z_в = \frac{z_{тр}^2}{z_2}$; $\boxed{z_{тр} = \sqrt{z_в z_2}}$ — усл-е для соглас. нагр.

Переходные процессы в длинной линии.

Возник. при имп. и sin-ых воздейств.

1) Включ. от постоян. напряж.

Линия соглас. на вх ($z_0 = z_в$)

Реж. XX ($z_2 = \infty$)

$i_2 = 0$; $n_{u_2} = \frac{z_2 - z_в}{z_2 + z_в} = 1$

$n_{i_2} = -n_{u_2} = -1$ – к-т отраж. по току

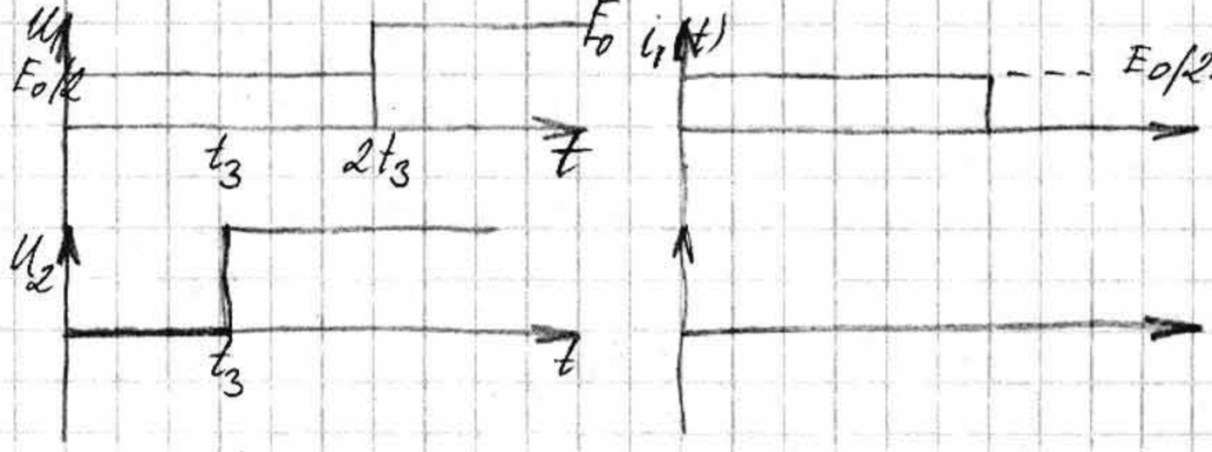
$$U_1(t,x) = \begin{cases} 1)\ \frac{E_0}{2},\ t < 2t_{запаз.} \text{ (только прям. вол.)} \\ 3)\ E,\ t > t_з \\ 2)\ U_{прям.} + U_{обр.} = E,\ t \geq 2t_{зап.} \\ 4)\ 0,\ t < t_{зап.} \end{cases}$$

(3), (4) – опр. $U_2(t,x)$

$t_{зап} = \frac{l}{v_{фаз}}$ – время задержки

$$i_1(t,x) = \begin{cases} E/2z_в,\ t < 2t_з \\ 0,\ t > 2t_з \end{cases}$$

$i_2(t) = 0$



Нелинейная электротехника

Если цепь содерж. хоть 1 нелин. элем., то она нелин.

Нелин. – эл-т, хар-ка сост. кот-го ($U(i)$ – ВАХ, $\Psi(i)$ – Вебер АХ, $q(U_c)$ – Кулон ВХ) нелинейн.

$y(x)$ – хар. состоян.

Нелин. – эл-т, парам. кот. завис. от U, i, Ψ, q

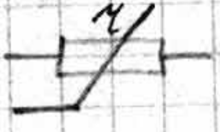
Классиф. НЭ (нелин. элем.)

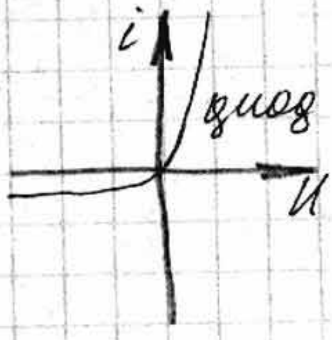
1. По типу преобр. энергии (диссипатив. – рассеивающие, резистивные, энергоёмк. –

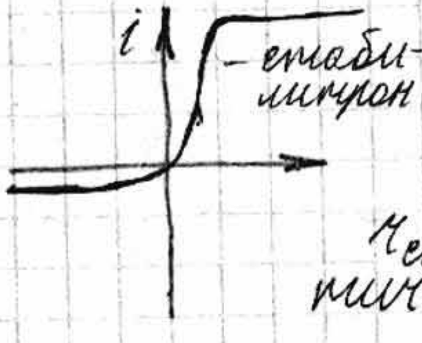
накопл. энерг. (L, C))

Нелинейн. резистив. эл-ты: $r_t = r_{20°}(1+\alpha\Delta t°)$

α – ТКС (темпер. к-т сопр-е)





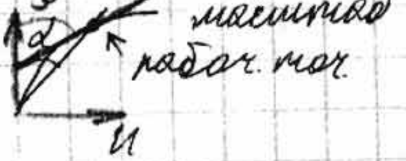


$r_{ст} = \frac{U}{i}$ – статич. сопр-е

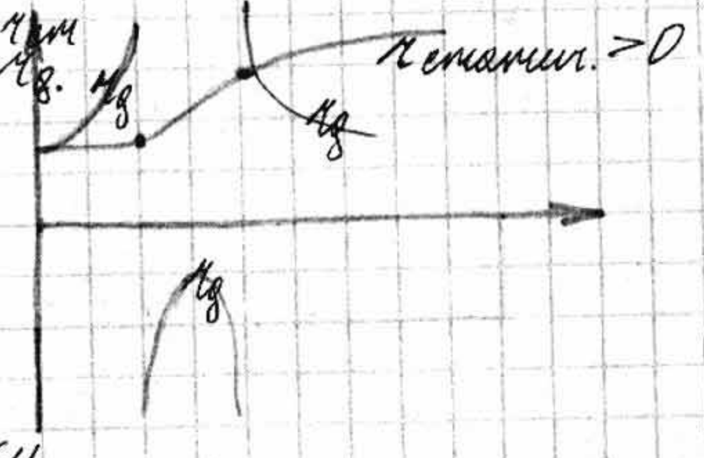
$\frac{dU}{di}$ – дифферен. сопр.

$r_{диф} \approx \frac{\Delta U}{\Delta i} = \frac{m_u y}{m_i x} = m_r \cdot tg\beta$

$r_{ст} = \frac{m_u y}{m_i x} = m_r \cdot tg\alpha$



Для пр. возьмём туннельн. диод:



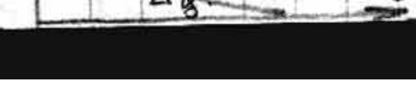
$r_{ст}$ – сопр. пост. току

$r_д$ – сопр. перем. току

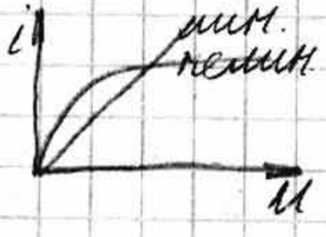
Нелин. индуктив. эл-т (катушк. со сталью)

$L_{ст} = \frac{\Psi}{i} = \frac{m_\Psi y}{m_i x} = m_L \cdot tg\alpha$

$L_{дин} = \frac{d\Psi}{di} = m_L \cdot tg\beta$

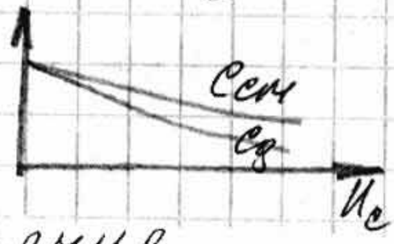


Нелин. ёмкость (вариконд. и варикап)



$C_{ст} = \frac{q}{u_c} = \frac{m_q \cdot y}{m_u \cdot x} = m_c\, tg\,\alpha$

$C_д = \frac{dq}{du_c} = m_c\, tg\,\beta$



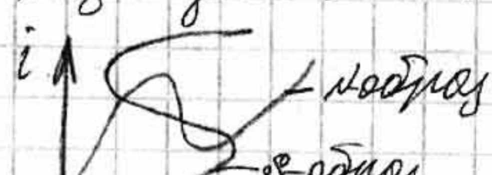
y(x) – эксперим.

2. По типу харак-к состояния

а) симметр. и несим.
(если f(x) = f(-x) – то симметр.)

б) монотон. и немонотон.
$\left\{\frac{dy}{dx} > 0 \ (<0)\right\}$ $\left\{\frac{dy}{dx} > 0 \text{ и } \frac{dy}{dx} < 0\right\}$

в) однознач. и многознач.



г) семейство харак-к
д) х-ки для мгнов. знач.
е) х-ки для дейс. зн.
ж) х-ки для max зн.
з) х-ки для перв. гарм. и т.д.

3. По инерционности (инерц. / неинерц.)
$\tau \gg T$ $\tau \ll T$
пост. вр. период. возд.

4. Управляемые и неуправл. (ВАХ тр-ра)

22.09.04 Аналитич. аппроксимация экспер-ых х-к сост. $y(x)$.

Типы:

1. Степенной полином: $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$

2. Экспоненц. полин.: $y = a_0 + a_1 e^{b_1 x} + a_2 e^{b_2 x} + \dots$

3. Тригоном. полин.: $y = c_0 + c_1 \sin(x + \varphi_1) + c_2 \times \sin(2x + \varphi_2)$

4. Трансцендентн. ф-ии: $y = a \operatorname{tg} bx$, $y = a \operatorname{th} bx$, $y = \frac{a}{x} + b$ и т.д.

Методы определ. к-ов аппроксим

1) Метод выбр. точек (сколько точек - столько к-ов)
2) Метод выравнив.
3) Метод наименьш. квадр-ов.

1) $y(x)$ - эксперим. кривая, выберем 3 точки $y_1(x_1)$, $y_2(x_2)$, $y_3(x_3)$

$$\begin{cases} y_1 = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 \\ y_2 = a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2^2 \\ y_3 = a_0 + a_1 x_3 + a_2 x_3^2 \end{cases}$$

=> опред. по 3-м точкам 3 к-та

3) $f(x_n, a_1, a_2 \dots a_n)$ - аппроксимирующ. анал. ф-ия

$\varphi_n(x_n)$ - аппроксимируемая.

n - число выбр. точек

Составим $\xi = \sum_{n=1}^{m} \left[f(x_0, a_0, a_1 \dots a_n) - \varphi(x_n) \right]^2 = \min$

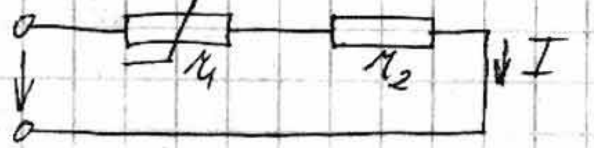
$$\begin{cases} \frac{\partial \Sigma}{\partial a_0} = \sum_{n=1}^{m} 2\left[f(x_n, a_0, a_1 \dots a_n) - \varphi(x_n)\right]\frac{\partial f}{\partial a_0} = 0 \\ \dots\dots\dots \\ \frac{\partial \Sigma}{\partial a_n} = \sum_{n=1}^{m} 2\left(f\left[x_n, a_0 \dots a_n\right] - \varphi(x_n)\right)\frac{\partial f}{\partial a_n} = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

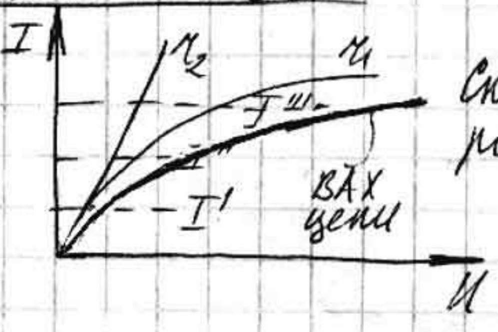
$\Rightarrow a_0, a_1 \dots a_n$

Нелин. цепи постоянного тока.

1) Графические методы расчета.

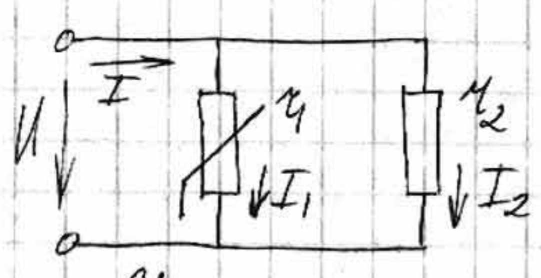
а) послед. соед. нелин. эл-ов





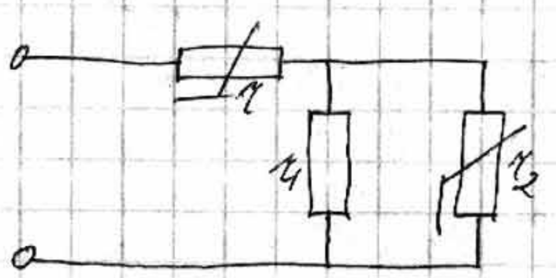
Склад. напряж. по току

б) парал. соед.



Склад. токи по напряже (хар-ка смещ. вверх)

в) смеш. соед.



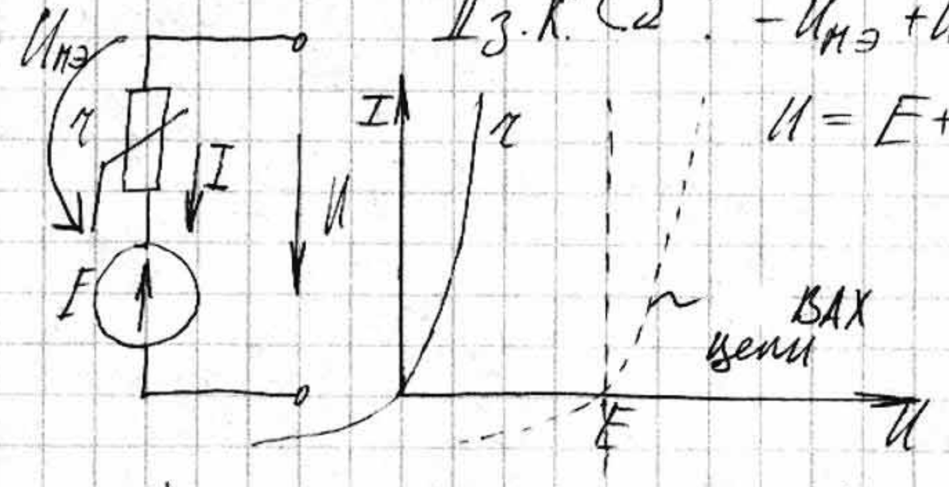
Снач. склад. r_1 и r_2 (ВАХ) (смещ. вверх)

Потом склад. получивш. и r (смещ. вправо)

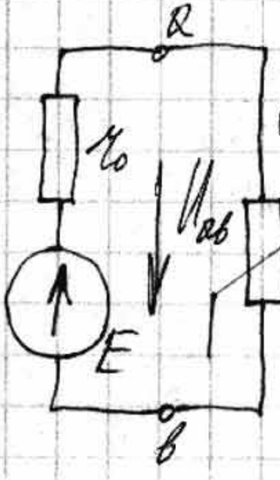
7) ВАХ активн. двухполюсника

II з.К. : $-U_{нэ} + U = E$

$U = E + U_{нэ}$



8) 3-хэлем. контур (метод „обрат." хар-ки)

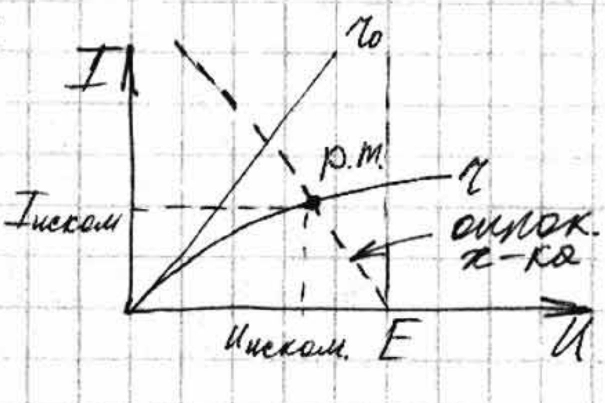


II з.К. : $I r_0 + U_{ab} = E$

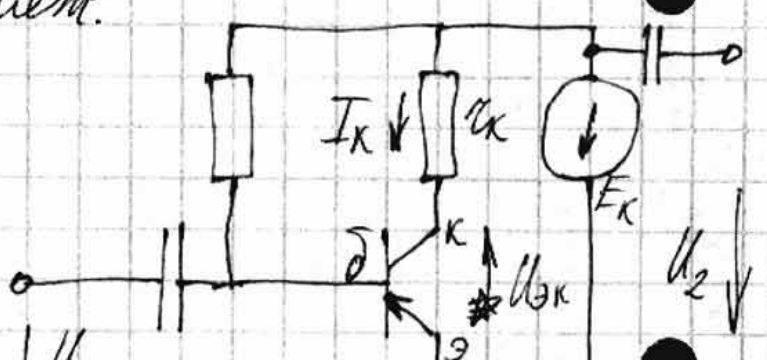
$U_{ab} = E - I r_0$ — это опрок. хар-ка

При $I=0$, $U_{ab} = E$ – ХХ

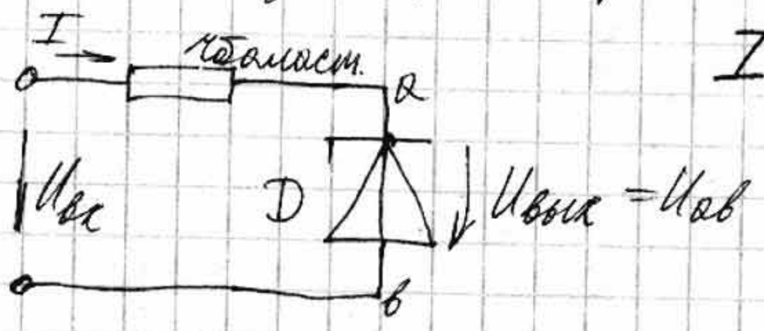
При $U_{ab} = 0$; $I = E/r_0$ – КЗ

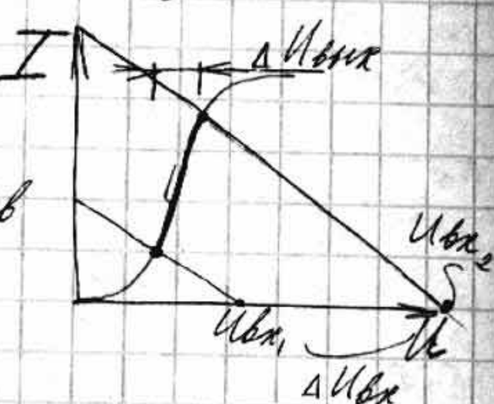


Н-р Усилитель напряж.



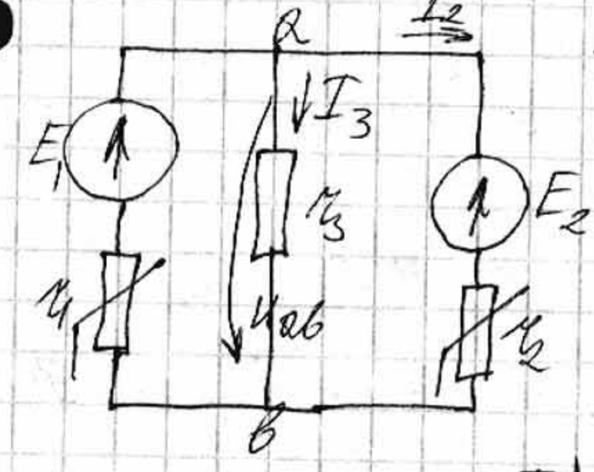
II з.К. $(E_к - U_{эк} - r_к)$: $U_{эк} = E_к - I_к r_к$ ← нагруз. х-ка г) стабилизатор напряжения





$K_{стаб.} = \dfrac{\Delta U_{вх}}{\Delta U_{вых}} > 1$, чем больше, тем лучше

е) метод двух узлов



I з. К. „a": $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

а) ВАХ ветвей:

1-ая ветвь: $U_{ab} = E_1 + U_{r_1}$

3-я ветвь: $U_{ab} = E_2 + U_{r_2}$

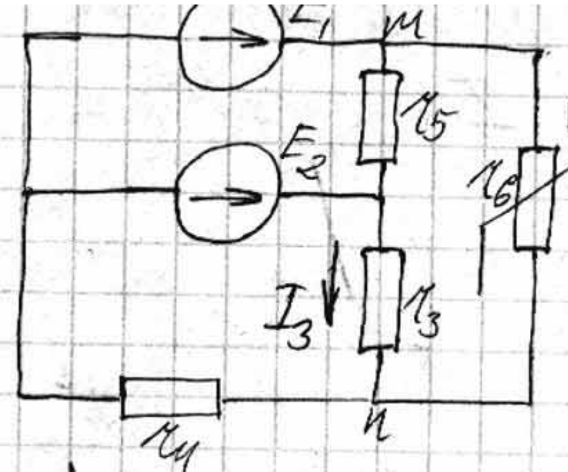
б) склад. токи по напряжению

ж) метод эквив. источн.

—) Расчёт $E_э = U_{xx}$

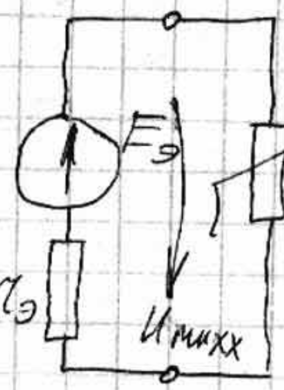
—) Расчёт $r_э = r_{вх}$

—) $I_{иск} = \dfrac{E_э}{r_э + r_{ветви}}$

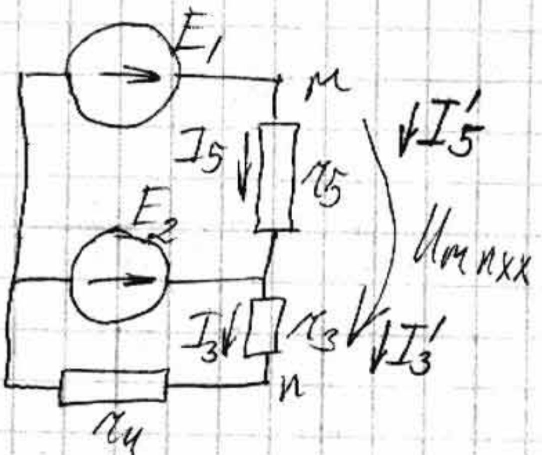


$E_1 = 80$
$E_2 = 25$
$r_3 = 50$
$r_4 = 100$
$r_5 = 50$

$E_э = U_{mn\,xx}$



1)



$I_5' = \frac{E_1 - E_2}{r_5} = \frac{55}{50} = 1,1A$

$I_3' = \frac{E_2}{r_3 + r_4} = \frac{25}{150} = \frac{1}{6}A$

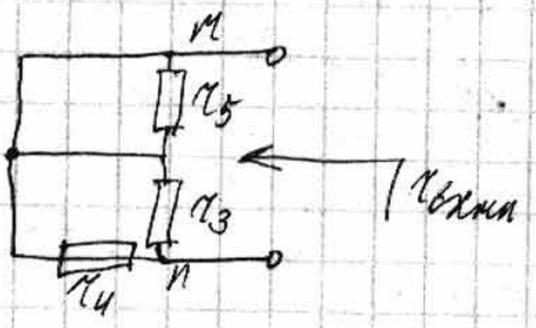
29.01.04 BAX r_6:

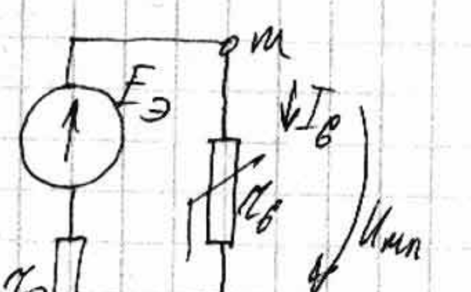
I, A	0	1	1,5	2
U, B	0	10	30	50

$U_{mn\,xx} = I_5' r_5 + I_3' r_3 = 1,1 \cdot 5 + \frac{1}{6} \cdot 50 = 63B = (65B)$
$= ЭДС_{экв}$

2) Расчёт $r_э = r_{вх\,mn} =$

$= \frac{r_3 r_4}{r_3 + r_4} = \frac{100}{3}$ Ом





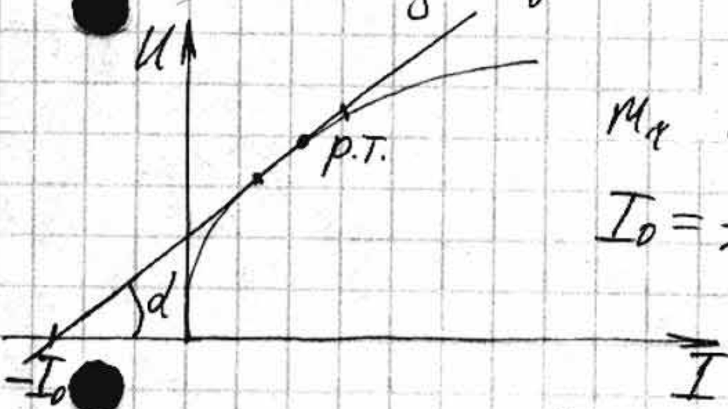
$U_{mn} = -I_6 r_э + E_э$

BAX: $I_6(U_{mn})$

$I_6 = 1,3A$; $U_{нэ} = 22B$

Графо-аналитич. методы расчета цепей (нелин.)

1) Метод кусочно-лин. аппрокс (метод Берга)



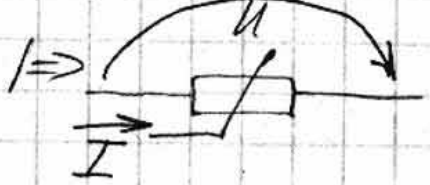
$m_r \; tg\alpha = r_{динам.}$

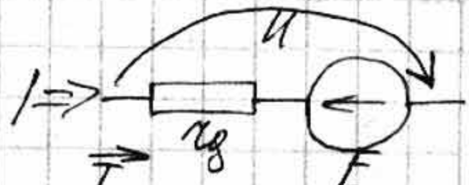
$I_0 = \frac{E}{r_{диф.}}$; $U = aI + b = \boxed{I r_д + E}$

Точка 1: $I = 0$; $U = E = b$

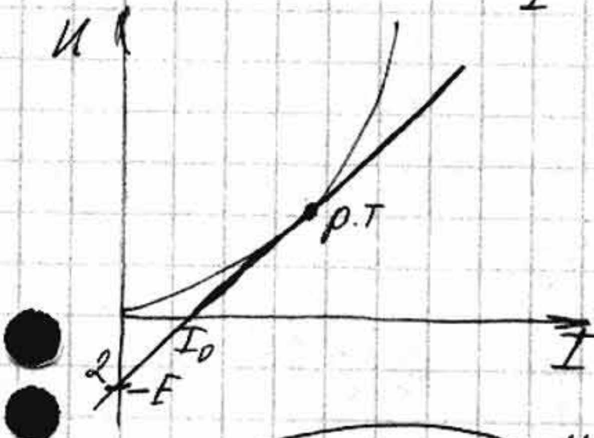
Точка 2: $U = 0$, $I = -I_0 = -E/r_д$; $-I_0 = -\frac{b}{a} = -\frac{E}{r_д}$

$a = +r_д$





$U - I r_д = E$; $\boxed{U = E + I r_д}$

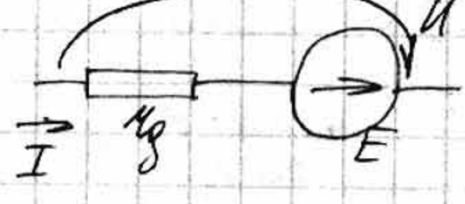


$U = aI + b = I r_д - E$

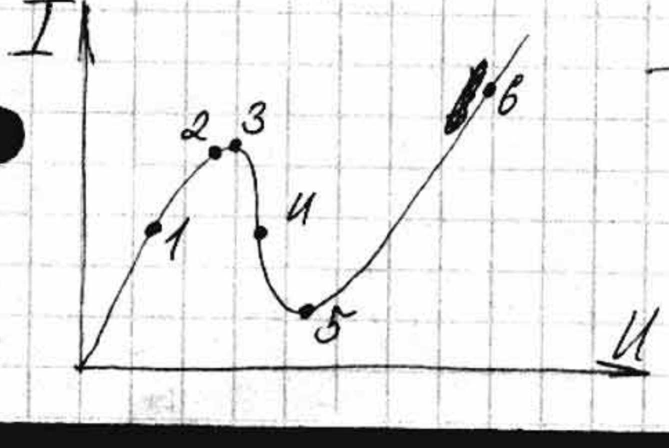
Точ. 1: $I = 0$, $U = -E = b$

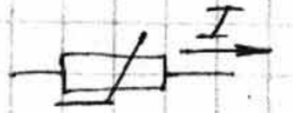
Точ. 2: $U = 0$, $I = -\frac{b}{a} = I_0 = \frac{E}{r_д}$,

$r_д = +a$



$U - I r_д = -E$; $U = -E + I r_д$

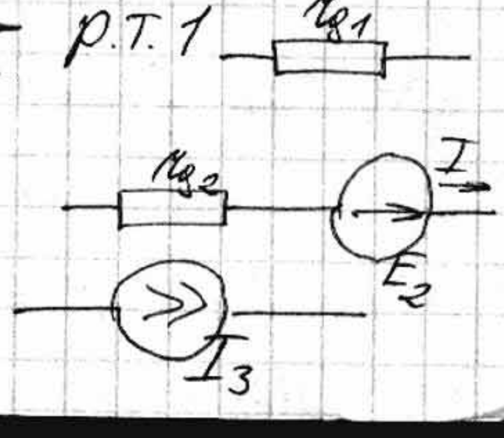




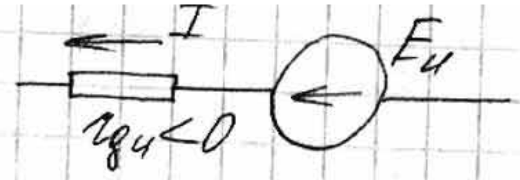
р.т. 1

р.т. 2

р.т. 3

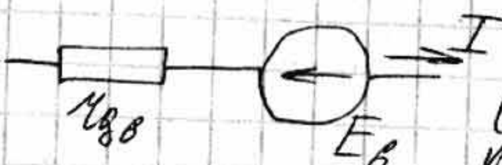


р.т.4



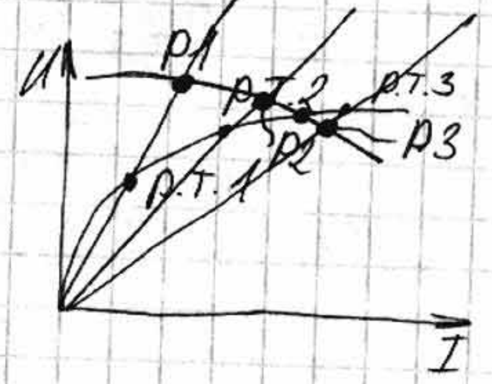
р.т.5

р.т.6



(ЭДС против I т.к. выпукл. в сторону оси напряж.)

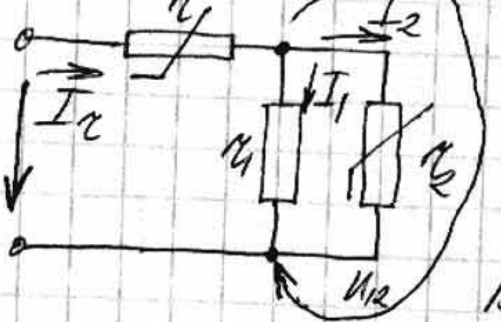
Метод последов. ~~со~~ приближений.



1) Задаемся раб. точ. 1
2) р.т.2
3) р.т.3
4) Провод. крив. Р1-Р2-Р3

Аналитич. метод расчёта.

Пример.



ВАХ r: $I_2 = 0{,}375 \cdot 10^{-2} U^2$

ВАХ r_1: $I_1 = \frac{U_{12}}{r_1}$; $r_1 = 50$ Ом

$I_1 = \frac{U_{12}}{50} = 0{,}02 U_{12}$

ВАХ r_2: $I_2 = 10^{-3} U_{12}^2$;

$U = 50$ В

Реш.: $I_r = I_1 + I_2$; $0{,}375 \cdot 10^{-2}(\cancel{50} - U_{12})^2 = 0{,}02 U_{12} + U_{12}^2 \cdot 10^{-3}$

$(U_{12})_1 = 30$ В; $(U_{12})_2 = 114 > U_{исх} = 50$ В – не удовл.

$U_{12} = 30В; I_1 = 0,6А; I_2 = 0,9А; I_r = 1,5А$

Магнитные цепи при постоян. магн. потоках.

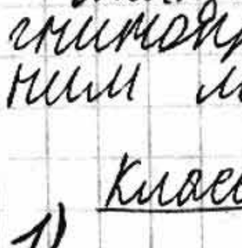
Маг. цепь - совокупн. техн. устр-в (магнитопров. и катушк.), служ. для пропуск. по ним магн. потока

Классиф.:

1)
1. Однород. (если по всей длине сердеч. сечен. и материал одинак., то цепь - однород.)
2. Неоднор. (если есть зазоры, то неодн.)

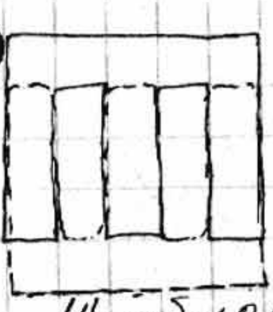
2)
1. Развет.
2. Неразветв.

Типы магнитопров. (сердечн.):

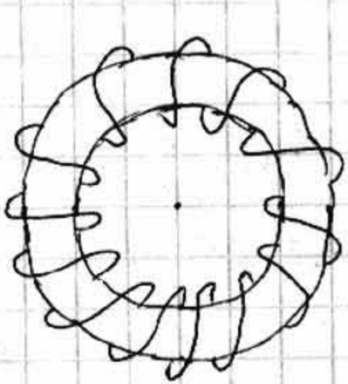


Из пластин или ленты

П-образ. стержневой, шихтованный



Ш-образ. ("броневой")



О-образ. тороид. кольцев. шихтов.

Величины состояния: Ф, В, Н

магн. пот. (число сил. лин., пронизыв. сеч. сердечн.)

[Вб]

индукция магн. поля (плотн. магн. силов. лин.) [Тл] = $\left[\frac{Вб}{м^2}\right]$ — способ. магн. поле наводить ЭДС

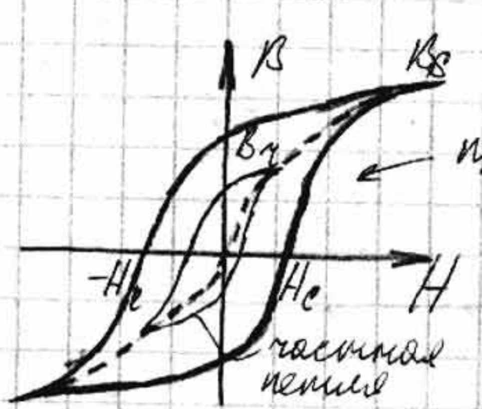
напряжённость магн. поле $\left[\frac{A}{м}\right]$

$$\boxed{B = \mu_A H}$$

$\mu_A = \mu \mu_0$

$\mu > 1$ — парамагн.
$\mu < 1$ — диамагн.
$\mu \gg 1$ — ферромагн.

6.10.04



B_S — индук. насыщ.
B_r — остаточ. индук.
H_c — коэрцитив. сила

Sпетли — удельн. энерг., идущ. на перемагн. матер. за один цикл.

$P_{ст}$ — потери энер. на нагрев сердечн.

$P_{ст} = P_{вихр} + P_{гист}$; $P_в$ — потери на вихр. токи (токи Фуко)

$P_г$ — потери на гистерезис

$\left\{ H_c < 200 \frac{A}{м} \right.$ — магнитомягк. мат.
$\left\{ H_c > 200 \ A/м \right.$ — магнитотверд. $\}$

ГМ вершин. петель гистер. — основ. крив. намагнич.

∃ прямоуг. петля гистерезиса.

Основные з-ны магнитной цепи.

1. З-н полного тока (Био-Савара): циркуляц. в-ра H = алгебр. сумме токов, пронизыв. конт.

$$\oint \bar H \, d\bar l = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\oint \bar H \, d\bar l = I \cdot W \;;\; \oint H dl = I \cdot W ;\; H \oint dl = I \cdot W ;$$

$Hl = I \cdot W = F$ – МДС – магнитодвиж. сила

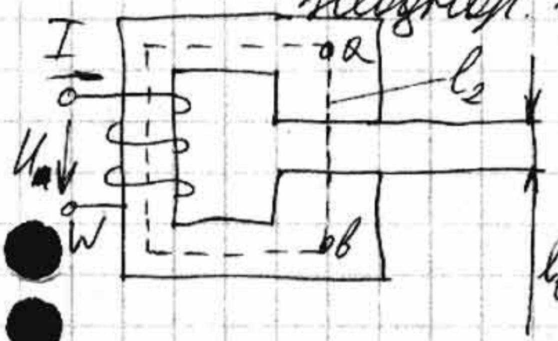
$$\frac{B}{\mu_a} l = F ;\; \frac{\Phi}{S\mu_a} l = F ;\; \Phi \frac{l}{\mu_a S} = F$$

$\boxed{\Phi \cdot r_м = F}$ – з-н Ома для магн. цепи

магн. сопрот.

$\Phi r_м = Hl = U_м$ – магн. напряж. [A]

Неоднор. магн. цепь



2 з-н К. для магн. цепи:

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_{возд.} l_{возд.} = E$$

$$\Phi \cdot r_{м_1} + \Phi \cdot r_{м_2} + \Phi r_{м_в} = F$$

1-ый з-н К. для магн. цепи: алгебр. Σ магн. потоков в узле эл. цепи $= 0$.

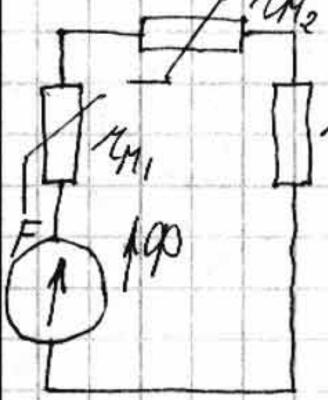
Электрич. схема замещ. магн. цепи.

$I - \Phi$; ЭДС – МДС; $R_{эл.} - R_{магн.}$; $U_{эл} - U_{магн.}$

Но сопротивление нелинейное

$\mu_{статич.} = \frac{B}{H} = \mu_{м} \cdot tg\,\alpha$

масшт.
магн. прониц.



← сх. замещ. # предыд. магн. цепи

Пример расчёта:

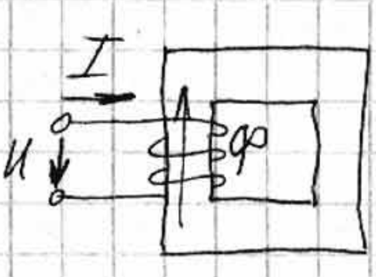
а) прямая задача:

Дано: Ф, B в сечен. {возд. зазоре}, размеры, матер.
Найти: ток, МДС.

б) обрат. задача:

Дано: МДС, ток, размеры, матер.
Найти: магн. поток в разл. сеч.;

Задача 1 (а):



Дано:
$B = 1\ Тл$
сталь Э41
{процент кремния}
$S = 10^{-4}\ м^2$
$l = 0{,}2\ м$
$W = 100$
Найти:
$F = I \cdot W$

$IW = H \cdot l$

$F = I \cdot W = H \cdot l$

По нам.:

$H = 3000\ \frac{А}{м}$

$F = 300 \cdot 0{,}2 = 60\ А \cdot в$

$I = F/W = 60/100 = 0{,}6\ А$; $Ф = B \cdot S = 1 \cdot 10^{-4}\ Вб$

Задача 2 (б): Дано: $F = I \cdot W = 100$ (А·в)

Найти: Φ, B; $Hl = F$; $H = \frac{F}{l} = 500\ \frac{A}{м}$

По табл.: $B = 1{,}17$ Тл; $\Phi = B \cdot S = 1{,}17 \cdot 10^{-4}$ Вб

Задача 3 (а):

Дано:
$B = 1$ Тл
сталь Э41
$S = 10^{-4}\ м^2$
$l = 0{,}2$ м
$W = 100$
$l_в = 1$ мм $= 10^{-3}$ м

Найти:
$F = I \cdot W$

II з. К.:

$F = H_{ст} l_{ст} + H_в l_в$

По табл.: $H_{ст} = 300\ \frac{A}{м}$

$H_в = \frac{B_в}{\mu_0} = 0{,}8 \cdot 10^6\ B_в$

$B_в = \frac{\Phi}{S_в}$, $S_в = S_{ст} = 10^{-4}\ м^2$

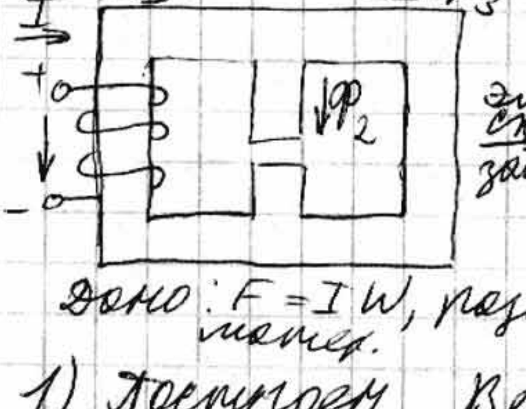
$B_в = B_{ст} = 1$ Тл; $H_в = 0{,}8 \cdot 10^6 \cdot 1 = 0{,}8 \cdot 10^6\ \frac{A}{м}$

$F = H_{ст} l_{ст} + H_в l_в = 860$ А·в

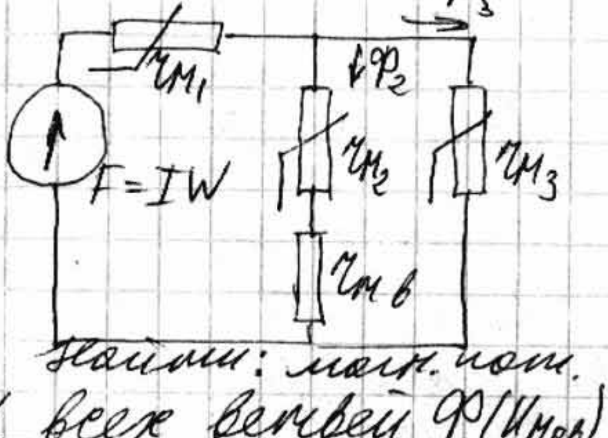
$I = \frac{F}{W} = 8{,}6$ А — ток ↑ в 14 раз.

13.10.04г

Расчет развет. магн. цепей постоян. тока.



эл. сх. зам.



Дано: $F = IW$, размер. матер.

Найти: магн. пот.

1) Построим. Вб АХ всех ветвей $\Phi(U_{мab})$

Велич	B_1	Φ_1	$H_{1стали}$	$U_{м1}$	$U_{маб}$
Размерн	Тл	Вб	А/м	А	А
Спос. опред.	Задаём	$B_1 S_1$		$H_{1ст} l_1$	$F - U_{м1}$

ВАХ 1-ой ветви $\Phi_1(U_{маб})$

Велич.	B_2	Φ_2	$H_{2ст}$	$H_{2в}$	$U_{маб}$
Размерн	Тл	Вб	А/м	А/м	А
Спос. опр.	Зад.	$B_2 S_2$		$I_2 \cdot 0{,}8 \cdot 10^6$	$H_{2ст} l_2 + H_{2возд.} \cdot l_{возд.}$

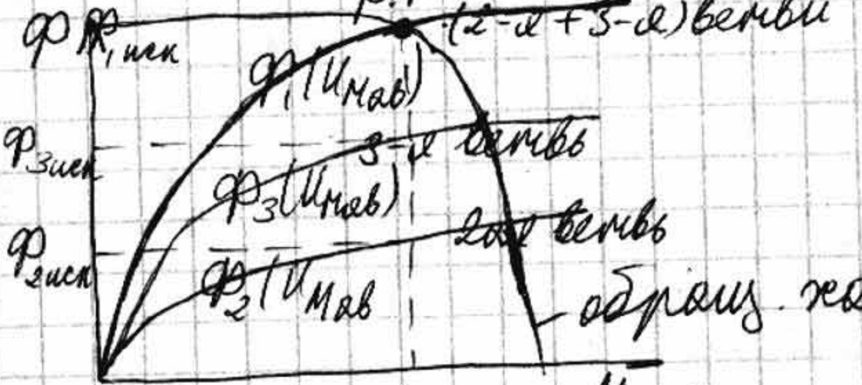
ВАХ 2-ой ветви $\Phi_2(U_{маб})$

Велич.	B_3	Φ_3	$H_{3ст}$	$U_{маб}$
Размерн	Тл	Вб	А/м	А
Спос. опред.	Зад.	$B_3 S_3$		$H_{3ст} l_3$

ВАХ 3-ей ветви $\Phi_3(U_{маб})$

2) Построение ВАХ ветвей и определен. рабоч. точки

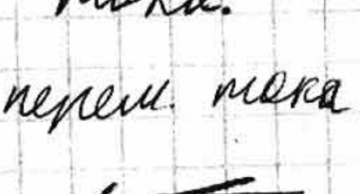
$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$$



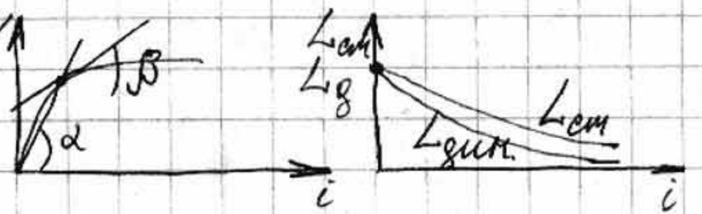
3) Опред. Φ_1, Φ_2, Φ_3

Нелин. цепи перемен. тока.

В нелин. цепях перем. тока присутс. нелин. r, L, C

а) нелин. рез-ры:  $r_{дин} = \frac{dU}{di} = m_r \, tg\beta_3$

б) нелин. инд-ть ( )

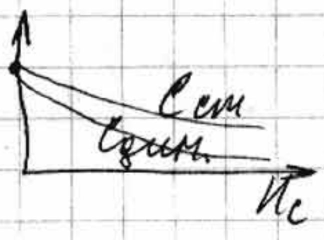


$$L_{ст} = \frac{\Psi}{i} = m_r \, tg\, \alpha$$

$$L_д = \frac{d\Psi}{di} = m_L \, tg\, \beta$$

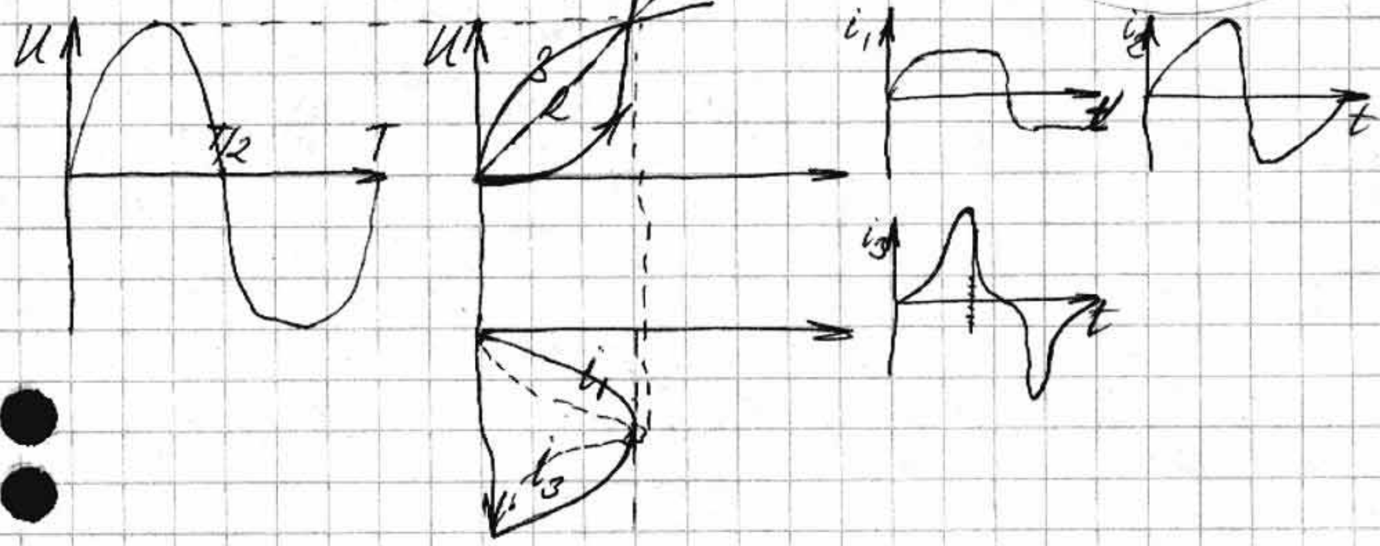
$$L_{ст} = \frac{\Psi}{i} = \frac{\Phi W}{\frac{Hl}{w}} = \frac{B \cdot S \cdot W^2}{Hl} = \frac{\mu_a H S \cdot W^2}{Hl} = \frac{W^2}{\frac{l}{\mu_a S}} = \frac{W^2}{R_м}$$

в) нелин. ёмк. ( ):



$$C_{ст} = \frac{\varepsilon_a S}{d}$$

Генераторы нулев гармон. и высш. гармон. составл.



$i = a u^2$, $u = U_m \sin \omega t$, $i = a U_m^2 \sin^2 \omega t = a U_m^2 \times$

$\times \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} = \frac{a U_m^2}{2} - \frac{a U_m^2}{2} \cos 2\omega_1 t$

3) В нелин. цепях перем. тока не справедл. принц. наложен. (независ. действ. источ.)

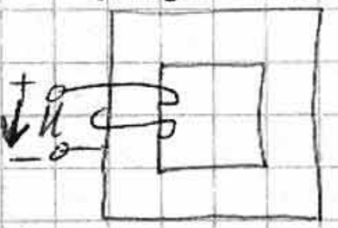
Пр. $i = \alpha u^2$; $e_1 = E_1 \sin \omega_1 t$, $e_2 = E_{2m} \sin \omega_2 t$

Если рассматр. источ. <u>по отдельн.</u>, то получ. 2 частоты: $2\omega_1$ и $2\omega_2$. При рассмотр. источ. вместе: $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_2 - \omega_1$; $\omega_2 + \omega_1$

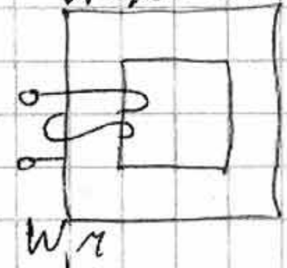
4. Внелин. цепях перем. тока действ. внутр. и внеш. ОС.

Сравн. магн. цепи пост. тока и перем. тока

пост. ток



перем. ток



$U^* \to I\,\frac{U}{r} \to \Phi$ $\qquad$ $U \to i_p,\ I = \frac{U}{\sqrt{r^2+(\omega L)^2}} \to \Phi \to ЭДС = -\frac{d\psi}{dt}$

без ОС $\qquad$ ОС

Магн. пот. опред. током

магн. пот. опред. напр-ем

19.10.04г

Устойчивость нелин. цепей переменного тока. Автоколебания.

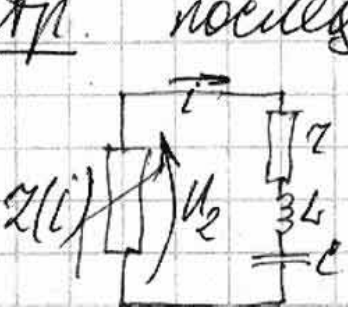
$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \ldots + a_0 y = 0$$

Критер. Ляпунова: к-ты положит.

$$y = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \ldots + A_n e^{p_n t}$$

Сист. устойч., если колеб., возн. в системе затухают.

Пр. послед. колеб. конт.



$$ir + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt + U_2 = 0$$

$$L\frac{d^2 i}{dt^2} + r\frac{di}{dt} + \frac{du_2}{di}\cdot\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$$

$\frac{dU_{нэ}}{di} = r_д(i)$; $\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{2(r+r_д(i))}{2L}\cdot\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0$

$\alpha_э = \frac{r+r_д(i)}{2L}$ – к-т затух

$\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ – резон. частота

$\frac{d^2i}{dt^2} + 2\alpha_э \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0$

$p_{1,2} = -\alpha_э \pm\sqrt{\alpha_э^2-\omega_0^2} = -\alpha_э \pm j\sqrt{\omega_0^2-\alpha_э^2} =$

$= -\alpha_э \pm j\omega_{св}$

$i = I_{m0} e^{-\alpha_э t}\sin(\omega_{св} t + \psi_0)$; I_{m0} и ψ_0 из н.у.

$\alpha_э > 0$ – колеб. затух., сист. устойч.

Если $\boxed{r_д(i)<0,\ |r_д(i)|>r}$ то $\alpha_э<0$, i увелич. и процесс расходится.

условие возникн. автоколебаний

Отриц. сопротивл. компенс. активн. потери цепи.

Нелинейный и триггерный эффекты.

Резк. измен. одной в-ны при плавн. измен. другой